

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ВЕРИГА С ЕДИН МЕМРИСТОР И ИДЕАЛЕН ИЗТОЧНИК НА СИНУСОИДАЛНО НАПРЕЖЕНИЕ

Стоян Кирилов, Валери Младенов

Резюме: В настоящия материал е направена литературна справка и са дадени основните исторически сведения за мемристора, свързани с изобретяването му от Уилямс. Описани са устройството, принципа на действие и физическите процеси на титаново-диоксидния мемристор. Изведени са основните формули, с помощта на които е извършена компютърна симулация. Въз основа на получените резултати в графичен вид са направени някои основни изводи за свойствата и приложението на мемристорните вериги в компютърните памети и в електрониката.

Ключови думи: мемристор, памет, компютърна симулация.

ANALYSIS OF A CIRCUIT WITH ONE MEMRISTOR AND IDEAL SOURCE OF SINE VOLTAGE

Stoyan Kirilov, Valeri Mladenov

Abstract: The work is detailed investigation of the history and development of the memristor, which is invented from Williams. The construction, the work and basis of the physical processes of the titanium-dioxide memristor, are described. The main formulae are shown. On this base, the computer simulation is made. The final results are presented graphically and some conclusions with respect to the properties and application of the memristors circuits in computer memories and electronics are completed.

Key words: memristor, memory, computer simulation.

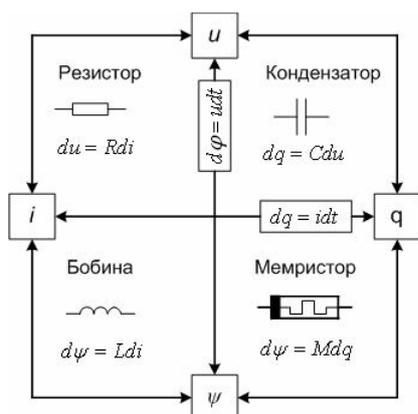
1. Въведение

Мемристорът е предложен като нов основен двуполусен електрически елемент от американския учен Леон Чуа през 1971 г. [1]. Наименованието на елемента произлиза от английското словосъчетание “memory resistor” и в превод означава “резистор с памет”. Това се дължи на факта, че мемристорът проявява свойство да “запаметява” последната стойност на съпротивлението си при прекъсване на електродвижещите източници. Първоначално той не е съществувал като самостоятелен елемент, но е бил прогнозиран и моделиран чрез подходящо съединение на нелинеен резистор и четириполусник, базиран на зависими източници на напрежение и ток [1]. Осъществена е функционална

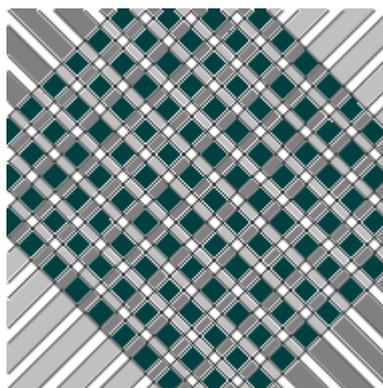
нелинейна зависимост между електрическият заряд $q(t)$ и магнитния поток $\psi(t)$, с което се постига завършеност на зависимостите между четирите основни електрически величини. Всъщност, величината $\psi(t)$ е получена не подобно на физическия магнитен поток при бобината, а като интеграл на напрежението на мемристора по отношение на времето [4, 6]. Поради невъзможността да бъде реализиран физически, мемристорът потъва в забвение за около 37 години. През 2008 г. екип от фирма “Хюлет Пакард” начело със Станли Уилямс изобретяват физически прототип на мемристор на основата на титанов диоксид [2, 7]. Наричан е още “мемристор на Уилямс” и ще бъде обект на разглеждане в настоящата статия. В литературата се срещат и други разновидности на мемристори – полимерни, манганови мемристорни системи, мемристори, основани на спина на електроните, и др. [4].

2. Мемристорът – четвъртият основен нелинеен електрически елемент

На фиг. 1 са представени схематично четирите основни електрически величини и зависимостите между тях. В зависимостта между напрежението и тока участва съпротивлението R като коефициент на пропорционалност. При кондензатора напрежението и заряда са свързани посредством капацитета C . Магнитният поток ψ се изразява при бобината чрез тока i и коефициента на самоиндуктивност L . Мемристорът затваря цикъла на основните зависимости, давайки взаимовръзката между магнитния поток и заряда. Коефициентът на пропорционалност M има същата дименсия, както размерността на съпротивлението – Ω . [1, 2, 4]. Връзките между тока i и заряда q , както и между напрежението u и магнитния поток ψ се изразяват чрез диференциране спрямо времето t в съответствие с дефиниционните си изрази.



Фигура 1. Основни зависимости между базовите електрически величини и елементи



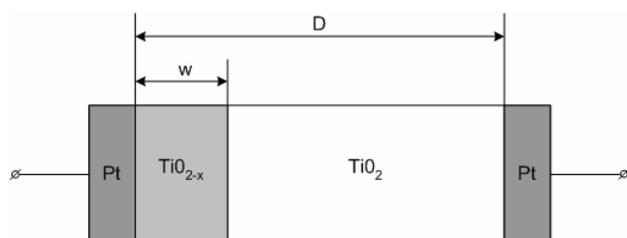
Фигура 2. Схематично изображение на мемристорна матрица, получена при кръстосване на шини с ширина 50 nm

3. Устройство и принцип на действие на мемристора

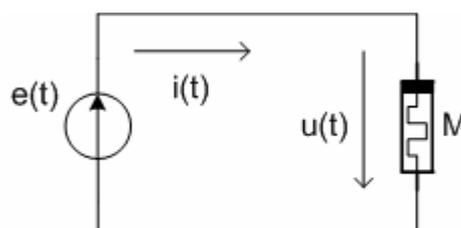
Мемристорът, предложен от екипа на фирма HP, е получен чрез използване на нанотехнологията на кръстосване на шини от титан или платина с

наноразмери с междинен слой от легиран титанов диоксид. На фиг. 2 е показана схема на мемристорна матрица [4, 7].

На фиг. 3 е представен схематично описваният мемристор [2, 4]. Между платиновите шини е разположен слой от титанов диоксид, съставен от два подслоя. Първият подслой е легиран с кислородни ваканции и има приблизителна химическа формула TiO_{2-x} , където $x \approx 0.03$. Този слой има сравнително малко специфично електрическо съпротивление. Другата зона е от чист титанов диоксид и има голямо специфично електрическо съпротивление.



Фигура 3. Схема на титаново-диоксиден мемристор



Фигура 4. Верига с идеален източник на напрежение и един мемристорен елемент

Ширината на легирания участък е означена с w , а ширината на целия мемристор – с D . В разглеждания случай първоначалната дължина на легирания участък е $w=1\text{ nm}$, а $D=10\text{ nm}$. Основен параметър на полупроводниковата зона е средната стойност на йонната подвижност на кислородните ваканции μ_v . При разглеждания мемристор тя има стойност $\mu_v=1.10^{-14}\text{ m}^2/(V.s)$. При прилагане на напрежение започва движение на кислородните ваканции. Когато потенциалът на електрода, свързан към легирания слой, е положителен, кислородните ваканции започват да се движат към другия електрод. Зарядите преминават в подслоя от чист титанов диоксид, при което пълното електрическо съпротивление намалява. Ако в определен момент се прекъсне източника на напрежение, токът спира, но зарядите на кислородните ваканции остават обхванати във втория подслой. По този начин мемристорът запазва последната стойност на съпротивлението си, която е имал преди спирането на тока. Ако отново се приложи напрежение в същата посока до пълното насищане на обема на мемристора със заряди, мемристорът достига “отпушено” състояние с минимално съпротивление R_{ON} . При разглеждания мемристор $R_{ON} = 100\ \Omega$. Ако отново се приложи напрежение, но в обратна посока, кислородните ваканции се връщат частично в първия подслой, а пълното съпротивление на елемента се увеличава. Оттук следва, че електрическото съпротивление на мемристора намалява или се увеличава в зависимост от посоката на приложеното напрежение и продължителността на неговото прилагане. При пълното преместване на зарядите в първоначално легирания слой мемристорът достига “запушено” състояние с максимално съпротивление, което в случая е $R_{OFF} = 16\text{ k}\Omega$. При преместване на границата между подслоевите в крайно ляво, съответно крайно дясно положение, мемристорът губи своята нелинейност. При различни прототипи на мемристора на Уилямс йонната подвижност и размерът на полупроводниковата зона остават постоянни и засега с единствени

практически реализирани стойности. Могат да се променят само съпротивленията R_{ON} и R_{OFF} . [2, 4, 5].

4. Физически зависимости при мемристора на Уилямс.

На фиг. 4 е представена схемата на изследваната мемристорна верига. Използван е източник на синусоидално напрежение с параметри: $u_m = 1\text{ V}$, $\omega = 3\text{ rad/s}$ и $\psi_u = 30^\circ$.

Формула (1) изразява моментната стойност на напрежението на източника. Чрез формула (2) е изразен магнитният поток.

$$u(t) = e(t) = u_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (1)$$

$$\psi(t) = \int_0^t u(t) dt = \int_0^t u_m \sin(\omega t + \psi_u) dt = \frac{u_m}{\omega} [\cos \psi_u - \cos(\omega t + \psi_u)] \quad (2)$$

Използваният модел на мемристор е подробно описан в [2, 4]. Основните зависимости, получени от екипа на “Хюлет-Пакард” през 2008 г. за описания мемристор, са формулирани в (3) и (4). Те се основават на подробно изучаване и описване на физическите процеси в титаново-диоксидния мемристор.

$$u(t) = \left(R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left(1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right) i(t) \quad (3)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu_v \frac{R_{ON}}{D} i(t) \quad (4)$$

Формула (3) е изведена въз основа на допускането, че легирания и нелегирания участък на мемристора са свързани последователно.

След интегриране на формула (4) спрямо времето се получава:

$$w(t) = \mu_v \frac{R_{ON}}{D} q(t) \quad (5)$$

При заместване на $q(t)$ във формула (5) с количеството заряд Q_D , необходим за придвижване на границата между двете зони в крайно дясно положение, се получава:

$$Q_D = \frac{D^2}{\mu_v R_{ON}} \quad (6)$$

Скоростта на придвижване на границата между двете зони се изразява като производна на дължината на легирания участък спрямо времето:

$$v_0(t) = \frac{dw(t)}{dt} \quad (7)$$

Ако с $x(t)$ се означи отношението на дължината на легирания участък $w(t)$ в дадения момент към цялата дължина на мемристорния елемент D (нормираната дължина на легирания участък), то

$$x(t) = \frac{w(t)}{D} = \frac{q(t)}{Q_D}. \quad (8)$$

След заместване на (5) в (3) се получава:

$$M(q) = R_{OFF} \left(1 - \frac{\mu_v R_{ON}}{D^2} q(t) \right) = R_{OFF} \left(1 - \frac{q(t)}{Q_D} \right). \quad (9)$$

Величината M_0 представлява стойността на коефициента M при първоначалното “запушено” състояние на мемристора. Отношението на R_{OFF} и R_{ON} е: $r = R_{OFF} / R_{ON}$. Като се има предвид приблизителното равенство $\Delta R = R_{OFF} - R_{ON} \approx R_{OFF} \approx M_0$ и след преобразуване на (3) се получава зависимостта на заряда $q(t)$ от магнитния поток $\psi(t)$, като:

$$q(t) = Q_D \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{Q_D R_{OFF}} \psi(t)} \right). \quad (10)$$

Чрез аналогично преобразуване на формули (8) и (10) се получава зависимостта на величината $x(t)$ от $\psi(t)$

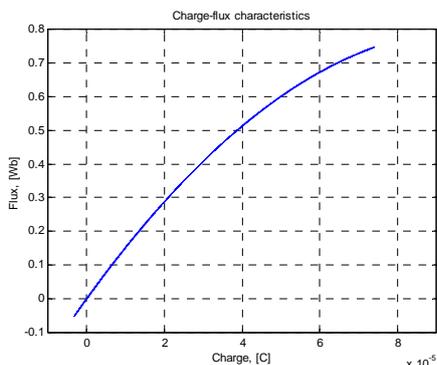
$$x(t) = 1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{rD^2} \psi(t)}. \quad (11)$$

Токът се изразява посредством диференциране на уравнение (10):

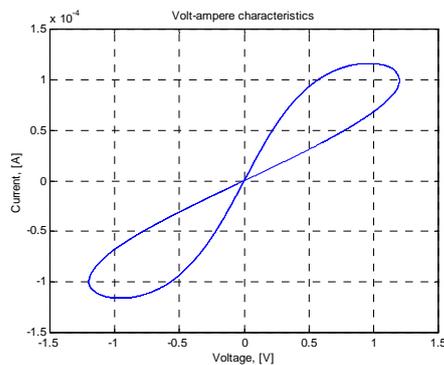
$$i(t) = \frac{u(t)}{R_{OFF} \sqrt{1 - \frac{2\mu_D}{rD^2} \psi(t)}}. \quad (12)$$

5. Резултати от симулацията на верига с един мемристор

За изследване на веригата, представена на фиг. 4, са използвани формули (10), (11) и (12). На тяхна основа е съставена програма на MATLAB и е извършена симулация на поведението на мемристора при синусоидално входно напрежение [3]. Получените графични зависимости са дадени на следващите фигури. На фиг. 5 се наблюдава нелинейната зависимост между магнитния поток и заряда, като характеристиката се получава с “насищане” по магнитен поток. Волт-амперната характеристика от фиг. 6 наподобява “усукан” хистерезисен цикъл. Получената характеристика е нееднозначна, като за една и съща стойност на напрежението се получават две различни стойности на тока. Характеристиката преминава през началото на координатната система. Кривата е разположена само в първи и трети квадрант и има симетричен профил спрямо координатното начало.

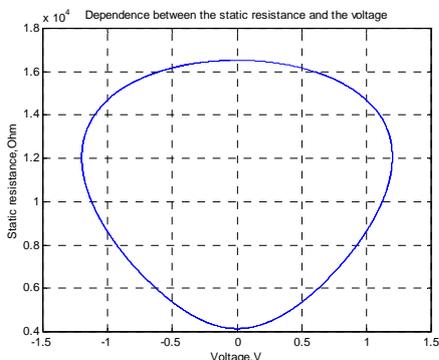


Фигура 5. Зависимост между магнитния поток и заряда при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$

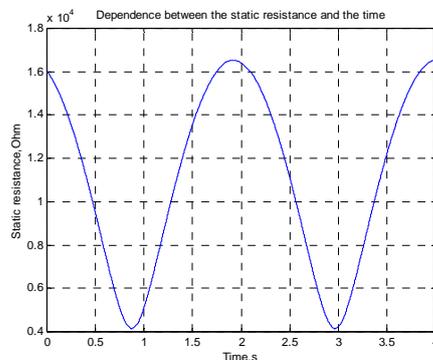


Фигура 6. Волт-амперна характеристика при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$

На фиг. 7 и фиг. 8 са представени зависимостите на статичното съпротивление на мемристора съответно от напрежението и времето.

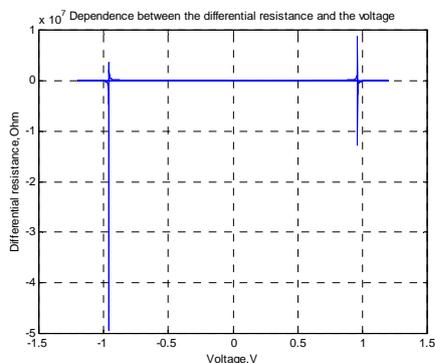


Фигура 7. Зависимост на статичното съпротивление на мемристора от напрежението при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда $u_m = 1,2 \text{ V}$

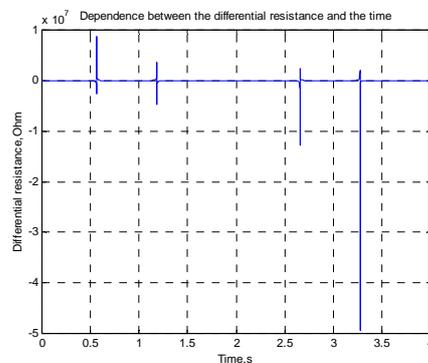


Фигура 8. Зависимост на статичното съпротивление на мемристора от времето при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

Характерно свойство на мемристора е, че в определени участъци от волт-амперната характеристика динамичното му съпротивление е отрицателно (напр. при $u = [0,93 \div 1] \text{ V}$). Чрез диференциране на напрежението спрямо тока са получени зависимостите на динамичното съпротивление на мемристора от напрежението и времето. Те са представени на фиг. 9 и фиг. 10.



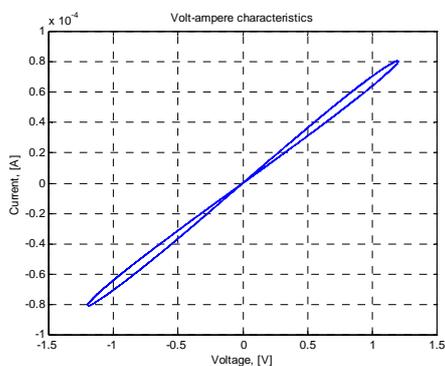
Фигура 9. Зависимост на динамичното съпротивление на мемристора от напрежението при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$



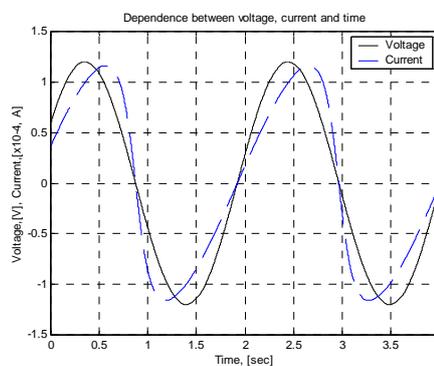
Фигура 10. Изменение на динамичното съпротивление на мемристора във времето при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

Отрицателното диференциално съпротивление е предпоставка за бъдещото приложение на мемристорни вериги в електронни схеми за генериране на електрически сигнали.

От фиг. 11 се вижда, че при повишаване на честотата на напрежението хистерезисният цикъл се стеснява. Може да се установи, че при много високи честоти волт-амперната характеристика се доближава практически към права линия и мемристорът придобива характер на линеен резистор.



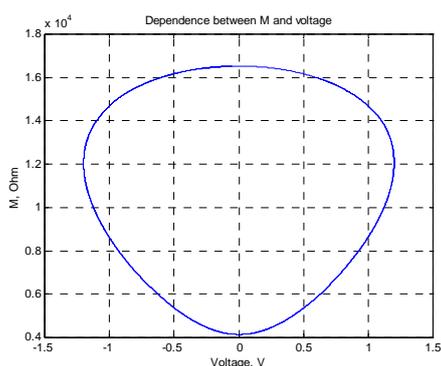
Фигура 11. Волт-амперна характеристика на мемристора при кръгова честота $\omega = 10 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$



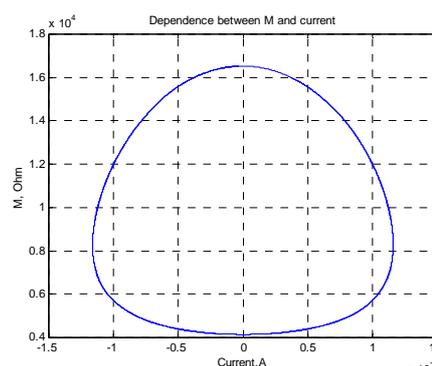
Фигура 12. Напрежението и тока на мемристора като функции на времето при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$

На фиг. 12 се наблюдава нелинейният характер на промяна на съпротивлението на мемристора, поради което кривата на тока се явява деформирана спрямо синусоидата на напрежението. Използван е подходящ мащаб на умножение на тока с коефициент 10 000, така че кривите на тока и напрежението да бъдат съизмерими по амплитуда.

Описаните дотук графични зависимости са подобни на тези в литература [2, 5, 6, 8]. На фиг. 13 и фиг. 14 са показани зависимостите на коефициента M от напрежението и тока.

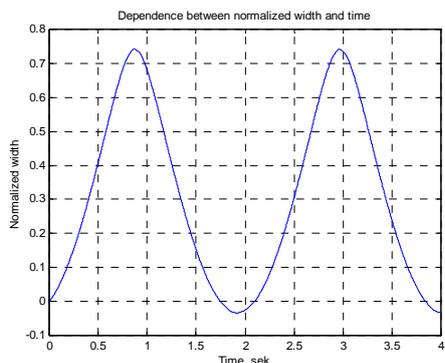


Фигура 13. Зависимост между коефициента M и напрежението при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$

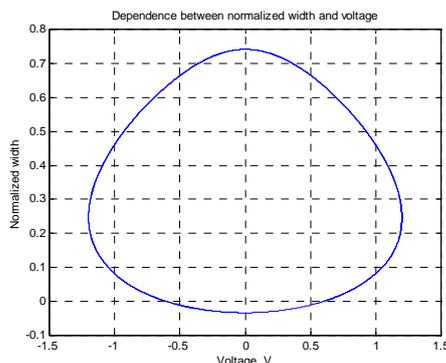


Фигура 14. Зависимост между коефициента M и тока при кръгова честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и амплитуда на напрежението $u_m = 1,2 \text{ V}$

На фиг. 15 може да се наблюдава изменението на вътрешното състояние на мемристора с течение на времето, описващо движението на границата между легирания и нелегирания полупроводников слой, и т. нар. нелинейно йонно отместване в крайните зони.

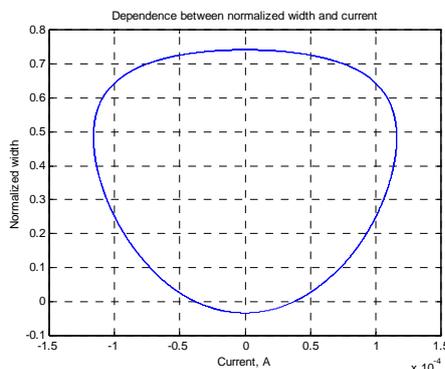


Фигура 15. Зависимост на нормираната ширина на легирувания участък на мемристора от времето при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

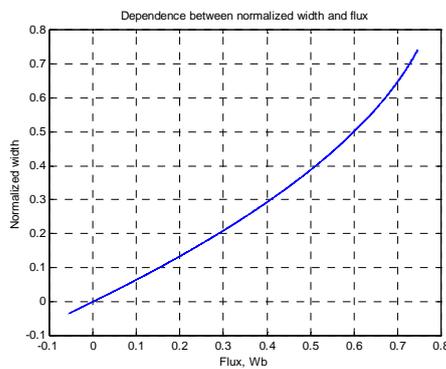


Фигура 16. Зависимост между нормираната ширина на легирувания участък и напрежението при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

На фиг. 16 – фиг. 18 са представени зависимости между нормираната ширина на легирувания участък и някои от електрическите величини – напрежението, тока и магнитния поток. Зависимостта между ширината на легирувания участък и заряда се описва с формула (5) и представлява права линия.

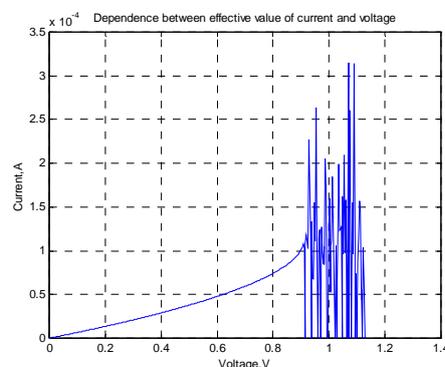


Фигура 17. Зависимост между нормираната ширина на легирувания участък и тока при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

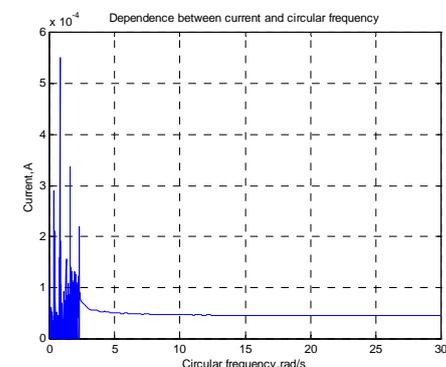


Фигура 18. Зависимост на нормираната ширина на легирувания участък от магнитния поток при $\omega = 3 \text{ rad/s}$ и $u_m = 1,2 \text{ V}$

На фиг. 19 е представена зависимостта на ефективната стойност на тока през мемристора като функция на ефективната стойност на напрежението на източника при постоянна стойност на кръговата честота $\omega = 3 \text{ rad/s}$.



Фигура 19. Зависимост на ефективната стойност на тока от ефективната стойност на напрежението при постоянна стойност на $\omega = 3 \text{ rad/s}$



Фигура 20. Зависимост на ефективната стойност на тока от кръговата честота при неизменна стойност на амплитудата на сигнала $u_m = 1 \text{ V}$

Забелязва се, че при ефективна стойност на напрежението над 0,9 V характеристиката е нестабилна, което вероятно се дължи на частични пробиви в полупроводника. Оптималната работна ефективна стойност на напрежението може да бъде избрана в интервала $U = [0,2 \div 0,9] V$.

На фиг. 20 е дадена зависимостта на ефективната стойност на тока от кръговата честота при постоянна стойност на амплитудата на напрежението – $u_m = 1 V$. При много ниски честоти (под 2,5 rad/s) характеристиката е нестабилна, което вероятно се дължи на частично насищане на полупроводниковия материал с кислородни ваканции. Направена е симулация в сравнително широк честотен обхват. При повишаване на честотата токът плавно спада и клони към стойност $I = 40 \mu A$. Оттук може да се направи предположение, че мемристорите биха могли да се използват и при много високи честоти.

6. Заключение

От извършената литературна справка и от реализираната симулация могат да се направят няколко важни изводи. Според годината на изобретяването си мемристорът е нов нелинеен двуполусен елемент с интересно свойство – способност да “запамята” съпротивлението си при изключване на източниците. При това той запазва състоянието си неограничено дълго време. Това го прави перспективен елемент с памет, който би могъл да се използва в компютърните енергонезависими паметни.

Графиките от фиг. 9, фиг. 10, фиг. 19 и фиг. 20 биха могли да се считат като нови, оригинални резултати.

Благодарение на изключително малките размери на мемристорите (от порядъка на 10 nm) оперативната памет и твърдите дискове на компютрите могат да имат много по-малки размери, високо бързодействие и значително по-ниска консумация на енергия. Мемристорът би могъл да се използва и като основен структурен елемент на невронните мрежи в автоматиката [4], в схемите за цифрова обработка на сигнали, в комбинация с MOS транзистори в CMOS интегрални схеми и др. Ето защо изследването на мемристорите и мемристорните вериги в динамичен режим е актуална тема. В бъдещи публикации ще бъдат разгледани и изследвани по-сложни мемристорни вериги при синусоидален и импулсен режим и техните приложения.

Благодарности: *Научните изследвания, резултатите от които са представени в настоящата публикация, са финансирани от вътрешния конкурс за научни проекти в помощ на докторанти на НИС при ТУ – София за 2012 г., в рамките на проект № 121ПД0072-08 на тема: “Разработване на алгоритми за анализ на нелинейни електрически вериги с един, два и повече мемристорни елементи при синусоидален и импулсен режим”.*

Литература

- [1] Chua, L. O. Memristor – The Missing Circuit Element. IEEE Trans. on Circuit Theory, Vol. CT-18, pp. 507-519, September 1971.
- [2] Strukov, D. B., G. S. Snider, D. R. Stewart, R. S. Williams. The missing memristor found. Nature, doi:10.1038/nature06932, Vol 453, pp. 80 – 83,1 May 2008.
- [3] Брандиски, К., В. Младенов, Д. Вълчев. Решаване на задачи по електротехника с MATLAB. С., ТУ – София, 2009 г.
- [4] <http://en.wikipedia.org/wiki/Memristor>
- [5] Di Ventra, M., Y. V. Pershin, L. O. Chua. Circuit Elements With Memory: Memristors, Memcapacitors, and Meminductors. Proceedings of the IEEE, Vol. 97, No. 10, pp. 1717-1724, October 2009.
- [6] Biolek, D., Z. Biolek, V. Biolkova. SPICE Modeling of Memristive, Memcapacitive and Meminductive Systems. IEEE, pp. 249-252, 2009.
- [7] [http:// spectrum.ieee.org/semiconductors/processors/ how-we-found-the-missing-memristor/0](http://spectrum.ieee.org/semiconductors/processors/how-we-found-the-missing-memristor/0)
- [8] Paziienza, G. E., J. Albo-Canals. Teaching Memristors to EE Undergraduate Students. IEEE Circuits and Systems Magazine, pp. 36-44, 22 November 2011.

Автори:

Стоян Михайлов Кирилов, докторант, маг. инж., кат. “Теоретична електротехника”, лаб. 12526, s_kirilov@tu-sofia.bg.

Валери Марков Младенов, проф. д-р инж., кат. “Теоретична електротехника”, каб. 1245, valerim@tu-sofia.bg.