

УСЛОВИЯ ЗА СЪЩЕСТВУВАНЕ НА СТАЦИОНАРЕН РЕЖИМ ПРИ МИКРО ВИБРО-УДАРНИ ГЕНЕРАТОРИ НА ЕНЕРГИЯ

Георги ПЕТКОВ, Тодор ТОДОРОВ

кат. ТММ, МТФ,
ТУ-София, 1797, София, България

В статията се разглежда микро вибро-ударен генератор на енергия с проста конструкция, съдържаща корпус и подвижна тежка сфера. Стените на корпуса са еластични пиезоелектрични елементи. Генераторът е подложен на хармонични външни вибрации. Под действието на тези вибрации сферата упражнява удари в двата пиезоелектрични елемента и по този начин произвежда електрически ток. Условието за максимум на извлечената енергия се формулира като условие за съществуване на стационарни трептения. Изведени са общите зависимости и са намерени критериите за синтез на основните параметри на генератора.

Ключови думи: квази-резонанс, вибрации, удар, генератор на енергия, МЕМС

1 Увод

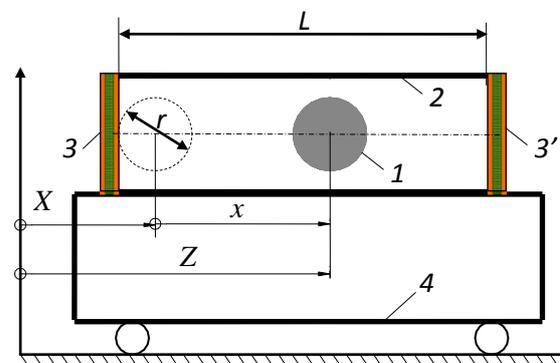
Вибро-ударните генератори на енергия са микро електромеханични системи (МЕМС), които генерират електрическа енергия от механични удари. Източник на ударната енергия са неоползотворени вибрации на обкръжаващата среда. Максималната мощност при тези устройства достига до 25W, ако се използва енергията на муниции [Engel T G, et al., 2002] и [Yoon S., et al. 2006]. Коефициентът на полезно действие в сравнение с другите типове кинетични генератори [Beeby S., et al, 2010], [Kazmierski T, et al, 2011] е относително висок и достига до 35% [Umeda M et al. 1997]. В една от последните публикации [Lei G, et al., 2011], авторите докладват за плътност на мощност $25,5 \mu\text{W}/\text{cm}^{-3}$ потвърждават актуалността и необходимостта от задълбочаване на изследванията на този тип устройства.

В настоящата статия се разглеждат условията за наличие на стационарен режим на вибро-ударен микро генератор, със свободно вибрираща хоризонтална сфера. Постановката на задачата е максимално опростена като са

пренебрегнати силите на триене, а аеродинамичното съпротивление е елиминирано конструктивно като сферата е разположена във вакуум. Стационарният режим на работа гарантира периодично отдаване на енергията, което е условие за извличане на максимална енергия от възбуждащи външни хармонични вибрации с постоянни параметри.

2 Описание микро вибро-генератора

Схемата на микро ударния генератор е представена на фиг. 1. Сфера 1 се движи в



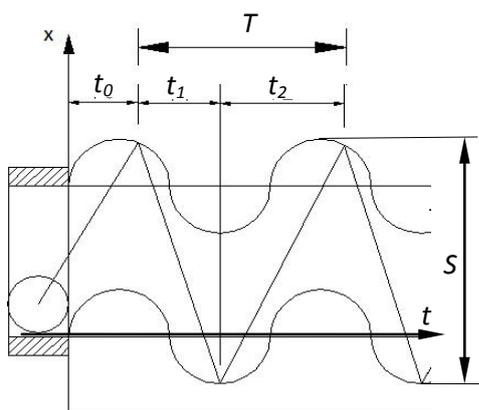
Фиг.1 Схема на вибро-ударния генератор

корпуса 2 на генератора, които има две крайни вертикални стени 3 и 3', съставени от два електрода и пиезоелектричен материал между тях. Микро-генераторът е закрепен неподвижно върху вибриращо тяло 4. Под действието на инерционните сили сферата се премества хоризонтално като в края на хода се удря в пиезоелектричните стени, които преобразуват деформацията в пиезоелектрично напрежение.

3 Анализ на условията за съществуване на стационарен ударен режим

На фиг. 2 е показано движението на сферата завъртяно на 90° , разгънато във времето. Прието е, че възбуждащите външни вибрации се описват по закона $X = A \sin \omega t$, където A е амплитудата, а ω е честотата на външните вибрации. Приема се, че периодът на ударите $T = t_1 + t_2$, където t_1 е времето за удар от дясно крайно до ляво крайно положение, а t_2 е времето за същия път в обратна посока. Фазовото отместване на ударите е означено с t_0 .

Условието за постигане на квази-резонанс е сферата да достига до вибро-ударните преобразуватели през равни интервали от време, или да има периодичен характер. Това води до констатацията, че пътят, който изминава сферата между два поредни удара не се променя с течение на времето.



Фиг. 2 Периодичен характер на системата спрямо времето

От фиг. 2 е видно, че пътят S_1 изминат от сферата положителна посока е равен на пътя S_2 в обратна посока, т.е.

$$(1) \quad S_1 = S_2 = S$$

Съответните интервали от време t_1 и t_2 са

$$(2) \quad v_1 t_1 = v_2 t_2.$$

От уравнение (2) следват преобразованията

където u е отношението на скоростите, или съответно на времената в двете посоки. Условието за квази-резонанс, относно повторемостта на движението води до следните изрази:

$$(6) \quad T = \frac{2\pi}{\omega};$$

$$(7) \quad T = t_1 + t_2;$$

$$(8) \quad t_1 + t_2 = \frac{2\pi}{\omega}.$$

След заместване на формула (5) в (8) е получено

$$(9) \quad t_1 + ut_1 = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$(10) \quad t_1 = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{u+1}$$

Тъй като на всеки период T има два удара на сферата с вибро-ударните преобразуватели, то всеки удар води до промяна на скоростта. Масата на корпуса плюс масата на вибриращото тяло са значително по-големи от масата на сферата, поради което съгласно елементарната теория на удара [Raymond M, 1991] са в сила формулите

$$(11) \quad v_1 = -k(v_2 - V'_C)$$

$$(12) \quad v_2 = -k(v_1 - V''_C),$$

където k е коефициентът на възстановяване, а V'_C и V''_C са скоростите на корпуса в моментите на ударите и се описват чрез

$$(13) \quad V'_C = A\omega \cos \omega t_0$$

$$(14) \quad V''_C = A\omega \cos [\omega(t_0 + t_1)]$$

След заместване на израза (10) в уравнение (14) е намерено

$$(15) \quad V''_C = A\omega \cos \left(\omega t_0 + \frac{2\pi}{u+1} \right)$$

Заместването на уравнения (4) и (15) в уравнение (12) води до израза

$$(16) \quad v_2 = \frac{kA\omega \cos\left(\omega t_0 + \frac{2\pi}{u+1}\right)}{1+ku}.$$

Като се вземат предвид уравнения (4) и (16) е получена зависимостта на скоростта v_1 от отношението u

$$(17) \quad v_1 = \frac{nkA\omega \cos\left(\omega t_0 + \frac{2\pi}{u+1}\right)}{1+ku}.$$

Енергията, която отдават вибро-ударните преобразуватели се определя след изразяване на разликата в промяната на импулса на сферата, която е

$$(18) \quad \Delta p = mv_1 - mv_2$$

и чрез формула (4) се преобразува в

$$(19) \quad \Delta p = mv_2(u+1).$$

В този случай енергията е изведена във вида

$$(20) \quad E = \frac{\Delta p^2}{2m},$$

$$(21) \quad E = \frac{m^2 v_2^2 (u+1)^2}{2m},$$

$$(22) \quad E = \frac{mk^2 A^2 \omega^2}{2} \cdot \frac{(u+1)^2 \cos^2\left(\omega t_0 + \frac{2\pi}{u+1}\right)}{(1+ku)^2}.$$

От уравнение (22) се вижда, че при $k \approx 1$ максимумът на отдадената енергия зависи от само косинуса, тъй като m , A , ω и k са зададени постоянни параметри.

Тъй като косинусът в уравнение (22) е на квадрат, то той има два максимума, когато е равен на ± 1 . От тук следва

$$(23) \quad \omega t_0 + \frac{2\pi}{u+1} = j\pi,$$

където j е цяло число. Уравнение (23) е решено спрямо u и е достигната следната зависимост

$$(24) \quad u = \frac{\pi(j-2) - \omega t_0}{\omega t_0 - j\pi}$$

За да бъде изпълнено условието $u > 0$ при екстремум на функцията трябва да са в сила релациите

$$(25) \quad \begin{cases} \pi(j-2) - \omega t_0 > 0 \\ \omega t_0 - j\pi > 0 \end{cases}$$

и

$$(26) \quad \begin{cases} \pi(j-2) - \omega t_0 < 0 \\ \omega t_0 - j\pi < 0 \end{cases}$$

Системата (25) няма решение, докато системата (26) има и то налага следното ограничение

$$(27) \quad \omega t_0 \in (\pi(j-2); j\pi)$$

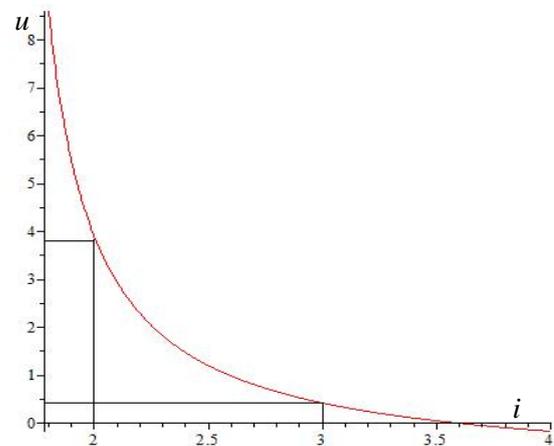
Уравнение (24) има един полюс, а именно когато делителят е 0, или

$$(28) \quad j = \frac{\omega t_0}{\pi}$$

Тогава u клони към безкрайност и това съответства на ситуацията, когато $t_1=0$, което е физически невъзможно.

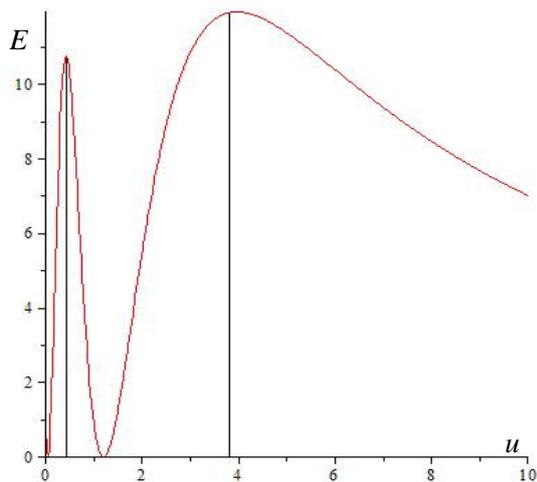
4 Числени резултати от анализа

Изследвано е уравнение (24), при стойности на ω и t_0 , които да изпълняват условие (27). При зададени стойности $\omega=5 \text{ s}^{-1}$ и $t_0=1 \text{ s}$ може да се види решението за u от графиката на фиг. 3.



Фиг.3 Графика на u спрямо j при $\omega t_0=5$.

Видно е, че системата има две решения за цели числа на j (полюсът е при $j \approx 1,59$) а именно $u \approx 3,7$ при $j=2$ и $u \approx 0,5$ при $j=3$. От графиката на уравнение (22) е видно, че екстремумите на функцията при зададени параметри и $\omega t_0=5 \text{ rad}$ са съответно при $u \approx 3,7$ и $u \approx 0,5$ (фиг. 4).



Фиг.4 Графика на E спрямо u при $\omega t_0 = 5 \text{ rad}$.

5 Заключение

От направените изследвания, може да се заключи, че за дадена ъглова честота ω системата може да се проектира, така че да извлече максимум енергия при хоризонтални хармонични трептения на корпуса. От уравнение (24) може да се определи оптималното отношение u , а с уравнения (5), (8), (17) и (18) да се дефинират съответните скорости и времена. След като са определени скоростите и времената, може да се изчисли и дължината L на корпуса и радиусът на сферата за оптимална работа при съответната честота.

Предложеният подход може да се приложи и при други типове вибрации и конструкции на вибро-генератори.

Благодарности

Резултатите от настоящата публикация са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ-София-2012 г.

ЛИТЕРАТУРА

Beeby S., White N., Energy Harvesting for Autonomous Systems, Artech House, 2010.

Engel T G, Keawboonchuay C, Nunnally W C, Energy conversion and high power pulse production using miniature piezoelectric compressors, IEEE Trans. Plasma Science, V. 28, No 5, 2002, pp 1338 – 1341.

Kazmierski Tom J., Beeby S, Energy Harvesting Systems, Principles, Modeling and Applications , Springer, 2011, pp. 22-70.

Lei G., Livermore C., Impact-driven frequency up-converting coupled vibration energy harvesting device for low frequency operation, Smart Mater. Struct., Vol. 20, No 4, 2011, 045004, (10pp).

Raymond M. B., Mechanical Impact Dynamics Rigid Body Collision, Wiley-Interscience Publication, 1991, p.189 - 219

Umeda M, Nakamura K, Ueha S, Energy storage characteristics of a piezo-generator using impact induced vibration, *J. Appl. Phys.* 1, 36, 1997, pp. 3146–3151.

Yoon S-H, Lee Young-Ho, Seok-Woo Lee, Chan Lee, Energy-harvesting characteristics of PZT-5A under gunfire shock, *Materials Letters*, 62, 2008, pp. 3632–3635.

STEADY STATE CONDITIONS OF MICRO VIBRO-IMPACT ENERGY HARVESTER

Georgi PETKOV Todor TODOROV

The paper deals with micro vibro-impact energy harvester with simple design, containing body and movable sphere. The lids of the body are elastic piezoelectric elements. The generator is subjected to external harmonic vibrations. Under vibration action the sphere strikes the piezoelectric lids and thus generates electricity. The condition of maximum generated energy is formulated as condition for existing steady state vibrations. The general relations are worked out and the synthesis criterions of the optimal generator parameters are found.