СРЕДНИ ВЕЛИЧИНИ ПРИ ТЕХНИЧЕСКИЯ АНАЛИЗ НА ВАЛУТНИТЕ ПАЗАРИ

д-р Асен Велчев

Увод. Финансите привличат желаещите бърз капитал. Наше задължение е ***не*** да ги хлъзнем в пропаст, а да опитаме да ги предпазим. Масови реклами обещават бързи безрискови печалби за хора напълно ***не***опитни (!), без познания, с (!) практически ***не***ограничен брой (рекламите текат с месеци, но така и ***не*** се изчерпва въображаемата златна мина). Печалбите са от on-line търговия *отвкъщи* (колко лесно!) на фондови борси и валутни пазари в далечни (!) страни, с ***не***познати и ***не***предсказуеми електронни валути, и т.н. „Рибарите”, в началото, „пускат гювеч” на „рибката”. После тя задължително губи спечеленото и осъмва на минус, който трябва да покрие… със заем. На падежа, за да ***не*** остане без кола/жилище, „рибката” тегли нов, плаща стария, затъва още повече, пак опитва „умения” и „късмет” на борсата, и губи още. Почти е ***не***възможно „хитра рибка” да „изяде само стръвта” и после избяга, т.е., да напусне системата веднага след първия успех: залагат ѝ нова и нова стръв, адреналинът рязко се вдига и… алчността я проваля, дори да няма друг капан, а обикновено има. „Рибката” изгубва и работата си, защото и там иска голямо заплащане за малко труд, ***не*** осъзнава колко задължения има, които ***не*** спазва, мрази началници, бори се с колеги кой да се издигане, губи приятели (кой обича такива рибки?) и… *кой*, тогава, да я спаси от „акули”? Те ползват принуда, подкупи, дупки в закона и почти всичко изпипват формално изрядно в правно отношение. <u>А скромно и усилено работещите за обща полза са добри професионалисти, търсени, уважавани, имат по-стабилно положение и семейство</u>, <u>*и държавата просперира*</u>!

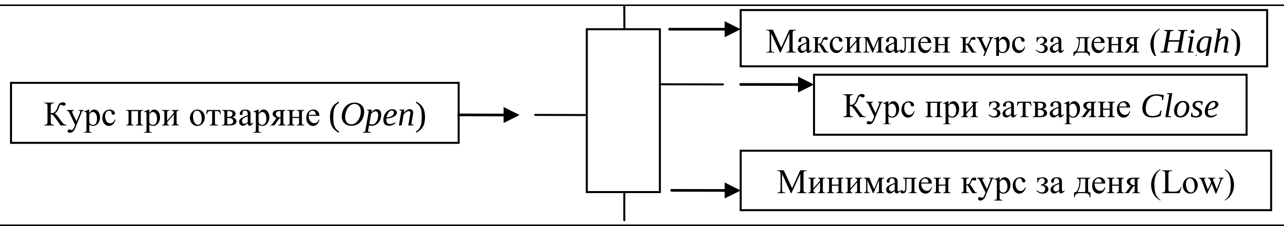
За участници във валутни пазари е важно да прогнозират, възможно най-точно, движенията (качване, спад) на валутните курсове. Това пособие дава част от нужните за целта познания и умения на учащи, учители и професионални икономисти. То е обединение с разширение на статии [1, 2, 3], и корекции на грешки оттам.

Технически анализ. Метод е за прогнозиране [6, с. 7-10] цени на акции, валути и др., на база статистически данни за тези величини за минали периоди (ще видим как се прави). Техническите анализатори правят прогнози какво е най-вероятно да се случи на пазара, но без гаранции да бъде точно така. При прогнози за валутни пазари говорим за **Т**ехнически **А**нализ на **В**алутни **П**азари (*ТАВП*). **Основни променливи** при *ТАВП* са (**1**) *обем търгувани валути,* (**2**) *обменни курсове една спрямо друга* и (**3**) *продължителност на времевите интервали*, в които отчитаме (**1**) и (**2**). Стандартно (**3**) в *ТАВП* е 5, 15, 30 минути, час, 4 ча̀са, денонощие, седмица и др. (има свобода в избора: <u>средствата за коя да е цел се избират според нея и ситуацията</u>. **Навсякъде тук** единицата мярка за време ще е един ден, валутния курс – EUR-USD, x_i – курса за ден i, данните – взети от специализирана компютърна платформа BenchMark MetaTrader [7] (тя има възможности за обработката им и готов резултат, но за учебна цел, ще ги обработим в Microsoft Excel). **Фиг. 1** дава динамиката на обменния курс за 48 дни, чрез толкова броя бели и черни свещички (candles – **Фиг. 2.А**, **Б**). Валутния курс отчитаме по вертикалата *Oy*, поредните номера на дните – по *Ox*, а червената тренд-линия ще обсъдим по-натам в статията (**Отворен въпрос 1**).

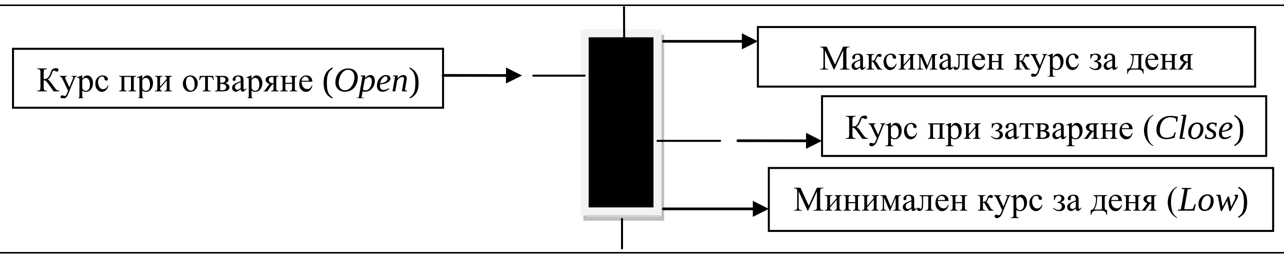
Фиг. 1. Динамика валутен пазар 9.10.2013 - 28.12.2013 - BenchMark MetaTrader 4.

Към края ще обсъдим червената тренд-линия на **Фиг. 1** (**Отворен въпрос 1**).

Вертикалният правоъгълник на **Фиг. 2.А** е бяла свещ. Долната ѝ основа е на ниво *Low* – минимален курс за деня, горната е *High* – максимален курс, чертата отляво – курс при отваряне (*Open*), а излизащата отдясно – при затваряне (*Close*). Може *Open*/*Close* да съвпада с *Low*/*High* (екстремален курс при отваряне/затваряне). Бяла свещ = растящ курс (т.е. *Close* > *Open*), черна = падащ (**Фиг. 2.Б**, *Close* < *Open*):



Фиг. 2.А. Схема на **бяла** свещичка.



Фиг. 2.Б. Схема на **черна** свещичка.

Плъзгащи средни. Нека стойностите на курса за 20 поредни дни са $x_1 = 22$, $x_2 = 21, x_3 = 22$, $x_4 = 23, x_5 = 23$, $x_6 = 24, x_7 = 14, x_8 = 21$, $x_9 = 22, x_{10} = 20$, $x_{11} = 21, x_{12} = 23$, $x_{13} = 24, x_{14} = 25$, $x_{15} = 22, x_{16} = 23$, $x_{17} = 24, x_{18} = 25$, $x_{19} = 23, x_{20} = 24$. Има рязък спад –

без аналог – в ден седми, т.к. $x_7 = 14$. Явно, този ден на пазара е влиял някакъв временен, случаен фактор, който следва да има малък дял в ценовѝте прогнози, а по-устойчивите фактори – по-голям. Това се постига с усредняване на данните: $b_3 = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5}$, $b_4 = \dfrac{x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{5}$, … , $b_i = \dfrac{x_{i-2} + x_{i-1} + x_i + x_{i+1} + x_{i+2}}{5}$ са средни ***не***претеглени: b_3 на първите 5 цени, приписана към 3[ти] ден; b_4 - на цените от втори до 6[-ти] ден вкл., приписана към ден 4. Изобщо, 5-дневният период, чрез който смятаме усреднена цена b_i за ден *i*, включва по два дни преди и след деня *i*, и него.

Числата $\{b_n\}$ наричаме **плъзгащи/подвижни/верижни средни** на $\{x_n\}$, понеже отместване с един член в $\{b_n\}$ води до „плъзгане" с една позиция на всеки пет члена от $\{x_n\}$: сравнете в $b_3 = \dfrac{x_1 + (x_2 + x_3 + x_4 + x_5)}{5} = 22{,}2$ и $b_4 = \dfrac{(x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + x_6}{5} = 22{,}6$ на $\{x_n\}$ номерата – повтарящите се са в скоби. Нататък: $b_5 = 21{,}2$, $b_6 = 21$, $b_7 = 20{,}8$, $b_8 = 20{,}2$, $b_9 = 19{,}6$, $b_{10} = 21{,}4$ … *Няма* резки колебания в стойностите на $\{b_n\}$, за разлика от $\{x_n\}$.

Simple Moving Average (*SMA*) [5, с. 140] – $\{b_n\}$ е обикновено/просто плъзгащо ***не***претеглено средно на $\{x_n\}$: $SMA_3 = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_5}{5}$, $SMA_i = \dfrac{x_{i-2} + \ldots + x_i + \ldots + x_{i+2}}{5}$, а по-общо, за ***не***четен /четен брой усреднявани данни, съответно:

(*) $SMA_i = \dfrac{x_{i-k} + \ldots + x_i + \ldots + x_{i+k}}{2k+1}$ / $SMA_i = \dfrac{x_{i-k} + \ldots + x_i + \ldots + x_{i+k-1}}{2k}$;

Пример: $SMA_6 = \dfrac{x_{6-5} + \ldots + x_6 + \ldots + x_{6+5-1}}{2.5} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{10}}{10}$ за 10 усреднявани данни, а $SMA_6 = \dfrac{x_{6-5} + \ldots + x_6 + \ldots + x_{6+5}}{2.5+1} = \dfrac{x_1 + x_2 + \ldots + x_{11}}{11}$ – за 11 данни.

Има разни видове *SMA*. За усреднен курс за ден 11, например, може да ползваме данни за 1) 10 предходни дни, 2) 10 следващи или 3) 5 предходни, него и 4 следващи. В първия случай (*SMA* **закъсняващо**) тенденциите се виждат със по-късно (среден курс за *предни* дни е отнесен към *последния*: $SMA_{i,\ past} = \dfrac{x_{i-2k} \ldots + x_i}{2k+1}$), като „*i*, *past*" значи: резултат от минали данни важи за ден *i*. Втори случай (**изпреварващо** *SMA*) – тенденциите виждаме рано: $SMA_{i,\ future} = \dfrac{x_i \ldots + x_{i+2k}}{2k+1}$ е средно от бъдещи данни, отнесени към ден *i*. Трети случай: SMA_{mid}/*SMA* **настоящо** = формула (*).

Предстои да въведем още видове подвижни средни и където става дума общо за всякакви подвижни средни, ще пишем само „*MA*" – от „Moving Average(s)".

Табл. 1 съдържа данни за 14 дни от общо 56 дни, дадени в електронна таблица в Excel, която ще обработваме и представяме графично тук после, а засега е ***не***нужно да я показваме цялата. В колона „*Open*" тук, в **Табл. 1**, е даден курс при отваряне, в „*Close*" - при затваряне и т.н., в „*Date*" – дата и във „*Volume*" – обема продажби:

Date	*Open*	*High*	*Low*	*Close*	*Volume*
8.4.2015	1,0816	1,0829	1,0763	1,0782	31169
9.4.2015	1,0782	1,0790	1,0776	1,0784	7028
10.4.2015	1,0784	1,0788	1,0760	1,0780	13525
11.4.2015	1,0780	1,0786	1,0731	1,0744	23928
12.4.2015	1,0744	1,0775	1,0729	1,0767	28288
13.4.2015	1,0767	1,0778	1,0668	1,0670	45835
14.4.2015	1,0670	1,0670	1,0637	1,0654	22163
15.4.2015	1,0653	1,0668	1,0650	1,0666	8382
16.4.2015	1,0666	1,0683	1,0661	1,0677	12552
17.4.2015	1,0677	1,0683	1,0606	1,0613	24473
18.4.2015	1,0612	1,0632	1,0574	1,0585	36988
19.4.2015	1,0585	1,0635	1,0568	1,0596	38326
20.4.2015	1,0597	1,0609	1,0582	1,0609	17005
21.4.2015	1,0609	1,0609	1,0595	1,0599	1653

Таблица 1. Данни валутен курс EUR-USD за 14 поредни дни.

Всяка сива клетка в ред 1 в **Табл. 2** е SMA_{future} на едноименната колона в **Табл. 1**: сивата клетка в колоната „*Open*” на **Табл. 2** е SMA_{future} на 14-те числа от колоната „*Open*” в **Табл. 1**, а сивата клетка в колона „*High*” на **Табл. 2** е SMA_{future} на 14-те числа в колона „*High*” в **Табл. 1**. Изобщо, всяка клетка в ред *n* в **Табл. 2** е SMA_{future} на числата от едноименната колона в **Табл. 1** (която има 56 реда в Excel), взети в участъка ѝ от ред *n* до ред *n* + 13:

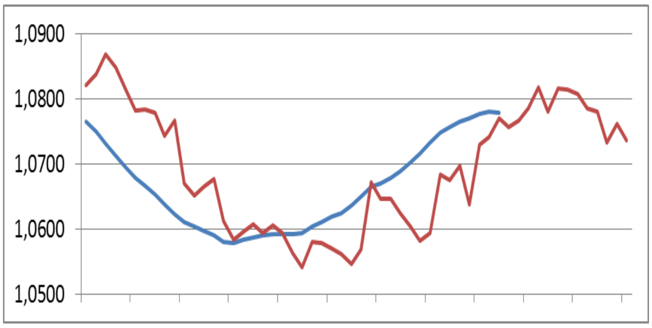
Open	**High**	**Low**	**Close**	**Volume**
1,0696	1,0710	1,0664	1,0680	22236,7857
1,0680	1,0694	1,0652	1,0668	20242,5000
1,0667	1,0682	1,0638	1,0654	20772,1429
1,0654	1,0670	1,0624	1,0639	21542,3571
1,0638	1,0655	1,0609	1,0624	22483,5714
1,0624	1,0643	1,0595	1,0611	24038,5714
1,0611	1,0630	1,0587	1,0605	22081,7143
1,0604	1,0624	1,0582	1,0599	21024,1429

Таблица 2. *SMA* за данните от **Табл. 1**.

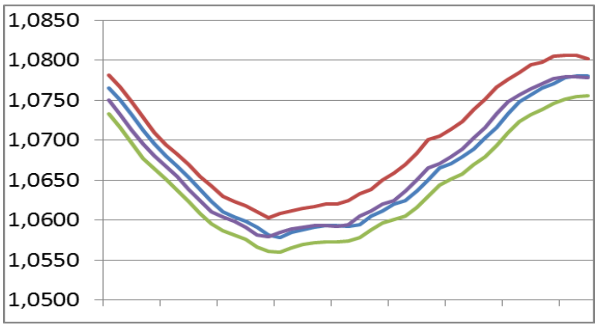
За попълване на клетките в **Табл. 2** в Microsoft Excel ползваме вградената му функция „Average” (средно аритметично). За целта, във всяка празна клетка пишем знак „=”, което за Excel значи: „ще се въведе формула”. После до знака „=” без интервал, пишем първите две букви от „Average” и от появилото се под клетката падащо меню с имена на функции избираме „Average”. Името ѝ се появява в командния ред с отваряща скоба, т.е., Excel чака входни данни /аргумент(и) за функцията. Маркираме 14$^{\text{-те}}$ съответни клетки в **Табл. 1**, чието *SMA* търсим и натискаме „Enter”. Резултатът се появява в клетката. **Фиг. 3** е с графики на данните от колони *Open*: червената е за **Табл. 1**, а синята (видимо по-гладка от червената) *MA* притъпяват краткосрочни колебания) – за **Табл. 2**. *SMA*-линията е по-къса, защото **Табл. 1** има 56 реда, а **Табл. 2** – 43 (ред 43 е *SMA* на редове 43÷56 от **Табл. 1**).

Графиката за курс *Open* на **Фиг. 3**, отначало, е над тази на SMA_{future}, т.е., курсът е *над средния* за периода („махалото” е отклонено нагоре от равновесното положение). Ясно: има вероятност за спад (връщане на „махалото” обратно, т.е., надолу). Ако курсът е под *SMA* (т.е., под средния очакван, защото *SMA* дава именно очаквано ниво), както е при втората част на графиките, там има вероятност за вдигане и наистина – там се изкачва нагоре и червената графика с реалния курс, и той се вдига.

SMA на курсовете *Open*, *Close*, *High* и *Low* са на **Фиг. 4**: графиката за *Low*/*High* е най-долната/най-горна (логично); при спад на курса (когато графиките заедно слизат надолу) и следователно нивàта при отваряне са над тези при затваряне, графиката на курс *Open*, виждаме, е над тази на *Close* (логично). Обратното виждаме при вдигане на курса, тоест, при изкачване на графиките (също е логично):



Фиг. 3. Курс *Open* - **Табл. 1** (начупена линия) и SMA_{future} за *Open* - **Табл. 2** (гладката линия)



Фиг. 4. *SMA* на курс *Open*, *Close*, *High* и *Low*

<u>Отворен Въпрос 2</u>: Как да различаваме графиките на SMA_{past}, SMA_{mid} и SMA_{future}?

Pivot Points (*PP*) – опорни точки [5, с. 139]: усреднени нива на курса *за даден ден*. Пресмятат се чрез курсовете Open, Close High и Low. При реален валутен курс, надвишаващ *PP*, има увеличено търсене, а при курс под *PP* – увеличено предлагане.

Видове *PP* :

1) Традиционна: $\dfrac{\text{High} + \text{Low} + \text{Close}}{3}$ (**Фиг. 5**) – липсва курс *Open* $\Rightarrow$ тази *PP* усилва последната тенденция (в средата и края на деня, т.е. при изхода);

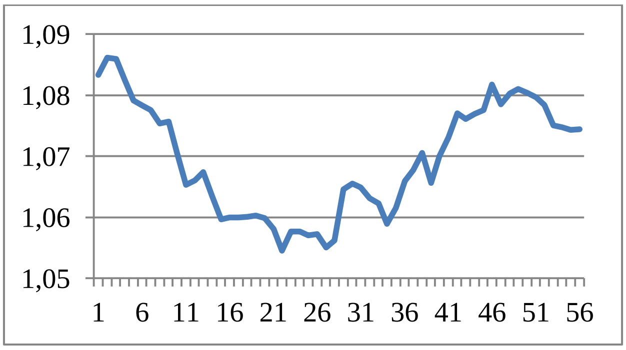
2) I вариант: $\dfrac{\text{Open} + \text{High} + \text{Low} + \text{Close}}{4}$ (**Фиг. 6**) – равно участват всички курсове за деня;

3) II вариант: $\dfrac{\text{Open} + \text{High} + \text{Low}}{3}$ (**Фиг. 7**) – олекотява изходните данни: няма курс *Close*;

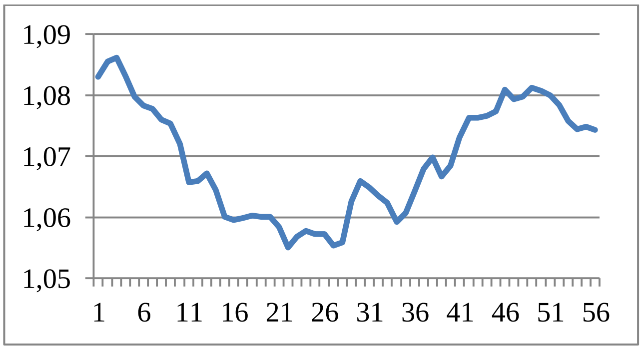
4) $P = \dfrac{\text{Open}(\text{t}) + \text{High}(\text{y}) + \text{Low}(\text{y}) + \text{Close}(\text{y})}{4}$ (**Фиг. 8**) се формира от вчерашните курове *High*(*y*), *Low*(*y*) и *Close*(*y*) – *y* е от yesterday – и *Open*(*t*) от днес (*t* – today), т.е., три вчерашни курса + днешния *Open*, за да натежи прясната тенденция.

Графиките на *PP* на **Фиг. 6, 8** са малко по-гладки от на *Open* и *Close* на **Фиг. 9, 10** $\Rightarrow$ усредняването за получаване на *PP* дава стабилност, по-малко от *SMA*, т.к.

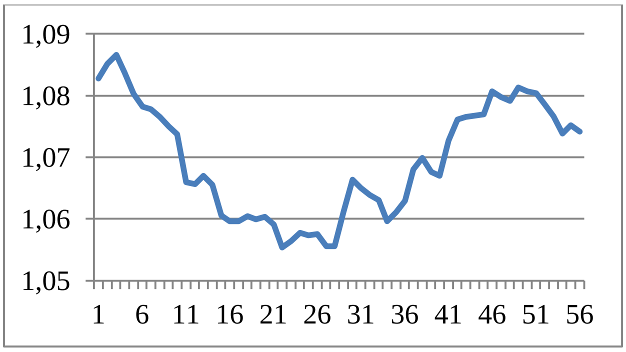
разликата в назъбеността на *PP* на **Фиг. 5-8** и „суровите” курсове на **Фиг. 9-10** е много по-малка от тази между *SMA* на *PP* на **Фиг. 11** и самите *PP* на **Фиг. 5-8**:



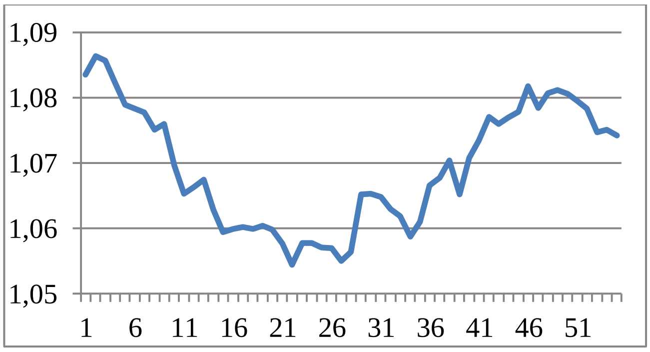
Фиг. 5. *PP* традиционна



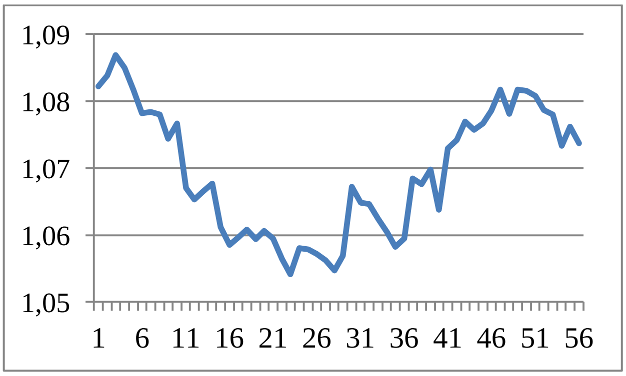
Фиг. 6. *PP* I вариант



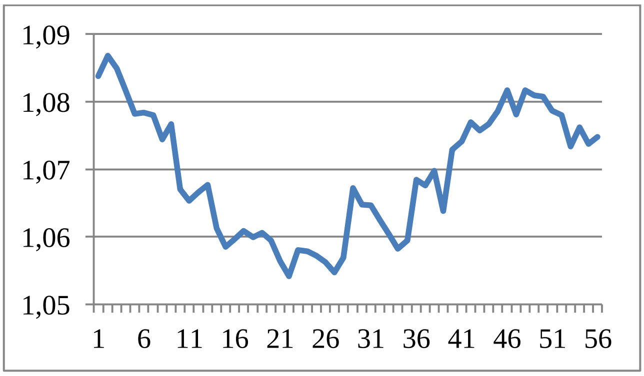
Фиг. 7. *PP* II вариант



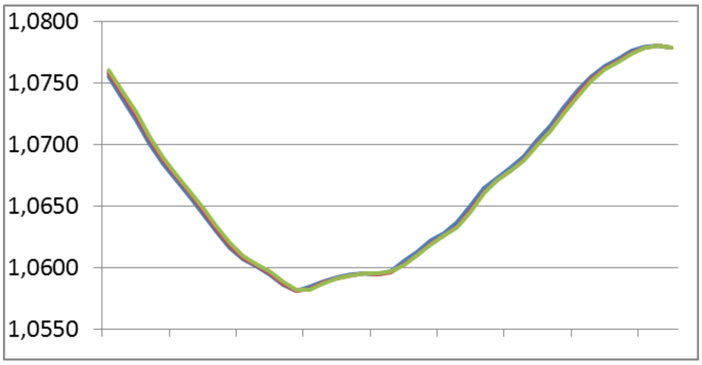
Фиг. 8. $P = \dfrac{Open(t) + High(y) + Low(y) + Close(y)}{4}$



Фиг. 9. Курс *Open*



Фиг. 10. Курс *Close*



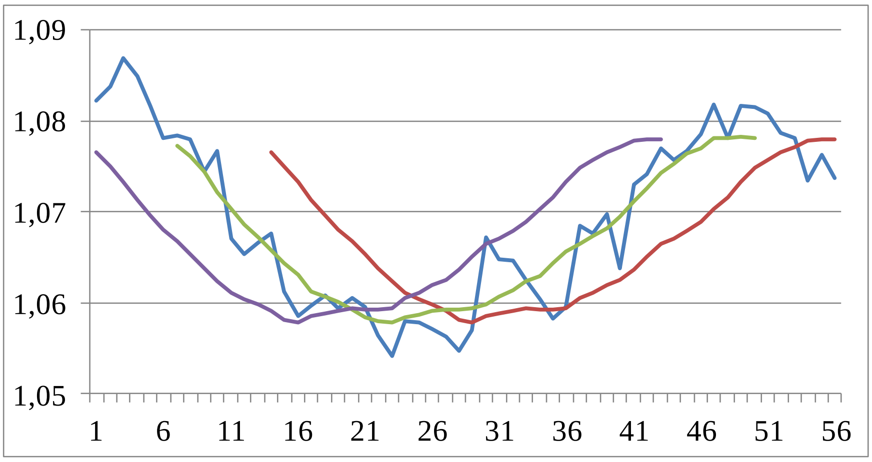
Фиг. 11. *SMA* за *PP* Традиционна, I вариант и II вариант (практически се сливат).

Може да се изчислят *SMA* за *PP*, както за курсовете *Open*, *Close*... За целта първо смятаме самите *PP* – ден за ден, а после – техни *SMA*. *SMA* на различните видове *PP* са *почти равнозначни* (почти се сливат графиките им на **Фиг. 11**) и са по-гладки от *SMA* на курсовете *Open*, *Close*, поотделно.

Отворен Въпрос 2 е как да различим графиките на SMA_{past}, SMA_{mid} и SMA_{future}.

Отговор 2: Назъбената синя линия на **Фиг. 12** е курс „*Open*" за 9.10.2013 г. – 18.10.2013г., червената е SMA_{past}. Тя започва в 14-тия ден, т.к. средното аритметично за първите 14 дни се приписва на него. SMA_{future} (лилавата графика) започва най-вляво и приключва в 43-тия ден (виж деленията по *Ox*), а SMA_{mid} (зелената линия) е по средата между SMA_{past} и SMA_{future}. Тя оставя ***не***покрити два интервала от по 7 дни от двете си страни. Трите *SMA* имат еднаква форма, защото са получени от усредняване на едни и същи данни, но отнасяни няколко дни по-рано/по-късно. Всяка *SMA*-графика се получава с хоризонтално успоредно пренасяне (транслация) на коя да е друга и:

SMA_{future} отрано дава всички тенденции, а SMA_{past} – постфактум, но… няма как да сметнем SMA_{future} за днес, защото ***не*** знаем курса за бъдещи дни. Ако го знаехме, защо ни е *ТАВП*? SMA_{future} дава информация за курса допреди няколко дни. Най-близка до истинската графика е SMA_{mid}, но и тя **няма** стойности за последните дни. Това е ***не***отстранима слабост за всяко *MA*, освен MA_{past}, което пък дава *закъсняваща* информация, т.е., формално проблемът има решение, но по същество – ***не***!

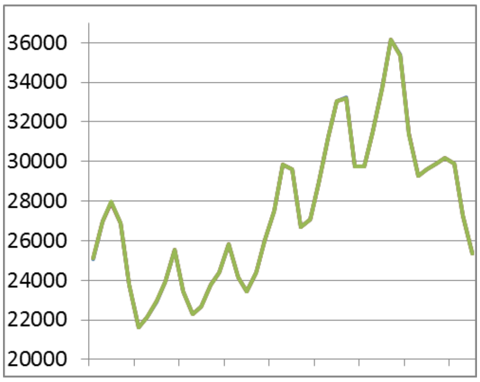


Фиг. 12. Графики на курс *Open* и трите вида *SMA* за него.

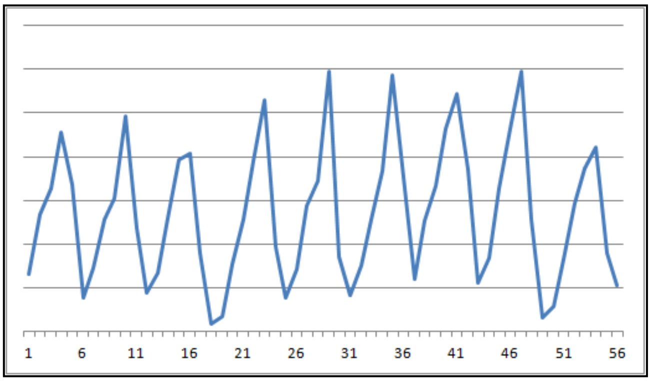
Претеглено средно аритметично (*средно претеглено*). 9 работника в отдел имат по 900 лв. месечна заплата, а един – 1 100 лв. 1 000 лв. ли е средната заплата в отдела? Ако равен брой работници получаваха по 900 лв. и по 1 100 лв., средна заплата: 1 000 лв. А как да я намерим? Тя е общата сума за заплати $S = 9.\,900 + 1.1100 = 8\,100 + 1100 = 9\,200$ лв., делена на броя работници $N = 10$, т.е., $\mu = S / N = 9\,200/10 = 920$ лв./мес. Всяка заплата x_i е умножена в *S* по честотата ѝ на поява сред данните f_i (*f* е първата буква от „frequency", което значи честота), т.е., f_i е приета за тегло (тежест, значимост) на стойността x_i и оттам е названието „средно-претеглено”. Така $S = x_1.f_1 + x_2.f_2 + \dots + x_n.f_n$, а общият брой изследвани елементи е сумата от честоти, с които се срещат отделните данни: хората тук са $N = f_1 + f_2 = 9+1=10$, т.е., принципно $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$, а средно-претегленото

$$(**) \quad \mu = \frac{S}{N} = \frac{x_1.f_1 + x_2.f_2 + \dots + x_n.f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

Ако умножим стойности на *PP* по тегла съответните обеми продажби, ще получим ли средно-претеглен курс и *по-точен* ли ще е той от ***не***претеглено *SMA*, както при заплатите? Ако да, това ли са възможно най-точните тегла? Изглежда честно цени, на които е продадена повече валута, да тежат повече. *SMA*(*PP*Volume*) има ***не***правдоподобно назъбена за целта графика (**Фиг. 13.А**)! Да разгледаме <u>*период на спад*</u> на курса. Обемът тогава пулсира: ту расте, ту спада. Защо? При спад на курса е логично (и видно в **Табл. 1**) продажбите да нарастат и после паднат, и свалят курса още. Ако само растат, продажбите ще качат курса, но понеже разглеждаме период на спад $\Rightarrow$ обемът ***нито*** расте ***не***отклонно, нито намалява ***не***отклонно: няма как да намаляват и цени, и продажби, *ако няма девалвация* $\Rightarrow$ обемът *пулсира*, а с него и *SMA*(*PP*Volume*), докато курсът ***не*** пулсира при спад. В период на вдигане на курса е аналогично. Именно това пулсиране се вижда на **Фиг. 13.А**:



Фиг. 13.А. *SMA*(*PP*Volume*)



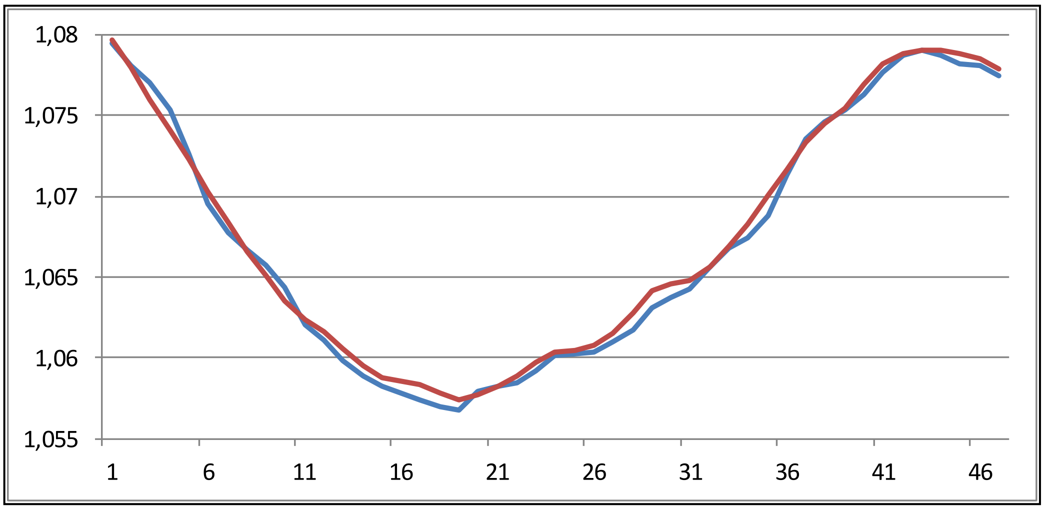
Фиг. 13.Б. *PP*Volume*

Графиката на *PP*Volume* (**Фиг. 13.Б**) пулсира още по-силно. Явно, *SMA*(*PP*Volume*) и *PP*Volume* ***не*** са валидни характеристики. А що е точност и що е валидност? Ще поясним с пример: колкото и точен термометър да имаме, ако с него мерим валутен курс, резултатът е ***не***валиден. Нуждаем се от инструменти, които са и точни, и валидни.

SMA(*PP*Volume*) ***не*** е средно-претеглен курс. Защо? Ако $p_1, \dots, p_{14}$ са стойности на някоя *PP* за 14 поредни дни, а $v_1, \dots, v_{14}$ - обемите продадена валута за същите дни, то *PP*Volume* = $p_i v_i$ за деня *i*, а *SMA*(*PP*Volume*) = $\frac{p_1 v_1 + p_2 v_2 + \dots + p_{14} v_{14}}{14}$; но <u>средно-претегления курс</u>, съгл. (**), е $\bar{p} = \frac{p_1 v_1 + p_2 v_2 + \dots + p_{14} v_{14}}{v_1 + v_2 + \dots + v_{14}} \Rightarrow SMA(PP*Volume) \neq \bar{p}$.

Какво е $\frac{p_1v_1 + p_2v_2 + \cdots + p_{14}v_{14}}{14}$, тогава? p_1v_1 е оборота за I ден (цената p_1 * обема v_1), p_2v_2 е оборота за II ден, … $p_{14}v_{14}$ - за 14^-тия^ ден. Тогава *SMA*(*PP**Volume*) е *среден дневен оборот* за тези 14 дни, но ***не** той ни е цел, нито е подходящо средство за нея (курса)*, защото може да е *един и същ* оборот при: А) висок курс и нисък обем, и Б) нисък курс и голям обем (т.е., еднакъв оборот може да съответства на *различен* курс).

Ето, средният оборот *SMA*(*PP**Volume*) е ***не**валидна характеристика, макар точна. Точна, защото е средно-аритметично на оборота, сметнато по утвърдена формула (*). А средно-претегленото $\bar{p}$ валидна и точна характеристика ли е? Точна е, защото се получава по утвърдена формула (**). Дали е валидна, *зависи от целите ни*. Графика на SMA_{mid} за *PP* I вариант – червената на **Фиг. 14** и синята – на претеглената величина $MA_{mid}\ \bar{p}_i = \frac{p_{i-7}v_{i-7} + p_iv_i + \cdots + p_{i+6}v_{i+6}}{v_{i-7} + \cdots + v_i + \cdots + v_{i+6}}$ – са почти равностойни. Извод: обемите на продажбите, като тегла, ***не*** влияят съществено на резултата. Затова, за по-лесно, смятаме ***не**претеглено* *SMA*:



Фиг. 14. Графики: червената е на SMA_{mid} I вариант, а синята – за величината

$$MA_{mid}\ \bar{p}_i = \frac{p_{i-7}v_{i-7} + p_iv_i + \cdots + p_{i+6}v_{i+6}}{v_{i-7} + \cdots + v_i + \cdots + v_{i+6}}$$

Cumulative moving average (*CMA*) – плъзгащо средно с натрупване данни за всички дни от първия до последния – представлява числова редица с формула:

$$(***)\ CMA_n = \frac{x_1 + \ldots + x_n}{n}, \text{ т.е., } CMA_1 = x_1, CMA_2 = \frac{x_1 + x_2}{2}, CMA_3 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \ldots$$

Разлика със *SMA*: CMA_{30} е средна на 30 данни: x_1, x_2, … , x_{30}, а CMA_{10} – на 10 данни: x_1, x_2, … , x_{10} (фиксирано начало, подвижен край) $\Rightarrow$ има *MA* с фиксиран и с променлив брой данни. *Променлив* е при *CMA*, а фиксиран – при *SMA*. Ако смятаме всеки член в редицата ***не**зависимо от другите, по директна формула, като (*), (**) и (***), *последната* наричаме *итерационна*. Да потърсим *рекурентна* формула за *CMA* (recurrent – повтарящ се). „Повтаряне” има в това всеки член A_n на редицата (без A_1) да смятаме чрез предходен A_{n-1}. За A_1 няма предходен член, понеже той е първи. Самата редица наричаме рекурентна. За намирането ѝ са нужни:

1) начален/базов/първи член (тук $CMA_1 = x_1$, защото при само един ден, средният курс за „периода” е тъкмо курса x_1 за този ден) и

2) формула за „стъпка напред”: ако се знае как се преминава от CMA_i към CMA_{i+1}, ще можем от CMA_1 да получим CMA_2, от CMA_2 - CMA_3, от CMA_3 - CMA_4 и т.н.

Рекурентна връзка тук: $CMA_n = \dfrac{\overbrace{x_1 + x_2 + \cdots + x_{n-1}}^{(n-1)CMA_{n-1}} + x_n}{n} = \dfrac{1}{n}x_n + \dfrac{n-1}{n}CMA_{n-1}$ - или

(****) $CMA_n = \alpha . x_n + (1-\alpha).CMA_{n-1}$, ако озн. $\alpha = 1/n$ (рекурентна формула).

(Δ) $LWMA_n = \dfrac{1.x_1 + 2.x_2 + \cdots + n.x_n}{1 + 2 + \cdots + n}$ (итерационна или рекурентна е Δ?);

При $LWMA_5 = \dfrac{1.x_1 + 2.x_2 + \cdots + 5.x_5}{1+2+3+4+5}$, например, теглото на курс x_5 за ден пети е 5, а теглото на x_1 за първия ден е 1, т.е., теглото на x_5 = 5 * теглото на x_1 за ден 1. Така далечната история ще влияе слабо – разумно е. (Δ) е <u>итерационна</u>, защото $LWMA_n$ се смята директно, а ***не*** чрез $LWMA_{n-1}$. Да изведем и *рекурентна* (ΔΔ):

$$LWMA_{n-1} = \frac{\overbrace{1.x_1 + 2.x_2 + \cdots + (n-1).x_{n-1}}^{\sum_1^{n-1} i.x_i}}{\underbrace{1+2+\cdots+(n-1)}_{\sum(n-1)}},\ LWMA_n = \frac{\overbrace{1.x_1 + 2.x_2 + \cdots + (n-1).x_{n-1}}^{\sum_1^{n-1} i.x_i} + n.x_n}{\underbrace{1+2+\cdots+(n-1)+n}_{\sum n}} =$$

$= \dfrac{\sum_1^{n-1} i.x_i}{\sum n} + \dfrac{n.x_n}{\sum n} = \dfrac{\sum_1^{n-1} i.x_i}{\sum(n-1)} \cdot \dfrac{\sum(n-1)}{\sum n} + \dfrac{n.x_n}{\sum n} = LWMA_{n-1} \cdot \dfrac{\sum(n-1)}{\sum n} + \dfrac{n.x_n}{\sum n}$; ако означим $\alpha = \dfrac{n}{\sum n}$, то $\dfrac{\sum(n-1)}{\sum n} = \dfrac{\left[\sum(n-1)+n\right]-n}{\sum n} = \dfrac{\left(\sum n\right)-n}{\sum n} = 1 - \dfrac{n}{\sum n} = 1-\alpha$ и $LWMA_n = \alpha . x_n + (1-\alpha)LWMA_{n-1}$, а от $\sum n = n(n+1)/2 \Rightarrow \alpha = \dfrac{n}{\sum n} = \dfrac{n}{n(n+1)/2} = \dfrac{2.n}{n(n+1)} = \dfrac{2}{n+1}$, т.е.:

(ΔΔ) $LWMA_1 = x_1,\ LWMA_n = \alpha x_n + (1-\alpha)LWMA_{n-1}$, за $\alpha = 2/(n+1)$.

<u>Отворен въпрос 3</u> (отговор – по-надолу). Какви предимства /недостатъци /различни приложения виждате \ очаквате за *CMA*, *SMA* и *LWMA*?

Тълкуване на рекурентната формула. $LWMA_n = \alpha x_n + (1-\alpha)LWMA_{n-1}$ означава, че днешната *LWMA$_n$* е дял (примерно $\alpha = 1/4$) от днешната цена, плюс допълващ дял $1-\alpha = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$ от вчерашната *LWMA$_{n-1}$* (сборът от дяловете е 1, а в проценти: 100). Т.е., ако 15% от новата *LWMA* е днешната цена, то 85% от нея е вчерашната *LWMA*; ако пък са 22% от днешна цена, то 78% са от предната *LWMA*. С натрупване на повече минали дни и растене на $n+1$, делът $\alpha = 2/(n+1)$ на новата цена *оправдано* намалява. По (ΔΔ) се получава ***не*** само всеки следващ член на редицата, но и базата: $LWMA_1 = \alpha x_1 + (1-\alpha).LWMA_0 = \frac{2}{1+1} \cdot x_1 + (1-1)LWMA_0 = 1.x_1 + 0.LWMA_0 = x_1$. Изобщо, за да се получи и базата по същата рекурентна формула, т.е., $MA_1 = 1.x_1 + 0.MA_0$, трябва $\alpha = 1$ при $n = 1$. Това се постига и за $\alpha = 1/n$, както е при *CMA*, но тогава теглата на *новите* данни биха падали рязко с растенето на *n*. При $n = 100$, например, теглото на курса за новия ден би било само $\alpha = 1/n = 0{,}01$, докато при $\alpha = \frac{2}{n+1} = \frac{2}{100+1} = \frac{2}{101} \approx 0{,}02 \Rightarrow$ *LWMA* изглежда по-обещаващо от *CMA*.

Exponentially Weighted Moving Average (*EWMA* или още *EMA*) [5: с. 140-141; 8, 9] – експоненциално/показателно претеглено подвижно средно:

$$(\Delta\Delta\Delta)\ EWMA_n = \frac{x_n + (1-\alpha)x_{n-1} + \cdots + (1-\alpha)^{n-1}x_1}{1 + (1-\alpha) + \cdots + (1-\alpha)^{n-1}},\ \text{където}\ \alpha \in (0;1).$$

Всеки член в редицата $1 > 1-\alpha > \cdots > (1-\alpha)^{n-1}$ е предходния по $(1-\alpha)$, но понеже $1-\alpha < 1$, полученото с това умножение тегло, е все по-малко. Т.е., теглата на курса намаляват назад във времето, а са по-високи **за последните дни**.

Рекурентната формула (ΔΔ) важи за *EWMA* при $n \to \infty$, като в този случай може, с прегрупиране на членове, (ΔΔ) да се даде и така:

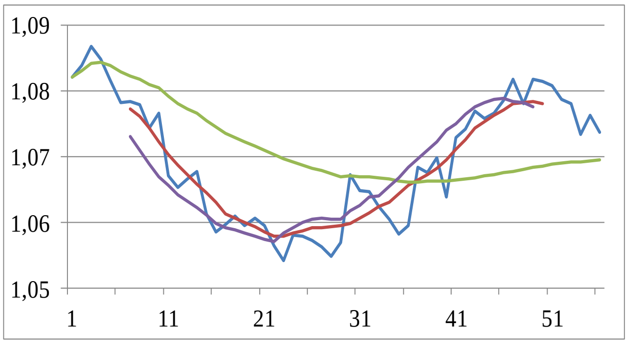
$$EWMA_n = \alpha x_n + (1-\alpha)EWMA_{n-1} \Leftrightarrow EWMA_n = \alpha x_n + EWMA_{n-1} - \alpha.EWMA_{n-1} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow EWMA_n = EWMA_{n-1} + \alpha x_n - \alpha.EWMA_{n-1} \Leftrightarrow EWMA_n = EWMA_{n-1} + \alpha(x_n - EWMA_{n-1}),\quad \text{т.е.}$$
$$(\Delta\Delta\Delta\Delta)\ \ EWMA_{today} = EWMA_{yesterday} + \alpha(x_{today} - EWMA_{yesterday}).$$

В частност, при $\alpha = 2/(n+1)$ за всяко *n*, се получава *LWMA*, а при $\alpha = 1/n$ – *CMA*. Новото *EWMA*, съгласно (ΔΔΔΔ), е старото *EWMA* плюс *част* от *разликата* между днешна *цена* и стара *EWMA*. А тази разлика е *отклонението* на цената днес от *средното* за предни дни, т.е., то е отклонение на цената днес от *очакваното ѝ ниво* ($EWMA_{n-1}$ е *тъкмо то*). Т.е., новото средно е част от старото средно плюс *част* от отклонението на новата цена от него.

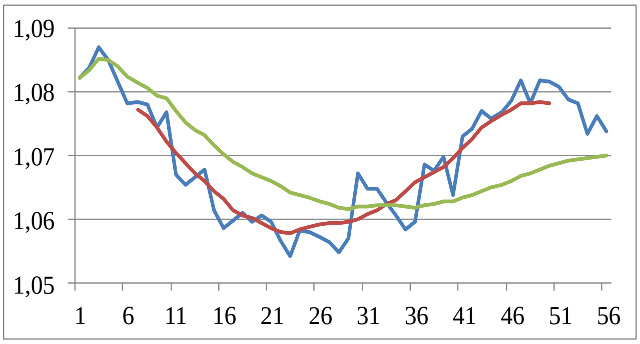
И тук има $EWMA_{past}$, $EWMA_{mid}$, $EWMA_{future}$. *EWMA* /*LWMA* могат да са с **фиксиран** брой дни като *SMA* и **кумулативни** като *CMA*. Кумулативна версия ли е или ***не***, зависи от x_1 – дали е курс за ден първи от историята на валутния пазар или ден първи от поредица с фиксиран брой дни. При $n = 10$, например, x_1 в (ΔΔ) е курс деня, *9 дни преди текущия*.

Отворен въпрос 4. С каква цел и защо по точно тази формула се пресмята *EWMA*? Какви предимства/недостатъци има *EWMA*, в сравнение със *SMA*, *LWMA* и *CMA*? Разгледайте кумулативните и ***не***кумулативни *LWMA* и *EWMA*.

<u>Отговор 3 и 4.</u> Фиг. 15.<u>А</u> дава курс *Open* (синя) и негови SMA_{mid} (червена), *CMA* (зелена) и $LWMA_{mid}$ ***не***кумулативна (лилава). Най-неточна изглежда *CMA*: първо е средна на малко числа и е близо до синята графика на курса, но после трупа всички стойности от първа до текуща и при дълги периоди време стойността и тенденцията ѝ странят от пазарните. Курсът расте от 28-мия ден (**Фиг. 15.<u>А</u>**), а *CMA* – чак от 36-тия. С нарастване броя дни новият курс x_n влияе все по-малко на CMA_n, но и случайни колебания, с натрупване на дни, имат все по-малка тежест. При кратко вдигане на курса след дълъг спад, *CMA* намалява, т.к. CMA_{n-1} все още е по-висока от x_n и курсът, макар растящ, дърпа *CMA* надолу. Едва при продължителен растеж *CMA* се качва *бавно*, т.е., сила и време на тенденциите: различни от видимите в *CMA*. Това частично губи позитивния ефект от стабилността, особено за ***не***обиграни математици:



Фиг. 15.А. Курс *Open*: реален, SMA_{mid}, *CMA* и $LWMA_{mid}$



Фиг. 15.Б. Валутен курс *Open*: реален, SMA_{mid} и кумулат. *LWMA*.

Желателно е средно положение: ако старите данни ***не*** липсват, но са с по-малки тегла, няма да омаловажат новите, а ще умаляват случайни колебания. Прогресивното намаляване на теглата на данните с времето при *EWMA* и *LWMA* е добро, защото ***не*** е все едно дали те са отпреди седмица, месец или година. Некумулативните *EWMA* и *LWMA* са по-чувствителни към нови тенденции и случайни колебания, а кумулативните - по-нечувствителни и към двете. Дали някое свойство е предимство или недостатък, зависи от целта. Някои явления траят седмица, други – месец, трети – година, и т.н. За дългосрочни явления и тенденции се използват 100-дневни, 200-дневни и др. *EWMA*, а за краткосрочни: 10-дневни, 14-дневни и т.н. Прогресивното намаляване на теглата на данните назад във времето ***не*** е гаранция за валиден резултат. За дългосрочни тенденции година назад ***не*** е минало, а настояще, но там пак може да се ползват вярно *LWMA* и *EWMA*, при времеви единици тримесечия /години.

На **Фиг. 15.Б.** SMA_{mid} (червена линия) е най-близо до истинския курс. Зелената линия на кумулативна *LWMA* премахва зъбчета (краткосрочните колебания) от синята и частично заглажда средносрочни: „снижава върхове” (на **Фиг. 15.Б.** минава под синята линия за $x > 37$) и „запълва долини” (над синята е за $x \in (5; 37)$). Как е по-добре: по-близо до реалната графика или умаляване на средносрочни колебания? Второто, защото краткосрочните колебания са случайни и за премахване, дългосрочните – за открояване, а средносрочните – средно положение, за което е удачен междинен подход: *LWMA* ги умалява и ***не*** заличава. Дотук тя диференцира най-добре трите вида колебания, а ***не***опитен наблюдател би предпочел *SMA*. Исторически първо е *SMA*, после – *CMA*, после – *LWMA* и *EWMA*. *LWMA* е просто *WMA*: теглата на данни са естествени числа, а *EWMA* е подобрена версия. Ето:

- $EWMA_1 = \frac{x_1}{1} = x_1$, $LWMA_1 = \frac{1..x_1}{1} = x_1$;
- при $EWMA_2 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{n+1} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}, (1-\alpha) = \frac{1}{3}$, откъдето $EWMA_2 = \frac{x_2 + (1-\alpha)x_1}{1+(1-\alpha)} =$

$$= \frac{x_2 + \frac{1}{3}x_1}{1+1/3} = \frac{x_2 + \frac{1}{3}x_1}{4/3} = \frac{3}{4}\left(x_2 + \frac{1}{3}x_1\right) = \frac{1}{4}x_1 + \frac{3}{4}x_2,$$ докато $LWMA_2 = \frac{1.x_1 + 2x_2}{1+2} = \frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2$;

- при $EWMA_3 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3+1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},\ (1-\alpha) = \frac{1}{2},\ (1-\alpha)^2 = \frac{1}{4}$, откъдето

$$EWMA_3 = \frac{x_3 + (1-\alpha)x_2 + (1-\alpha)^2 x_1}{1+(1-\alpha)+(1-\alpha)^2} = \frac{x_3 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{4}x_1\ \ /.4}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\ \ /.4} = \frac{4x_3 + 2x_2 + x_1}{4+2+1} = \frac{1}{7}x_1 + \frac{2}{7}x_2 + \frac{4}{7}x_3,$$

докато $LWMA_3 = \frac{1.x_1 + 2x_2 + 3x_3}{1+2+3} = \frac{1}{6}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{2}x_3$;

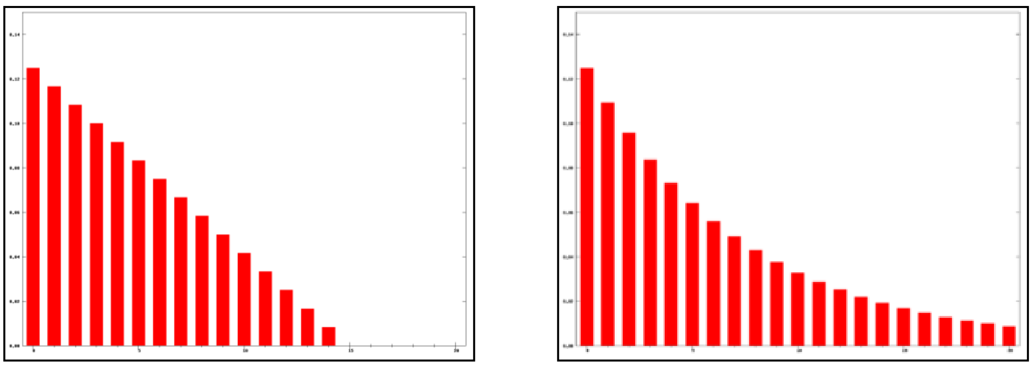
- при $n = 4 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{4+1} = \frac{2}{5} = 0{,}4,\ (1-\alpha) = 0{,}6,\ (1-\alpha)^2 = 0{,}36,\ (1-\alpha)^3 = 0{,}216,$

$$EWMA_4 = \frac{x_4 + (1-\alpha)x_3 + (1-\alpha)^2 x_2 + (1-\alpha)^3 x_1}{1+(1-\alpha)+(1-\alpha)^2+(1-\alpha)^3} = \frac{x_4 + 0{,}6.x_3 + 0{,}36.x_2 + 0{,}216.x_1}{1+0{,}6+0{,}36+0{,}216} =$$

$$= \frac{x_4 + 0{,}6.x_3 + 0{,}35.x_2 + 0{,}216.x_1}{2{,}176} \approx 0{,}099\ x_1 + 0{,}165\ x_2 + 0{,}276\ x_3 + 0{,}46\ x_4,$$ докато

$$LWMA_4 = \frac{1.x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4}{1+2+3+4} = \frac{1}{10}x_1 + \frac{2}{10}x_2 + \frac{3}{10}x_3 + \frac{4}{10}x_4 = 0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 + 0{,}3x_3 + 0{,}4x_4.$$

Теглата на последните данни са <u>по-високи при *EWMA*</u>, а на старите: при *LWMA*. При силно вариращи данни (**Табл. 3**), разликата е още по-голяма: $EWMA_{18} \approx 9{,}76$, а $LWMA_{18} \approx 6{,}5$. Ако първите дни са доста назад във времето, е още по-осезаемо ⇒ най-добро кумулативно средно за къс и дълъг период е *EWMA* (курс отпреди 10 години в *CMA* е с тегло, като днешния). **Фиг. 16** онагледява темпа на изменение, с времето, на теглата на данните при *LWMA* (ляво) и *EWMA* (дясно) [12]:



Фиг. 16. Темп на спад на тегла на стари данни при *LWMA* (ляво) и *EWMA* (дясно).

Синята линия на **Фиг. 17** е за реалните данни от **Табл. 3**, червената е *EWMA*, зелената – *LWMA*, лилавите – SMA_{mid} на **17.А)**, SMA_{future} на **17.Б)** и SMA_{past} на **17.В)**. Пиковете на последните две (лилавите) слабо съответстват на тези на реалните данни. *LWMA* реагира навреме, но вяло, а *EWMA* – най-адекватно. При ***не***малката очертала се разлика в стойностите на *EWMA* и *LWMA*, рекурентната формула (ΔΔΔΔ) ***не*** е препоръчителна за *EWMA* при кратки изследвани периоди, т.к. (ΔΔΔΔ) важи за *EWMA* при $\boxed{n \to \infty}$. Последното пък значи графиката да е по-точна едва от стотния член нататък. При ***не***голям обем данни ***не*** е толкова трудно пресмятането на *EWMA* по итерационната формула (ΔΔΔ), особено с електронни таблици или друг софтуер.

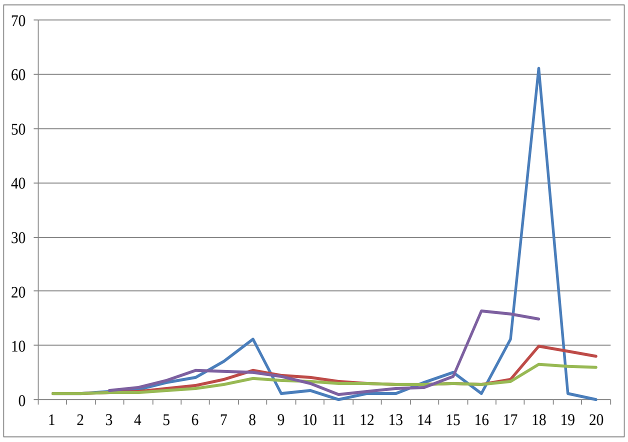
Достъпното за пресмятане SMA_{past} (защото всички данни за него са налични, както стана дума) е аналогично на *EWMA* и *LWMA*, понеже и те са „*past*" по начин на пресмятане. SMA_{past} реагира на последни изменения в курса едновременно и <u>по-силно от кумулативно *EWMA*</u> , а то – от кумулат. *LWMA* $\Rightarrow$ *EWMA* е средно положение и затова отчита най-добре нови тенденции. Заради бързата реакция на *EWMA*, *кумулативната* ѝ версия често е за предпочитане, за стабилност. SMA_{mid} на **17.А)**, SMA_{future} на **17.Б)** изпреварват тенденциите.

<u>Въпрос 1</u>: Каква е червената линия на **Фиг. 1**? **<u>Отговор 1</u>**: реакциите ѝ на 3-4-дневни движения са навременни и умерени. Значи ***не*** е *SMA*, *CMA* или *LWMA*, а вид **мало**дневна *EWMA*. При **много**дневна, кривата ще е по-гладка и бавно чувствителна.

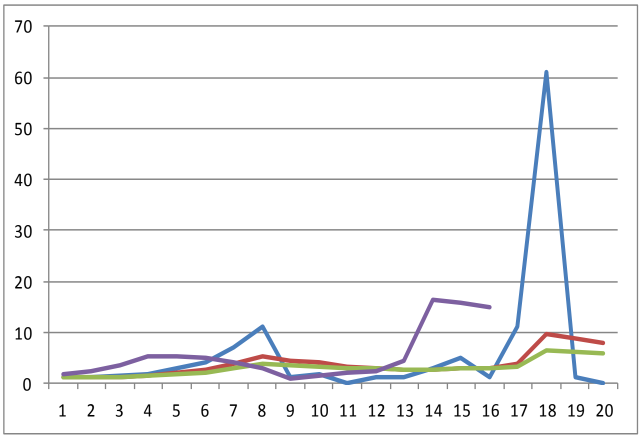
n	X_i	EMA_i	WMA_i	SMA_{mid}
1	1,08219	1,08219	1,08219	
2	1,18383	1,14995	1,13301	
3	1,38685	1,2684	1,217623333	1,703886
4	1,78494	1,475016	1,3594525	2,303084
5	3,08162	2,010550667	1,703886	3,482002
6	4,07818	2,601301905	2,099601667	5,420228
7	7,07842	3,720581429	2,810861429	5,278122
8	11,07798	5,355558889	3,84425125	4,994998
9	1,07441	4,499329111	3,536491111	4,192764
10	1,666	3,984178364	3,349442	2,990138
11	0,06701	3,33131697	3,051039091	0,987862
12	1,06529	2,982697436	2,88556	1,386518
13	1,0666	2,708969231	2,74564	2,065566
14	3,06769	2,756798667	2,768643571	2,263868
15	5,06124	3,044853833	2,921483333	4,26274
16	1,05852	2,8111675	2,805048125	16,26159
17	11,05965	3,727665556	3,290612941	15,85994
18	61,06086	9,762738655	6,500071111	14,85981
19	1,05943	8,892407789	6,213721579	
20	0,06059	8,051282286	5,906065	

Таблица 3. Сравнение между *EWMA*, *LWMA* и *SMA* при силни колебания в курса.

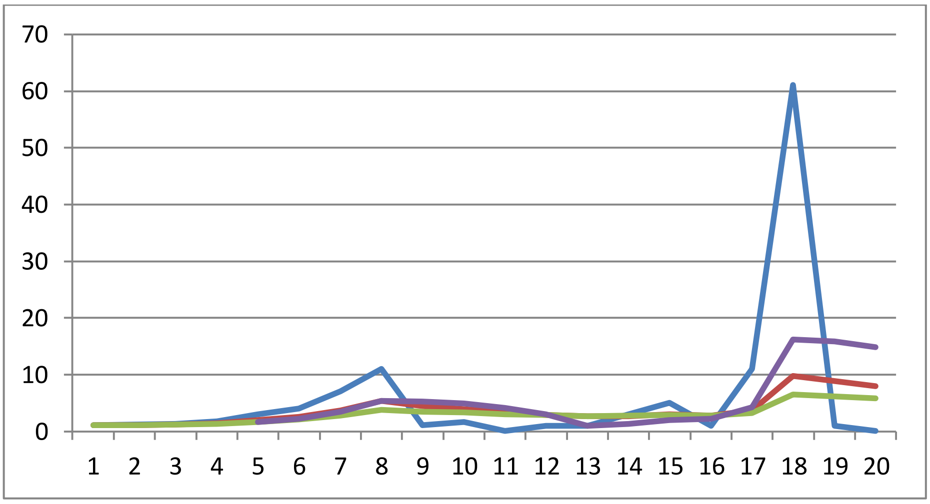
Сравнение между *EWMA*, *LWMA* и *SMA* при разнородни данни:



Фиг. 17.А) Лилавата е SMA_{mid}



Фиг. 17.Б) Лилавата е SMA_{future}.



Фиг. 17.В) Лилавата е SMA_{past}.

От всичко дотук, *EWMA* е най-добра, имайки букет разновидности, удобни за различни цели. **Няма** винаги най-подходящо *MA*, а за конкретни данни и цели, с мисъл, опит и усет, избираме и комбинираме най-подходящи *MA*.

Примерен алгоритъм за *LWMA* и *EWMA* в Microsoft Excel. Неползването на софтуер е *професионално самоубийство* при финанси и счетоводство, а числовите данни, по международен стандарт, се закръглят след $6^{\text{-тия}}$ десетичен знак, защото грешката расте при следващи пресмятания. Изглежда разумно, ако $6{,}2355655$ лв. е себестойност на шал, да я закръглим на $6{,}24$ лв., но за $10\,000$ шала реалния разход ще е $10\,000.6{,}2355655 = 62355{,}655$ лв., а закръгления $10\,000.6{,}24 = 62\,400$ лв. Разликата е $62\,400 - 62\,355{,}655 = 44{,}345$ лв.! Ако махнем седмия знак и закръглим $6^{\text{-тия}}$, себестойността ще е $6{,}235566$ за шал, а разликата $62\,355{,}66 - 62\,355{,}655 = 0{,}005$ лв. за 10000 шала. Себестойността на шал, от своя страна, е сума от всички разходи: за плат, ресни, боя, конци, кройка, шев, ток, амортизация машини и т.н., а това са все числа с десетични знаци. Ако ги закръглим в $6^{\text{-тия}}$ знак, нека грешката за шал нарасте при сумирането им, примерно, до 5-тия знак и стане $0{,}00003$. Като закръглим и този междинен резултат, нека грешката стане 0,00004. За 100000 шала ще са… 4 лв. грешка, *въпреки „педантизма”*! Ето, ***не*** е дребнаво изискване!

За $LWMA_n = \dfrac{1.x_1 + 2.x_2 + 3.x_3 + 4.x_4 + \cdots + n.x_n}{1+2+3+4+\cdots+n} = \sum_{i=1}^{n} i.x_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} i$ трябва $\sum_{i=1}^{n} i.x_i$ и $\sum_{i=1}^{n} i$.

Първите пет колони в **Табл. 4** са номер на деня *i*, курса x_i, $i*x_i$, $\sum_{i=1}^{n} i.x_i$ и $\sum_{i=1}^{n} i$. Най-горната клетка в кол. 4 е $LWMA_1$ е равна на първата клетка в колона ix_i, а първата клетка в кол. 5 = първата клетка в кол. *i*, която = 1.

i	x_i = Open	$i*x_i$	sum(i*xi)	sum(i)	$LWMA_i$
1	1,08219	1,08219	1,08219	1	1,08219
2	1,08383	2,16766	3,24985	3	1,083283333
3	1,08685	3,26055	6,5104	6	1,085066667
4	1,08494	4,33976	10,85016	10	1,085016
5	1,08162	5,4081	16,25826	15	1,083884
6	1,07818	6,46908	22,72734	21	1,082254286
7	1,07842	7,54894	30,27628	28	1,081295714
8	1,07798	8,62384	38,90012	36	1,080558889
9	1,07441	9,66969	48,56981	45	1,079329111
10	1,07666	10,7666	59,33641	55	1,078843818
11	1,06701	11,73711	71,07352	66	1,076871515
12	1,06529	12,78348	83,857	78	1,075089744
13	1,0666	13,8658	97,7228	91	1,073876923
14	1,06769	14,94766	112,67046	105	1,073052
15	1,06124	15,9186	128,58906	120	1,0715755
16	1,05852	16,93632	145,52538	136	1,070039559
17	1,05965	18,01405	163,53943	153	1,068885163
18	1,06086	19,09548	182,63491	171	1,068040409
19	1,05943	20,12917	202,76408	190	1,067179368
20	1,06059	21,2118	223,97588	210	1,06655181

Таблица 4. Резултати за *LWMA* по итерационната формула (Δ).

Всяка следваща клетка в колони 4 и 5 е сбора клетки в колони $i*x_i$ / съответно *i*, от първия до текущия ред. Така, например, клетка 5 в колона $\sum_{i=1}^{n} i$ е сбора от първите пет клетки в колона *i*, т.е., $sum_i(5) = 1+2+3+4+5 = 15$. Аналогично, сборът от първите пет в колона ix_i е $sum_{ix_i}(5) = 1{,}08219 + 2{,}16766 + 3{,}26055 + 4{,}33976 + 5{,}4081 = 16{,}25826$, а клетката за $LWMA_5 = \dfrac{sum_{ix_i}(5)}{sum_i(5)} = \dfrac{16{,}25826}{15} = 1{,}083884$.

Рекурентната формула (ΔΔ) е много по-удобна и за брокера, и за компютъра. **Табл. 5** е с детайлизирани пресмятания и лесно четим алгоритъм. Колона 1 е номер *n* на деня, втората е $1+n$, третата *α*, четвъртата: $1-\alpha$, петата – курса x_i за деня *i*, шестата: $EWMA_i$ за деня *i*. Всяка клетка в колона *α* е числото 2, делено на клетката от същия ред и в колона $1+n$. Клетката $EWMA_1$ = клетка x_1, а $EWMA_i$ = клетката с α на същия ред * клетката с x_i на същия ред, плюс клетката с $(1-\alpha)$ на ред i * клетката $EWMA_{i-1}$, разположена точно над $EWMA_i$. Това правим подробно само за $EWMA_2$, а всички адресирания на клетки във формулата ѝ – относителни, а ***не*** абсолютни, за адекватно копиране на формулата надолу:

n	$1+n$	α	$1-\alpha$	X_i	EMA_i
1	2	1	0	1,08219	1,08219
2	3	0,6666667	0,3333333	1,08383	1,0832833
3	4	0,5	0,5	1,08685	1,0850667
4	5	0,4	0,6	1,08494	1,085016
5	6	0,3333333	0,6666667	1,08162	1,083884
6	7	0,2857143	0,7142857	1,07818	1,0822543
7	8	0,25	0,75	1,07842	1,0812957
8	9	0,2222222	0,7777778	1,07798	1,0805589
9	10	0,2	0,8	1,07441	1,0793291
10	11	0,1818182	0,8181818	1,07666	1,0788438
11	12	0,1666667	0,8333333	1,06701	1,0768715
12	13	0,1538462	0,8461538	1,06529	1,0750897
13	14	0,1428571	0,8571429	1,0666	1,0738769
14	15	0,1333333	0,8666667	1,06769	1,073052
15	16	0,125	0,875	1,06124	1,0715755
16	17	0,1176471	0,8823529	1,05852	1,0700396
17	18	0,1111111	0,8888889	1,05965	1,0688852
18	19	0,1052632	0,8947368	1,06086	1,0680404
19	20	0,1	0,9	1,05943	1,0671794
20	21	0,0952381	0,9047619	1,06059	1,0665518

Таблица 5. Изчисляване на *LWMA* / *EWMA* по рекурентната формула (ΔΔ).

Пресмятане на *EWMA* с Excel по итерационната формула (ΔΔΔ). Да сметнем $EWMA_{20}$ кумулативно за курс *Open* ($EWMA_5$, $EWMA_{10}$, $EWMA_{12}$ и т.н., можем да получим аналогично). Колона 1 на **Табл. 6**, именувана „Period", съдържа номера i на деня, за който се отнася валутния курс в колона 2. Колона 1 се попълва с номерата от 1 до 20 поред, Колона 2 – с наличните статистически данни, α се изчислява с разделяне на числото 2 на сбора на 1 със стойността клетката от колона 1 с най-големия номер, в случая, 20. В друга клетка пресмятаме $(1-\alpha)$. Колона 4 е за теглото $(1-\alpha)^{20-i}$, по което трябва да умножим курса x_i (сборът от степенния показател и номера i на деня е 20, съгл. (ΔΔΔ)). В клетките от колона 4 реферираме към клетка $(1-\alpha)$, повдигната на степен, сметната, за улеснение, отделно в колона 3. Колона 5 в **Табл. 6** е с произведения на съответни елементи от колони 2 и 4, а на „дъното" ѝ (в сиво) е сумата от всичките ѝ елементи, представляваща числителя в (ΔΔΔ). Знаменателят на (ΔΔΔ), пък, е сума на елементите в колона 4 (долу, в сиво). Едното, делено на другото, дава $\mathrm{EWMA}=1{,}0666957$ – долен десен ъгъл на **Табл. 6**:

Cumulative EMA_{20}				
Period	20-i	Open: Xi	Weights: Fi	Xi*Fi
1	19	1,0821912	0,1493316	0,1616054
2	18	1,0838311	0,1650508	0,1788871
3	17	1,0868508	0,1824245	0,1982682
4	16	1,0849447	0,2016271	0,2187543
5	15	1,0816221	0,222851	0,2410406
6	14	1,0781817	0,246309	0,2655659
7	13	1,0784232	0,2722363	0,2935859
8	12	1,0779887	0,3008927	0,3243589
9	11	1,0744151	0,3325656	0,3573135
10	10	1,07666	0,3675725	0,3957507
11	9	1,067011	0,4062644	0,4334886
12	8	1,0652941	0,4490291	0,478348
13	7	1,066677	0,4962953	0,5293868
14	6	1,0676909	0,5485369	0,5856678
15	5	1,0612491	0,6062776	0,6434116
16	4	1,0585215	0,6700963	0,7093113
17	3	1,059652	0,7406328	0,784813
18	2	1,0608622	0,8185941	0,8684155
19	1	1,0594333	0,9047619	0,9585349
20	0	1,060591	1	1,060591
α =	0,0952		9,0813495	9,687099
1 - α =	0,9048		EMA=	1,0667026

Таблица 6. Изчисляване на кумулативно $EWMA_{20}$ с Microsoft Excel.

Да пресметнем ***не***кумулативно *EWMA* за курса към 20-тия ден, с усредняване на данни от последните 10 дни: от $11^{\text{-тия}}$ до $20^{\text{-тия}}$ (**Табл. 7**):

Non-cumulative EMA_{20}					
Period	Period ID	10-i	Open: Xi	Weights: Fi	Xi*Fi
11	1	9	1,067011	0,16430411	0,1753143
12	2	8	1,065294	0,20081613	0,2139282
13	3	7	1,066677	0,24544194	0,2618073
14	4	6	1,067691	0,29998459	0,3202908
15	5	5	1,061249	0,36664783	0,3891047
16	6	4	1,058522	0,44812513	0,4743501
17	7	3	1,059652	0,54770849	0,5803804
18	8	2	1,060862	0,66942149	0,710164
19	9	1	1,059433	0,81818182	0,8668091
20	10	0	1,060591	1	1,060591
α =	0,1818182			4,76063152	5,0527398
1 - α =	0,8181818			EMA=	1,0613591

Таблица 7. Некумулативно EMA_{20} с Microsoft Excel.

Колона 1 „Period" съдържа пореден номер на периода, а колона 2 - „Period ID" – номера му във формулата: т.е., 11$^{\text{-тия}}$ ден е 1$^{\text{-ви}}$ участващ в (ΔΔΔ), а 20$^{\text{-тия}}$ ден е 10$^{\text{-ти}}$ участващ в (ΔΔΔ), и т.н. Колона 3 (**Табл. 7**) съдържа курс *Open* (x_i), колона 4 – *степенните показатели* $10-i$ за теглата $f_i = (1-\alpha)^{10-i}$ на нивàта x_i на курса, колона 5 – самите тегла $f_i = (1-\alpha)^{10-i}$, колона 6 – произведенията $f_i . x_i$. Дънàта на последните две колони са сумите им, а под сумите е резултатът $\mathrm{EWMA} = 1{,}0613528$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Велчев, А., Плъзгащи средни в техническия анализ на валутните пазари, Математика плюс, volume 23 (90), 2, 2015, 41 - 47 (ISSN 0861-8321).

[2] Велчев, А., Плъзгащи средни в техническия анализ на валутните пазари - втора част, Математика плюс, volume 23 (92), 4, 2015, 50 - 55 (ISSN 0861-8321).

[3] Велчев, А., Плъзгащи средни в техническия анализ на валутните пазари - трета част, Математика плюс, volume 25 (97), 1, 2017, 51 - 56 (ISSN 0861-8321).

[4] Гроздев, С. Математика за икономисти, София, Издателство на ВУЗФ, 2010.

[5] Даражанов А., В. Банов, М. Козаров. 100% Forex учим и печелим заедно, София, СИЕЛА, 2008.

[6] ЕЛАНА Трейдинг, Технически анализ, http://www.elana.net/ckfinder/userfiles/files/pdf/2013/ELANATrading/Kurs-TechnicalAnalysis.pdf

[7] Платформа BenchMark MetaTrader http://www.benchmark.bg/landing/metatrader/.

[8] Специализирана финансова уеб-енциклопедия https://www.investopedia.com :

[9] https://ru.wikipedia.org/wiki/Скользящая_средняя