

## Махало на Обербег- универсален макет за упражнения и експерименти в раздел „Механика“

Георги Добрев<sup>1</sup> и Николай Цонев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Технически университет – София, филиал Пловдив - Пловдив

<sup>2</sup>СУ“Евлоги Георгиев“ - Тръстеник

**Резюме:** Основният елемент в познавателния процес по природни науки в средното училище е учебният експеримент. Учителите ежедневно се натъкват на затруднения при неговата реализация поради редица обективни и субективни проблеми. Обективните проблеми са най-често: липса на специализирани кабинети, неподходяща материална база и недостатъчно учебно време за подготовка и реализация на лабораторните упражнения. Свързан с тези проблеми е и субективния проблем, в основата на който е: използване на неподходящ подход за работа и време за подготовка.

40% от лабораторните упражнения в раздел „Механика“ в 8 клас и 60% от подобните в 9 клас в същия раздел биха могли да се реализират с една лека и разглобяема постановка на „Махало на Обербег“. Така икономисаното време за запознаване с различни постановки би могло да се използва за развиване алгоритмичността и аналитичността на мисленето на учениците при експерименталната работа и създаване на умения за анализ на процесите и грешките. В същото време използването на една „универсална“ постановка във всички упражнения от раздел „Механика“ разкрива възможности за реализиране на лабораторни упражнения и в училища без специализирани кабинети по физика и природни науки.

Горепосочените предимства са предпоставка за оформяне на специализирани „STEM - протоколи“, съдържащи: 1. Скица на постановката, която е елемент от ТЕХНОЛОГИИТЕ (изучавани в училище); 2. Описание на основните закони в Механиката (които са елемент от НАУКАТА- ФИЗИКА в средните училища); 3. Анализ на грешките в края на

измерванията, което стимулира ИНЖЕНЕРНОТО МИСЛЕНЕ, в търсене произхода на тези грешки.

### Увод

Интеграция на STEM съдържание (може да се осъществи чрез: мултидисциплинен подход; интердисциплинен подход; интеграция на съдържание; интеграция на контекст; интегрирани учебни програми с равнопоставено застъпване на две или повече дисциплини; интегриране на учебни програми с фокус върху определено съдържание; експлицитно интегрирано асимилиране на понятия от две и повече дисциплини; интегриране на технологии; транслиране на представяния от различни STEM дисциплини; връзки между учебни цели, принципи, понятия и умения в специфичните за отделните дисциплини области; сливане на две и повече области на STEM (Коцева, Гайдарова) 1]. По редица причини изработването на общоприета дефиниция за интегрирано STEM образование е сериозно предизвикателство (Honey et al., 2014, p. 23). От една страна имаме различни начини/ модели на практическо осъществяване. Например един от моделите предполага включването на инженерен или технологичен дизайн като база за осъществяване на връзки с понятия и практики от природните науки и математиката (Sanders, 2009). От друга страна самият термин „интегрирано“ се използва свободно и

нестрого разграничено от други термини като обединено, интердисциплинарно, мултидисциплинарно, крос-дисциплинарно и трансдисциплинарно.

[1]

Моделът PIRPOSAL (Problem Identification (идентификация на проблема), Ideation (идеи), Research (изследвания), Potential Solutions (потенциални решения), Optimization, Solution Evaluation (оценка на решенията), Alternations (алтернативни възможности), Learned Outcomes (извлечени поуки от резултатите)) за интегрирано STEM обучение е дизайн-базиран модел на учене, много близък до начина, по който работят и мислят инженерите (Wells, 2016). Този подход поставя акцента върху инженерното комплексно мислене и определя необходимостта от разширено изучаване на останалите STEM дисциплини, но не като самоцел, а само в контекста на решаваните проблеми по време на инженерното изследване, така се реализира подходът на вграждане (embedded approach) на елементи от природните науки и математиката в технологичното образование. Този подход има някои предимства пред Silo-подхода като например това, че в него се въвежда идеята за учене в разнообразни контексти (Rossouw et al., 2011). Тази е и причината настоящият проект да използва моделът PIRPOSAL. В този смисъл като първи етап се дефинират проблемите, пред които се изправяме при реализация на „универсална постановка“, с цел създаване на макет, който с минимални промени може да се трансформира така, че да промени функционалността си: Математично махало, пружинно махало и махало на Обербег за изследване на някои основни

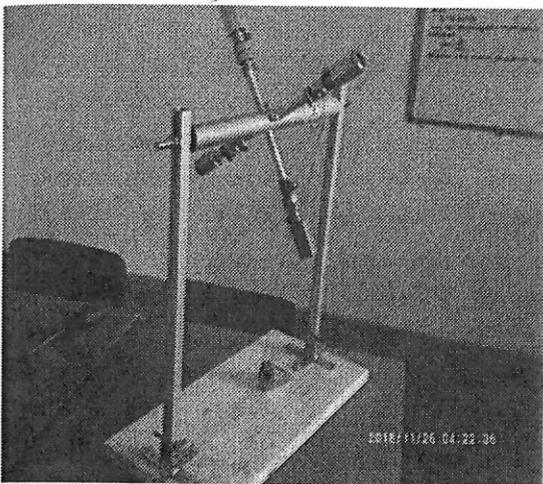
физични закони (кръгово движение, ЗЗЕ и др.) чрез промяна тежестите (масите) на елементите в постановката, а отгук и ъгловата скорост, инерчния момент и времето за работа на махалото. Възможностите за множество измервания при различни променливи параметри позволява извършване на сериозен статистически анализ на грешките с подходящ математически инструментариум.

### Изложение

Махалото на Обербег, изградено от разглобяеми алуминиеви профили (фиг.2) представя възможността да се анализират основни физични величини като: инерчен, въртящ момент, работа и мощност на твърдо тяло. Функционалната зависимост между тези величини поставя въпроса за изучаване законите на въртеливото движение на много по – задълбочено ниво. Методиката на обучение свързана с природните науки изисква от преподавателя да съставя модели които изграждат умения и навици в обучаемите за справяне с проблемни ситуации. В лабораторният практикум по физика „Махалото на Обербег“ поставя серия от задачи с които преподавателя може да обясни всички изучвани величини в раздел „Механика“. Това може да се осъществи само благодарение на предвидените възможности за лесно разглобяване и сглобяване. Това е и в основата на настоящия проект за „универсална“ постановка.



Фигура 1 Махало на Обербег



Фигура 2

Махалото на Обербег показано на *фиг 1* има уравнение на постъпателно движение (1). Прилагаме принцип на суперпозиция на силите.

$$(1) \quad ma = mg - F, [2],[3]$$

където:  $mg$  - сила на тежестта ,  
 $F$  - силата на опъване на нишката.  
 Определя се въртящ момент посредством:

$$(2) \quad M = r_0 \cdot m(g - a) = I_0 \varepsilon$$

Инерционният момент на цилиндричната част ще бъде :

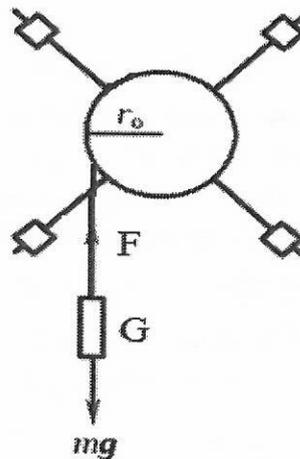
$$(3) \quad I_0 = \frac{r_0 \cdot m(g - a)}{\varepsilon}$$

$$\text{където } a = \frac{2h}{t^2}, \quad \varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{r_0 t^2}$$

Лабораторното упражнение ни предоставя възможност да се анализира въртящ момент:

$$(4) \quad M = F \cdot r_0;$$

От системата на действащите сили на *фиг.3*, се изчислява силата на опън  $F=?$



Фигура 3 Схема на Обербег

$$F = m \cdot a \quad m = \frac{G}{g} \quad F = \frac{G}{g} \cdot a = \frac{G}{g} \cdot \frac{h}{t^2}$$

$$G = g \cdot m$$

Изчисляване на ъглово ускорение

$$a = \frac{2h}{t^2} \rightarrow \varepsilon = \frac{a}{r_0} = \frac{2h}{r_0 t^2}$$

Чрез представеният аналитичен модел може да се покаже удобно втори закон на Нютон, формула (5) при въртеливи движения на твърдо тяло (5), да се докаже закон за запазване момента на импулса на затворена система на *фиг.3*

$$(5) I = \frac{M}{\varepsilon}$$

Махалото се състои от надлъжен цилиндър с ос на въртене център на неговите маси  $m_{\text{цил.}}$ .

$$(6) I_{01} = \frac{1}{2} m_{\text{цил.}} r_0^2$$

с инерционен момент  $I$ , 4 напречни цилиндъра закрепени в единият си край с инерционен момент

$$(7) I_1 = \frac{4}{3} m_2 l^2$$

Върху напречните цилиндри са закрепени тежести  $m_1$  с инерционен момент:

$$(8) I_2 = 4m_1 R^2$$

Общият инерционен момент може да се получи непосредствено от (5) или сумата от инерционните моменти на отделните части на махалото (1) - (3),

$$F = mg - ma \rightarrow M = F \cdot r_0 = I_{01} \varepsilon$$

От където следва:

$$M = F \cdot r_0 = r_0 \cdot m(g - a) = (I_{01} + I_1 + I_2) \varepsilon$$

$$(9) I = I_{01} + I_1 + I_2 = \frac{F \cdot r_0}{\varepsilon}$$

С помощта на махало на обербег се доказва закон за запазване на импулса при въртеливи движения за затворена система :

$$(10) \begin{aligned} \vec{L} &= \vec{R} \times \vec{p} = \vec{R} \times m_1 \vec{v} \\ L &= m_1 \cdot R^2 \omega = I \cdot \omega \end{aligned}$$

$$L_1 = L_2$$

$$L_1 = I_1 \cdot \omega_1, \quad L_2 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \omega_2$$

За две състояния на системата –  $R_1, \omega_1, R_2, \omega_2$  се определя:

$$L_1 = m_1 R_1^2 \omega_1 \quad L_2 = m_1 R_2^2 \omega_2$$

$$L_1 = L_2$$

$$\text{където } \varepsilon = \frac{\omega}{t} \rightarrow \omega = \frac{2h}{r \cdot t},$$

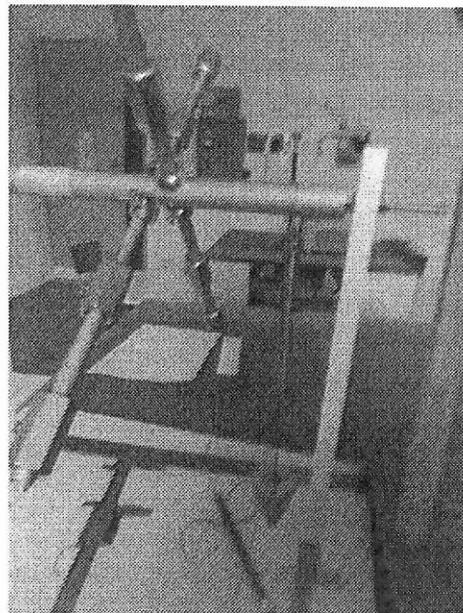
$$\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t, \quad \omega_0 = 0$$

В часовете по физика преподавателя има възможност да състави задачи от получените данни за изследване на функционални зависимости като въртящ момент, инерционен момент, момент на импулса, закон за запазване момент на импулса формула (10).

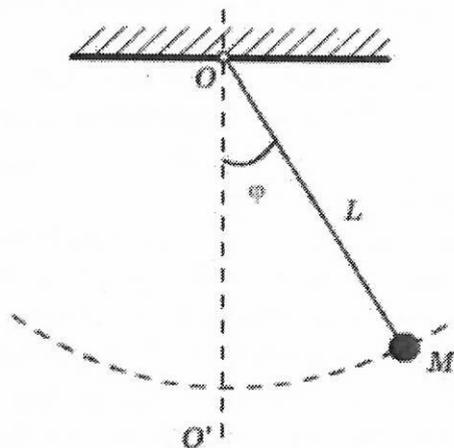
Всички горепосочени величини се разглеждат в часовете по „Физика и астрономия“ - 11 клас - профилирана подготовка. Чрез разглобяемо „Махало на Обербег“, конструирано от авторите - (фиг.2), бихме могли да направим изследване на инерционния момент и параметрите на въртеливото движение, следвайки стъпките на зависимостите по-горе. Тази изследователска работа е твърде трудна за реализиране само в един клас (11 клас) поради множеството изследвани величини, а също и в контекста на постановка като тази, със сложни взаимовръзки между елементите. Тук е приложението на нашата иновация по моделът **PIRPOSAL**. Ако използваме постановката с малки промени и в други лабораторни упражнения през първите години на гимназиалния курс, ще реализираме най-малко 3 от етапите на модела **PIRPOSAL**: 1. Potential Solutions (потенциални решения), създавайки нови варианти за приложение; 2. Solution Evaluation (оценка на решенията), оценката на приложенията с възможността за подробно анализиране на участващите понятия и величини в тях (Напр. Сила на тежестта ЗЗЕ и т. н.);

3. Alternations (алтернативни решения и възможности).

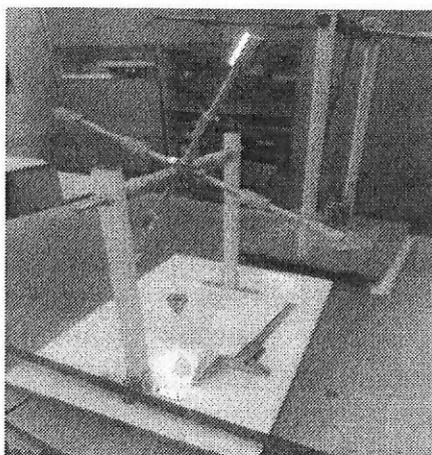
Възможни примери за такива упражнения са: „Математично махало“ - 8клас (фиг. 3.1- по схема 3.2) - допълнително се поставя щипка за регулиране дължината на нишката); „Измерване на земното ускорение с математично Махало“ - 9клас (фиг.3.1), „Пружинно махало“ - 9клас (фиг.4.1 по схема 4.2). По този начин в процеса на реализацията на всички тези упражнения опознаването на постановката става по естествен начин чрез използване на собствени експерименти от страна на учениците и реализация на множество евристични задачи.



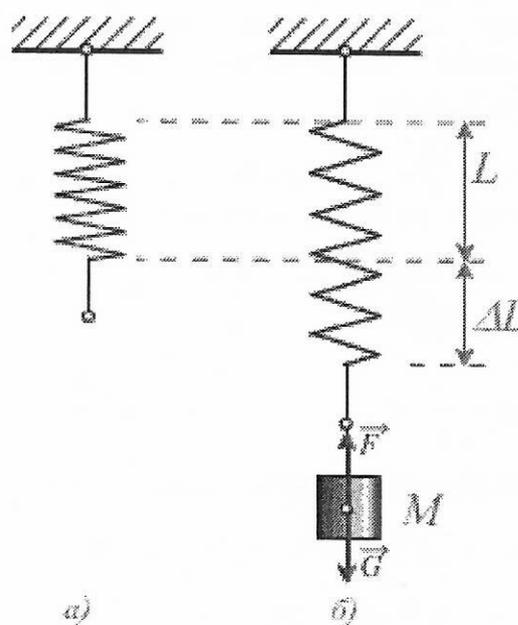
Фигура 4.1



Фигура 3.2



Фигура 3.1



Фигура 4.2

Трансформирането на първоначалната постановка на „Махало на Обербег“ (фиг.2) в другите два варианни макета (фиг.3.1 и фиг.4.1) се реализира бързо и лесно чрез: 1. Фиксираща скоба, която ограничава дължината на нишката на тежестта и превръща постановката в „Математично махало“, чиято дължина на нишката-1, измерваме с линия, масата

на тежестта на махалото -  $M$  е  $0,250\text{kg}$  (колкото е отвесът в „Махало на Оберберг“; 2. Допълнителната пружина, поставена над отвеса (фиг. 4.1) преобразува постановката в „Пружинно махало“. Лесната промяна на дължината на нишката в „Математичното махало“ създава възможност за използване на същата постановка и за „Измерване на земното ускорение“ - в 9-ти клас по формулата:

$$(11) g = \frac{4\pi^2 l_1}{T^2}$$

Универсалността на макета, предоставя предизвикателства на преподавателя за анализ на земното ускорение  $g$  в широк спектър от ъгли, линейни и динамични зависимости от фиг.3 следва:  $l_1, \omega, v$

Където:  $l_1$  - дължина на нишката достигната за единица време  $t$

$$l_1 = \frac{2\pi r_0 \alpha^0}{360^0}, T = \frac{2\pi}{\omega}, \omega = \frac{v}{r_0},$$

$$a = \frac{v}{t} \Rightarrow v = at = \frac{2ht}{t^2} = \frac{2h}{t}$$

За тяло което пада към планета Земя:

$$h(t) = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2, v_0 = 0, h(t) = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow g = \frac{2h}{t^2}$$

$$v = v_0 - gt, v = gt$$

$$v = gt = \frac{2ht}{t^2} = \frac{2h}{t} \text{ или}$$

$$T = \frac{n [\text{об}]}{t [\text{sec}]} = \frac{n \cdot 2\pi r_0}{t}, l_1 = \alpha^0 r_0,$$

$$n = \frac{l_1}{2\pi r_0}$$

В техниката се налага да се изследва корелационна функционална зависимост

между две физични величини като се използва модел на линейна регресия.

A model of simple linear regression is presented:

$$(12) Y = b + mx,$$

$$m = \frac{S_{XY}}{S_X^2}, b = \bar{Y} - m \bar{x}$$

$$S_{XY} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(Y_i - \bar{Y}); S_X^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$S_Y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2; \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

The correlation coefficient  $R = S_{XY} / (S_X S_Y)$ ;  $-1 \leq R \leq 1$  gives us the proof of the correlation relationship.

Проста линейна регресия в EXCEL се задава с функция **-correlation** за първия коефициент ( $mx$ ),  $b$  се задава чрез **intercept**.

След като се построи графиката се кликва върху нея. Отстрани се показва палитра с инструменти избира се  $\rightarrow +$  след това  $\rightarrow$  trendline. Този инструмент отваря прозорец, предоставя ни възможност да изследваме линейна или полиномиална регресия.

$$(13) M = b + mI.$$

### Заклучение

Разгледаното лабораторно упражнение предоставя възможност за цялостно онагледяване на раздел „Механика,“. Учениците имат възможност за изследване на функционални зависимости между праволинейни и въртеливи движения. Да се съставят редица качествени и комбинирани физични задачи, уроци за обобщение и преговор в раздел кинематика динамика, статика, трептения. Опитната постановка е лесна за разглобяване и

сглобяване което показва удобство да бъде използвана във всеки кабинет по физика, дори и там, където няма специализирани кабинети. Това допринася и за повишаване уменията на учениците.

### Литература

[1] Коцева, И., Гайдарова, М., Интегрирано STEM образование: състояние, предизвикателства и перспективи, <https://strategies.azbuki.bg/staregies/sonparticles2016-4/integrirano-stem-obrazovanie-sastoyanie-predizvikatelstva-i-pers%C2%ACpektivi/>

[2] Марекова Елисавета, Александрова, В., Марудова, Практикум по обща физика I част, Университетско издателство „Паийсий Хилендарски“ 2003.

[3] Попов, А., Безразрушително оценяване на механични свойства на желязовъглеродни сплави, поредица „Приложна математика и маханика“, том 4, Институт по Механика-БАН, София 2013

### Контакти

Георги Добрев, Технически университет –  
София, филиал Пловдив  
инж.Николай Цонев, СУ“Евлоги Георгиев“,  
гр.Тръстеник  
e-mail: niktzonev0@gmail.com