

”НАУЧНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ, РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ КОИТО СА
ПРЕДСТАВЕНИ В НАСТОЯЩАТА ПУБЛИКАЦИЯ, СА ФИНАНСИРАНИ ОТ
ВЪТРЕШЕН КОНКУРС НА ТУ-СОФИЯ-2012г.”

НЕЗАТИХВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ, СОБСВЕНИ ЧЕСТОТИ И ФОРМИ НА ЧЕТИРИ КАБИНИ ОТ ЕДНОВЪЖЕНА ЛИНИЯ В 3D ПРОСТРАНСТВОТО

Васил АХЧИЙСКИ, Илия АНГЕЛОВ, Георги ИЛИЕВ

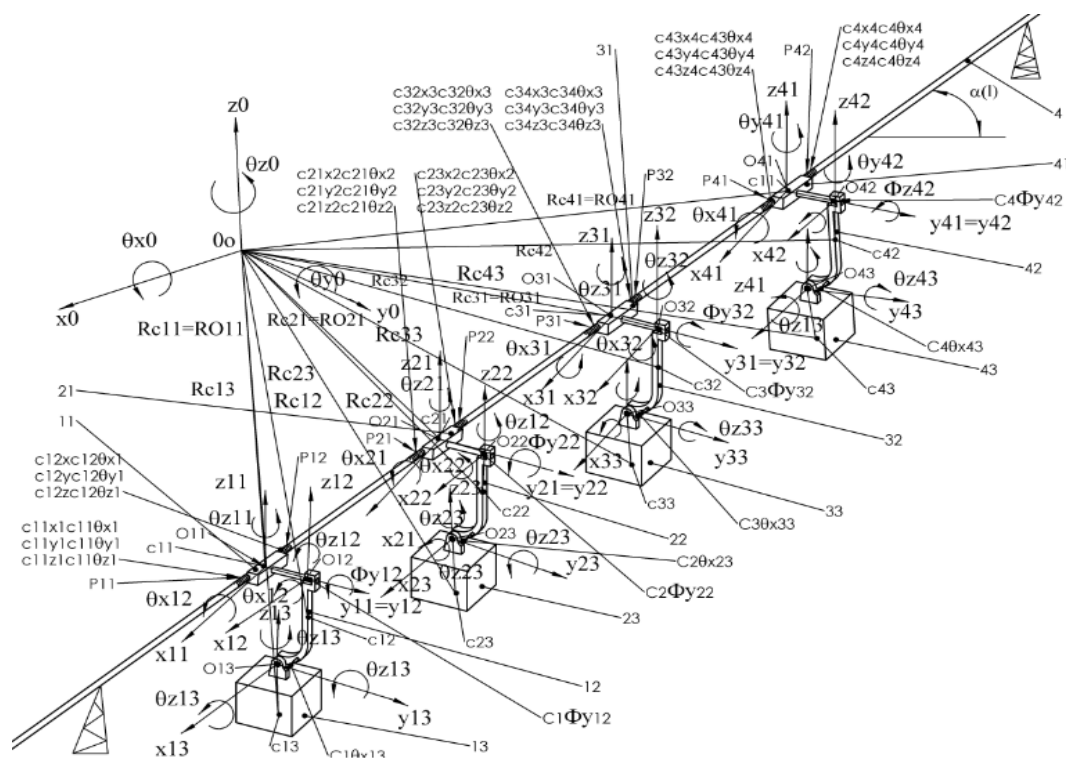
ТУ – София, ИЛПТСТ,
София1000,бул. "Кл.Охридски"8,България

Резюме

В тази работа се изследват свободни трептения, собствени честоти и форми на четири кабинни от едновъжен кабиков лифт в 3D пространството с методите на матрична механика. Отчитат се масовите, еластичните и геометрични свойства на транспортната система. Получени са формули за кинетичните енергии и потенциалните енергии от линейните и ъглови деформации на въжето и теглата на кабините. По метода на Лагранж от втори род са съставени диференциалните уравнения и са получени формули за пресмятане на собствените честоти и форми на свободните трептения.

Ключови думи

въжжена линия ,свободни трептения, матрици, еластични елементи , масови инерционни моменти,маси, собствени честоти и форми на трептенията.



Фиг1. Динамичен модел на четири кабинни

Въведение

Въжените линии са удобен транспорт, както в планинските области така и в градски условия. Изследването и моделирането на една такава система е трудно. Малко са авторите и публикациите, които разглеждат динамиката им [Петрова Р. 2005, Schneigert 1966].

Динамичен модел

На фиг.1 е даден динамичен модел на четири комплекта кабинни от едновъжен кабинков лифт

в едно междустълбие, където 11,21,31,41-хващачи на кабините, 12,22,32,42-носачи на кабините, 13,23,33,43 –кабини със седалки и пътници, 4–въже с 5 участъка.

Извършени са следните означения (фиг. 1): т. P_{ik} –точка на свързване на въжето с хващачите от съответния комплект, $i=1,2,3,4; k=1,2$ -точки на окачване на въжето към хващача, в координатна система $O_{11}x_{11}y_{11}z_{11}, O_{21}x_{21}y_{21}z_{21}, O_{31}x_{31}y_{31}z_{31}, O_{41}x_{41}y_{41}z_{41}$ Системата е моделирана с 32 степени на свобода и се дефинира с векторът на обобщените координати на кабината, която извършва най-общо движение в 3D пространството [1] и има вида

$$\mathbf{q} = [x_{11} \ y_{11} \ z_{11} \ \theta_{x11} \ \theta_{y11} \ \theta_{z11} \ \Phi_{y12} \ \theta_{x13} \ x_{21} \ y_{21} \ z_{21} \ \theta_{x21} \ \theta_{y21} \ \theta_{z21} \ \Phi_{y22} \ \theta_{x23} \ x_{31} \ y_{31} \ z_{31} \ \theta_{x31} \ \theta_{y31} \ \theta_{z31} \ \Phi_{y32} \ \theta_{x33} \ x_{41} \ y_{41} \ z_{41} \ \theta_{x41} \ \theta_{y41} \ \theta_{z41} \ \Phi_{y42} \ \theta_{x43} \ \theta_{x21}]^T \quad (1)$$

$O_0x_0y_0z_0$ - отправна координатна система, $O_{ij}x_{ij}y_{ij}z_{ij}$ $i=(1..4)$ $j=(1..3)$ – координатна система свързана неподвижно с съответното движещо се тяло

$C_{11}x_{11}, C_{12}x_{11}, C_{21}x_{21}, C_{23}x_{21}, C_{32}x_{31}, C_{34}x_{31}, C_{43}x_{41}, C_{44}x_{41}$

$C_{11}y_{11}, C_{12}y_{11}, C_{21}y_{21}, C_{23}y_{21}, C_{32}y_{31}, C_{34}y_{31}, C_{43}y_{41}, C_{44}y_{41}$

$C_{11}z_{11}, C_{12}z_{11}, C_{21}z_{21}, C_{23}z_{21}, C_{32}z_{31}, C_{34}z_{31}, C_{43}z_{41}, C_{44}z_{41}$ -

коэффициенти на линейна еластичност

$C_{11}\theta_{x11}, C_{12}\theta_{x11}, C_{21}\theta_{x21}, C_{23}\theta_{x21},$

$C_{32}\theta_{x31}, C_{34}\theta_{x31}, C_{43}\theta_{x41}, C_{44}\theta_{x41},$

$C_{11}\theta_{y11}, C_{12}\theta_{y11}, C_{21}\theta_{y21}, C_{23}\theta_{y21},$

$C_{32}\theta_{y31}, C_{34}\theta_{y31}, C_{43}\theta_{y41}, C_{44}\theta_{y41},$

$C_{11}\theta_{z11}, C_{12}\theta_{z11}, C_{21}\theta_{z21}, C_{23}\theta_{z21},$ -коэффициенти на $C_{32}\theta_{z31}, C_{34}\theta_{z31}, C_{43}\theta_{z41}, C_{44}\theta_{z41}$

ъглова еластичности.

Коефициенти на ъглова еластичност между хващача и носача

$C_1\Phi_{y12}, C_2\Phi_{y22}, C_3\Phi_{y32}, C_4\Phi_{y42}$

Коефициенти на ъглова еластичност между носача и кабината

$C_1\theta_{x13}, C_2\theta_{x23}, C_3\theta_{x33}, C_4\theta_{x43}$

m_i – маси на телата, J_i - масов инерционен тензор на телата (i-1-12)

V_{cij} и Ω_{ij}^{ij} е линейни и ъгови скорости на телата $j=(1..3)$ за всеки от комплектите (i-1,2,3,4)

$$\mathbf{r}_{pik}^{i1} = [lp_{ik}x_{i1} \ lp_{i1}y_{i1} \ lp_{i1}z_{i1} \ 1]^T$$

$lx_{ij} \ ly_{ij} \ lz_{ij}$ - разстояния в свързаната с тялото координатна система.

Кинетична енергия на четири комплекта хващач носач и кабина от едновъжен лифт

Кинетична енергия при най-общо движение на четирите комплекта хващач носач и кабина с модифицирани ъгли на Ойлер и координати на Декарт

Кинетичната енергия на един хващач се дефинира от формулата

$$T_{ii} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i = \frac{1}{2} \cdot [\dot{\mathbf{R}}^T \ \dot{\Theta}^T]^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_{\Theta_i}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} \quad (2)$$

където

$$\dot{\mathbf{q}}_i = [\dot{x}_{i1} \ \dot{y}_{i1} \ \dot{z}_{i1} \ \dot{\theta}_{x11} \ \dot{\theta}_{y11} \ \dot{\theta}_{z11}]^T, i=(1..4)$$

векторът на обобщените скорости на хващача, а $\mathbf{J}_{\Theta_i}^i$ -масов инерционен тензор спрямо масовия център

Кинетичната енергия на всички хващачи е:

$$T_1 = T_{11} + T_{21} + T_{31} + T_{41} \quad (3)$$

Кинетична енергия на един носач

$$T_{ii} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{q}}_i =$$

$$\frac{1}{2} \cdot [\mathbf{V}_{Ci}^0 \ \Omega_i^T]^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_{\Theta_i}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{Ci}^0 \\ \Omega_i^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

,където матрицата на масите и нейните членове се определят от:

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_{\Theta_i}^i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{m}_{RR}^i = \int_{V_i} \rho_i \cdot \mathbf{I} \cdot dV_i = m_i \cdot \mathbf{I} \quad (5)$$

\mathbf{V}_{Ci}^0 -скорост на масовия център на съответния хващач, Ω_i^T - ъглова скорост на хващачи спрямо свързаните с тях координатни системи. \mathbf{V}_{Ci}^0 и Ω_i^T са изведени в работа [1]

Кинетична енергия на всички носачи :

$$T_2 = T_{12} + T_{22} + T_{32} + T_{42} \quad (6)$$

Кинетична енергия на една кабина

$$T_i = \frac{1}{2} [\dot{\mathbf{q}}_i]^T \cdot \mathbf{M}_i(\mathbf{q}) \cdot [\dot{\mathbf{q}}_i], \quad (7)$$

където, $\dot{\mathbf{q}}_i$ е векторът на обобщените скорости на кабината, а

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{m}_{RO}^i \\ \mathbf{m}_{OR}^i & \mathbf{m}_{OO}^i \end{bmatrix} \quad (8)$$

Ако свързаната с тялото координатна система е с начало в масовия му център, то $\mathbf{m}_{RO}^i = \mathbf{m}_{OR}^i = 0$, тогава

$$T_3 = T_{13} + T_{23} + T_{33} + T_{43} \quad (9)$$

Като се отчетат с програмния продукт, се пресмята кинетичната енергия на цялата система:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = T_{11} + T_{21} + T_{31} + T_{41} + T_{12} + T_{22} + T_{32} + T_{42} + T_{13} + T_{23} + T_{33} + T_{43} \quad (10)$$

Потенциални енергии от еластичните елементи и теглата на четири комплекта хващач, носач и кабина от едновъжен лифт
Потенциалната енергия от линейната деформация на въжето между първия стълб и първата кабина и четвъртата кабина и втория стълб:

$$P_{vi} = \frac{1}{2} [\mathbf{q}]^T \cdot \mathbf{C}_i \cdot [\mathbf{q}], \quad (11)$$

където

$\mathbf{q} = [x_{i1} \ y_{i1} \ z_{i1} \ \theta_{xi1} \ \theta_{yi1} \ \theta_{zi1} \ \Phi_{yi2} \ \theta_{xi3}]^T$, а $\Phi_{yi2} = \theta_{yi2}$ - при малки ъгли, \mathbf{C}_i - ($i=1,4$) матрица, характеризираща еластичните свойства на еластичните елементи и тяхното положение.

Тя има вида:

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} c_{1,1} & 0 & 0 & 0 & c_{1,5} & c_{1,6} \\ 0 & c_{2,2} & 0 & c_{2,4} & 0 & c_{2,6} \\ 0 & 0 & c_{3,3} & c_{3,4} & c_{3,5} & 0 \\ 0 & c_{4,2} & c_{4,3} & c_{4,4} & c_{4,5} & c_{4,6} \\ c_{5,1} & 0 & c_{5,3} & c_{5,4} & c_{5,5} & c_{5,6} \\ c_{6,1} & c_{6,2} & 0 & c_{6,4} & c_{6,5} & c_{6,6} \end{bmatrix}_{(6 \times 6)}, \quad (12)$$

а елементите ѝ се определят от

$$c_{m,n} = \frac{\partial^2 P_{il}}{\partial q_n \cdot \partial q_m} :$$

Аналогично се определят за четвъртата кабина и втория стълб

Потенциални енергии между първия комплект на първата кабина и вторият комплект на втората кабина, на втория комплект от втората кабина и третия комплект на третата кабина, между третия комплект на третата кабина и четвъртия комплект на четвъртата кабина.

Като вземем предвид книгата „Матрична механика динамика“ векторът на

деформацията $\delta \mathbf{r}_{Pik}$ $i=1,2,3,4$ $k=1,2$ на еластичния елемент (въжето) се определя от израза в петте участъка:

$$\delta \mathbf{r}_{Pik} = \begin{bmatrix} x_{i1} \\ y_{i1} \\ z_{i1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{zil} & \theta_{yil} \\ \theta_{zil} & 0 & -\theta_{xil} \\ -\theta_{yil} & \theta_{xil} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{ikxil} \\ P_{ikyil} \\ P_{ikzil} \end{bmatrix}$$

Потенциалната енергия на всички еластични елементи между телата i и j се определя от:

$$P_k^t = \sum_{N=1}^n \frac{1}{2} \mathbf{c}^P \cdot (\delta \mathbf{r}_N^{ij})^2 \quad (13)$$

където, \mathbf{c}^P - коефициент на еластичност .

Потенциалната енергия от деформацията на еластичните елементи между телата i и j може да се представи в матричен вид:

$$P_k^t = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{C}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{q}, \quad (14)$$

където $\mathbf{C}(\mathbf{q})$ е квадратна матрица на еластичните свойства между телата i и j , на която членовете се определят от:

$$c_{m,n} = \frac{\partial^2 P_k}{\partial q_n \cdot \partial q_m} \quad (15)$$

Потенциална енергия от ъгловата деформация на въжето между първия комплект на първата кабина и вторият комплект на втората кабина, на втория комплект от втората кабина и третия комплект на третата кабина, между третия комплект на третата кабина и четвъртия комплект на четвъртата кабина.

Коефициентите на трите ъглови деформации се дефинират чрез:

$$\mathbf{c}_{iO}^N = [c_{O_x}^N \ c_{O_y}^N \ c_{O_z}^N], \quad (i=1 \dots 4) \quad (16)$$

където $c_{O_x}^N$, $c_{O_y}^N$, $c_{O_z}^N$ могат да бъдат нелинейни функции. Потенциалната енергия се определя от:

$$P_k^r = \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{i,j,k} \mathbf{c}_{n,h}^N (\delta \Theta_h^{ij})^2 \quad (17)$$

Потенциалната енергия от деформацията на елементите може да се представи и чрез обобщените ъглови координати на механичната система дефинирана от тяло i и тяло j като:

$$P_k^r = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{C} \mathbf{q}, \quad (18)$$

където \mathbf{q} е векторът на обобщените ъглови координати, а елементите $c_{n,m}$ на матрицата \mathbf{C} , с размерност 6×6 , се определят от израза:

$$c_{n,m} = \frac{\partial \mathbf{c}_{nO}^N \cdot (\delta \Theta_h^{ij})^2}{\partial q_n \partial q_m} \quad n, m=1, 2, \dots, 6, \quad (19)$$

където q_n, q_m са елементи на векторът на обобщените ъглови координати; $\mathbf{c}^N_{\mathbf{o}}$ и $\delta\mathbf{\Theta}^j_{\mathbf{h}}$

Потенциална енергия от линейната и ъглова деформация на въжето от първата до четвъртата кабина:

$$\Pi_{\text{в1к}} = \Pi'_k + \Pi''_k - \quad i=(1,2,3,4) \quad (20)$$

Потенциална енергия от ъглова деформация на тяло 1 и 2 от четирите комплекта:

$$\Pi_{ik} = \frac{1}{2} 2C_{i\theta y2} \theta_{y2}^2 + \frac{1}{2} 2C_{i\theta x3} \theta_{x3}^2 \quad i=(1,2,3,4) \quad (21)$$

Потенциална енергия от ъглова деформация между телата 2 и 3 от четирите комплекта:

$$\Pi_{ik} = \frac{1}{2} 2C_{i\theta x3} \theta_{x3}^2 \quad i=(1,2,3,4) \quad (22)$$

Потенциалната енергия на цялата система е равна на сумата от потенциалните енергии на ъгловите и линейни деформации на въжето, на еластичните елементи между хващача и носача и между кабината и носача.

$$\Pi_{1k} = \Pi_{\text{в1к}} + \Pi_{\text{в1}} + \Pi_{1k12} + \Pi_{1k23};$$

$$\Pi_{2k} = \Pi_{\text{в2к}} + \Pi_{2k12} + \Pi_{2k23}$$

$$\Pi_{3k} = \Pi_{\text{в3к}} + \Pi_{3k12} + \Pi_{3k23};$$

$$\Pi_{4k} = \Pi_{\text{в4к}} + \Pi_{\text{в4}} + \Pi_{4k12} + \Pi_{4k23}$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \Pi_{1k} + \Pi_{2k} + \Pi_{3k} + \Pi_{4k} = \\ &= \Pi_{\text{в1к}} + \Pi_{\text{в1}} + \Pi_{1k12} + \Pi_{1k23} + \Pi_{\text{в2к}} \\ &+ \Pi_{2k12} + \Pi_{2k23} + \Pi_{\text{в3к}} + \Pi_{3k12} + \Pi_{3k23} \\ &+ \Pi_{\text{в4к}} + \Pi_{\text{в4}} + \Pi_{4k12} + \Pi_{4k23} \end{aligned} \quad (23)$$

Потенциална енергия на четирите комплекта от теглата на хващач, носач и кабина

Потенциалната енергия от теглото на кабината (фиг.1) от механичната система се определя от израза:

$$\Pi_{\text{Cij}} = -m_{ij} \cdot \mathbf{g}_i^T \cdot \mathbf{R}_{\text{Ci}}^0 = -m_{ij} \cdot \mathbf{g}_i^T \cdot \mathbf{A}_{ij}^0 \cdot \mathbf{r}_{\text{Ci}}, \quad i=1,2,3,4 \quad j=1,2,3 \quad (24)$$

където $\mathbf{g}_i = [0 \ 0 \ g \ 0]^T$ е вектор, който дефинира гравитационното ускорение в отправната координатна система; m_i - масата на кабината; \mathbf{R}_{Ci}^0 е векторът на положението на масовия център на кабината, дефиниран в отправната координатна система;

$$\mathbf{R}_{\text{Ci}}^0 = [x_C \ y_C \ z_C]^T = \mathbf{A}_{ij}^0 \cdot \mathbf{r}_{\text{Ci}} \quad i=1,2,3,4 \quad j=1,2,3 \quad (25)$$

\mathbf{A}_{ij}^0 е матрица на преход от локалната към глобалната координатна система;

Тъй като теглото и статичните еластични сили се уравнивяват, то бихме могли да не отчитаме потенциалните енергии от теглата.

Потенциалната енергия от теглата е удобна да я отчитаме при определяне на статичното провисване.

Диференциални уравнения на свободните трептения

Като вземем предвид резултатите за сумарната кинетична и потенциална енергии и ги заместим в диференциалните уравнения на Лагранж от втори род, използвайки символно моделиране (Mathematica, MATLAB), се получава система нелинейни диференциални уравнения.

Те описват нелинейните свободни трептения, които имат следния матричен вид.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}} = -\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{R}(\mathbf{q}) \cdot \mathbf{q} \quad (26)$$

където матриците $\mathbf{M}_{32 \times 32}$, $\mathbf{C}_{32 \times 32}$ характеризират линейните масови и еластични свойства на механичната система, а матриците $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q})$, $\mathbf{R}(\mathbf{q})$ и $\dot{\mathbf{q}}$ описват нелинейните свойства на системата [3].

При изследване на малките трептения може да се въведе малък параметър μ , който отделя нелинейните членове в системата диференциални уравнения като малки величини:

$$\mu_i \cdot \tilde{\mathbf{S}}_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{M}_i^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{S}}_i(\mathbf{q}_i) \cdot \dot{\mathbf{q}}_i; \quad (27)$$

$$\mu_i \mathbf{R}_i(\mathbf{q}_i) = \mathbf{M}_i^{-1} \cdot \mathbf{R}_i(\mathbf{q}_i) \cdot \mathbf{q}_i \quad (28)$$

При $\mu = 0$ се получава система свързани линейни диференциални уравнения:

$$\mathbf{M}_i \cdot \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathbf{C}_i \cdot \dot{\mathbf{q}}_i = 0 \quad (28)$$

където матриците $\mathbf{M}_{(32 \times 32)}$ и $\mathbf{C}_{(32 \times 32)}$ са симетрични и характеризират масовите, инерционните, еластичните и геометрични свойства на механичната система, а вектора на обобщените координати има вида(1):

Собствени честоти и собствени форми на трептенията

Решенията на диференциалните уравнения (24), съответстват на хармонични трептения с честота ω и начална фаза χ и имат вида

$$\mathbf{q}_i(t) = \mathbf{V}_i \cdot \sin(\omega t + \chi) \quad (29)$$

където

$$\mathbf{V}_i = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \dots \mathbf{v}_n]^T \quad (30)$$

\mathbf{V}_i константен вектор (матрица-стълб), характеризиращ съотношението между различните обобщени координати. В решения от този тип честотата ω и векторът \mathbf{V}_i удовлетворяват матричното уравнение

$$(\mathbf{C}_i - \omega^2 \mathbf{M}_i) \cdot \mathbf{V}_i = 0 \quad (31)$$

което е еквивалентно на система от n броя линейни хомогенни алгебрични уравнения,

относно компонентите на вектора V_i . Условието за съществуване на ненулеви решения на хомогенната система (25) води до характеристичното уравнение, наречено уравнение на собствените честоти

$$\det(C_i - \omega^2 \cdot M_i) \cdot V_i = 0 \quad (32)$$

От системата алгебрични уравнения (28) се получават кръговите и собствени честоти ω_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

$$\det(I_i - \omega^2 \cdot C_i^{-1} \cdot M_i) = 0 \quad \det(M_i^{-1} \cdot C_i - \omega^2 \cdot I_i) = 0 \quad (33)$$

Една или повече собствени честоти могат да бъдат равни на нула.

На всяка собствена честота ω_i съответства вектор на тези форми

$$V_i = [v_{i1} \ v_{i2} \ v_{i3} \ \dots \ v_{in}] \quad v_i = [v_{i1} \ v_{i2} \ v_{i3} \ \dots \ v_{in}]^T \quad (34)$$

Компонентите на векторите дефинират матрицата на собствените вектори (модалната матрица) на цялата трептяща механична система

$$V_i = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_i \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1i} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2i} & \dots & v_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{ii} & \dots & v_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{ni} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$i=1,2,3,4$

Заклучение:

Предлаганият модел позволява намирането на собствените честоти и форми на транспортната система, при четири кабинни в междустълбие при анализ на работата на въжената линия с едно транспортно въже.

Конкретната въжена линия има конкретни коефициенти на еластичност и разстояния, маси и масови инерционни моменти, като се заместят в получените формули се получават числа и графики за собствените честоти и форми. Поради ограничения обем страници и поради фирмени тайни такива стойности ние не прилагаме, но сме апробирали с конкретни стойности на конкретна въжена линия. Формулите са годни за използване.

Литература:

- Ахчийски Васил, Илия Ангелов, Георги Илиев. „Кинематика на лифт с четири кабинни, хващачи, носачи и въже в 3D пространството на междустълбие”.
- Ангелов, И.В Матрична механика динамика.Авангарт Прима,София,2011
- Ангелов И.В.Матрично моделиране в 3D пространството на кинематиката ,динамиката и трептенията на механични модули и многомасови системи. Дисертация за присъждане а научната степен “доктор на техническите науки”, ТУ, София, 2000
- Ангелов.И.В.Славов,Сборник задачи матрична механика динамика и трептене, 2012,Авангарт прима.
- Петрова.Р, Анализ на собствените трептения на въздушен въжен път,ТУ,София, 2005
- Schneigert.Zbigniew.Aerial ropeways and funicular railways.1966

CONTINUOUS VIBRATIONS, NATURAL FREQUENCIES AND FORMS OF FOUR CABINS FROM MONOCABLE ROPEWAY IN 3D SPACE

V.AHCHIYSKI C.ANGELOV G. ILIEV

Abstract

This paper studies free oscillations, natural frequencies and forms of four cabins from monocable gondola lift in 3D space with matrix mechanic methods. Mass elastic and geometrical properties of the transport system are taken into account. Formulas are obtained for the kinetic energies and the potential energies from linear and angular deformations of the rope and the load of the cabins. Differential equations are comprised using the Lagrange method of the second kind, obtaining formulas for calculating the natural frequency and forms of the free oscillations.

Keywords

ropeway, natural frequencies, matrices, elastic elements, mass moments of inertia, masses, natural frequencies and forms on the oscillations.