



ISSN 0861-9727

---

**Mechanics  
of  
Machines**

---

**Механика  
на  
Машините**

---

**126**

## НАМАЛЯВАНЕ НА МЕХАНИЧНИТЕ НАПРЕЖЕНИЯ ПРИ ПРОБНИ ОБРАЗЦИ, ПОДЛОЖЕНИ НА СЛОЖНО НАТОВАРВАНЕ

Райчо РАЙЧЕВ

[rpraichev@tu-plovdiv.bg](mailto:rpraichev@tu-plovdiv.bg)

Иванка ДЕЛОВА

[prosto\\_vanq@abv.bg](mailto:prosto_vanq@abv.bg)

катедра „Механика“, ТУ София - филиал Пловдив, 4000, БЪЛГАРИЯ

Обект на настоящата статия е софтуерното намаляване на механичните напрежения при призматични и цилиндрични пробни образци, подложени на сложно натоварване. За намаляване на механичните напрежения върху образците са изработени допълнителни отвори и надрези с определена форма. С помощта на модула optiSLang към софтуера ANSYS е осъществена оптимизация, при която са определени геометричните параметри на отворите и надрезите, при които механичните напрежения са минимални. Получените резултати са представени в табличен и графичен вид.

**Ключови думи:** механични напрежения, софтуерна оптимизация, ANSYS, пробни образци

### 1. Увод

С развитието на технологиите, компютърните симулации със специализиран софтуер, намират все по-голямо приложение в ежедневието на конструкторите. По този начин, в зависимост от експлоатационните характеристики на изследвания обект, могат да бъдат определени максималните стойности на механичните напрежения в застрашените зони. Това дава възможност за осъществяването на редица оптимизационни решения, свързани с намаляване на напрежението.

В специализираната литература са описани методите за определяне и минимизиране на механичното напрежение, което се получава в определени зони от даден детайл, при определено външно натоварване.

В [W. Young et al. 2011] са представени точни и задълбочени формулировки, които могат да бъдат използвани за анализ на напрежението при обширна гама от детайли. Всички уравнения и диаграми са представени в достъпен за използване формат. Отделни глави са посветени на механиката на разрушението, умората на материала, напреженията в крепежните елементи, съединенията и композитните материали. Всяка глава завършва с обобщени таблици и формули за улесняване на тяхното използване от инженери и научни работници, на които се налага да направят изчисления, свързани с напрежения и деформации.

В книгата [W. Pilkey et al. 2020] е представена богата информация за коефициентите на концентрация на напрежение както графично, така и аналитично. Във вид на диаграми са представени различните взаимовръзки между коефициентите на напрежение и геометричните параметри, засягащи машини или конструкции. Книгата обяснява по какъв начин е необходимо да бъде оптимизирана формата, за да се преодолеят проблемите с концентрацията на напрежение и как да се постигне добре балансиран дизайн на конструкции и машини, които да доведе до намалени разходи, олекотени детайли и подобрена производителност.

В статията [A. Francavilla et al. 1975] е представен нелинеен оптимизационен математически подход за намаляване на концентрацията на напрежение при образци с наличие на закръгления. Този подход е осъществен в комбинация с метода на крайните елементи. Изведените математически зависимости са приложени в два отделни примера, свързани с оптимизиране формата на закръгленията при стандартен пробен образец и при мотовилка. Резултатите от оптимизацията и при двата детайла са представени в табличен и графичен вид.

В [J. Gonzales-Mendoza et al. 2017] е описан подход за намаляване концентрацията на

напрежение при стъпаловиден вал, подложен на осово натоварване. Този подход е свързан с изработването на допълнителен надрез върху вала. Основната цел е намаляване стойностите на напреженията при стъпалото на вала и при допълнителния надрез. За осъществяване на поставената задача са използвани вградените оптимизационни функции в софтуера MATLAB. С помощта на специализирания софтуер ANSYS е осъществена симулация при различни съотношения на геометричните размери на вала. Изследвани са две разновидности на стъпаловидния вал – с наличие на допълнителен надрез и без него. Резултатите от изследването са представени в табличен вид, а в графичен вид е направено сравнение между теоретичния коефициент на концентрация и получения в резултат от симулацията.

В [Y. Otsuka et al. 2012] авторите предлагат подход за намаляване на напреженията в застрашените участъци при специфичен стоманен детайл. Този подход се състои в изработване на допълнителен цилиндричен канал в застрашените зони. Стойностите на напреженията са получени по метода на крайните елементи, чрез използване на специализирания софтуер MARC/MENTAT.

Резултатите показват, че в следствие на допълнителния цилиндричен канал, еквивалентните напрежения намаляват с около 10%.

Основната цел в [F. Sonmez 2009] е определянето на най-добрата форма на закръгления при стъпаловидни валове и плочи, така че максималното еквивалентно напрежение да има възможно най-ниската стойност. Оптимизационната задача е постигната с помощта на стохастичен алгоритъм за глобално търсене, наречен "Direct Search Simulated Annealing". Оптимизираната формата на закръгленията се получава с помощта на сплайн криви, преминаващи през определени ключови точки.

Получените резултати за концентрацията на напрежение в застрашените участъци след оптимизацията са сравнени с тези, известни от специализираната литература. Анализът показва, че приложеният "Direct Search Simulated Annealing" метод не само понижава стойностите на напреженията, но и оптимизираните закръгления са разположени върху по-малка площ в сравнение с цилиндричните и елипсовидните закръгления.

В статията [V. Prasad et al. 2020] е описано изследване на концентрацията на напрежение при стъпаловиден вал, подложен на осово натоварване. Разгледани са две разновидности

на вала: стъпаловиден вал със закръгление на стъпалото и вал с наличие на закръгление и конусна част на стъпалото. Анализът е извършен по метода на крайните елементи със специализирания софтуер ANSYS. Анализът на получените резултати показва, че:

- коефициента на концентрация на напрежение при стъпаловидния вал е с 30% по-висок от коефициента, известен от специализираната литература.

- коефициента на концентрация на напрежение при стъпаловиден вал с конусна част е по-малък от този на стъпаловидния вал без конусна част с 5-10%.

В [C. Mattheck et al. 2005] е разгледан оптимизационен подход за намаляване концентрацията на напрежение при стъпаловидни валове. Този подход е базиран на методите CAO (Computer Aided Optimization) и FEM, чрез които е осъществена оптимизация на геометричните параметри, свързани със закръгленията при стъпаловидни валове. Предложени са различни варианти на оптимизирани закръгления, при които концентрацията на напрежение е значително по-малка, в сравнение със закръгленията преди оптимизация. Авторите предлагат и аналитичен оптимизационен подход, който е онагледен с няколко примера и резултатите са представени в графичен вид.

В статията [W. Waldman et al. 2001] са представени различни оптимизирани на форми на профила при закръгленията на стъпаловидни образци, подложени на осово натоварване. Изследвани са значителен диапазон от геометрии на закръгления, като в таблична форма са представени техните параметри, което позволява лесното им използване от конструкторите. Резултатите показват, че определените оптимални форми са значително по-добри по отношение на точността и обхвата на геометричните параметри от тези, които са представени в специализираната литература. Авторите подчертават, че оптимизирането на закръгленията води до значително намаляване на коефициента на концентрация на напрежение, което може да изиграе съществена роля в ситуации, при които се изисква най-ниската възможна концентрация на напрежение при детайли, подложени на комплексно натоварване.

В [G. Majzoubi et al. 2010] се изследва концентрацията на напрежение при пробни тела с наличие на надрези. Изследват се три типа геометрия на надреза, V-образна, U-образна и призматична форма. В обектите на изследване са използвани две стоманени сплави - с висока и

с ниска якост. Концентрацията на напрежение е получена чрез числена симулация, а умората на материала е определена експериментално. Резултатите показват, че геометрията на надрезите оказва голямо въздействие върху умората на материалите. При високоякостните стоманени образци това въздействие е приблизително около 50%. За стоманената нискоякостна сплав влиянието на надрезите варира от 20% при тестовите за нискоциклова умора до 75% при тестовите за високоциклова умора.

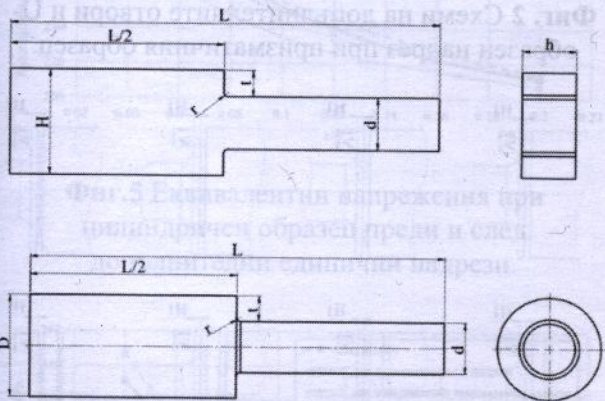
Основната цел в настоящата статия е намаляване на механичните напрежения при стандартни пробни образци, подложени на сложно натоварване.

## 2. Описание на изследваните образци

Обекти на настоящото изследване са призматични и цилиндрични стъпаловидни пробни образци с наличие на закръгления. Образците са подложени на следните натоварвания:

- призматичен пробен образец, подложен едновременно на опън и огъване;
- цилиндричен пробен образец, подложен едновременно на опън и усукване;

На фиг. 1 в схематичен вид са представени изследваните образци, а в таблица 1 и таблица 2 са дадени стойностите на техните геометрични параметри.



Фиг. 1 Схеми на изследваните образци.

Таблица 1

Геометрични размери на призматичния образец					
L, mm	H, mm	d, mm	h, mm	t, mm	r, mm
200	50	25	25	12.5	1.25
					2.5
					3.75
					5
					6.25

Таблица 2

Геометрични размери на цилиндричния образец				
L, mm	D, mm	d, mm	t, mm	r, mm

200	50	25	25	1
				2
				3
				4
				5

За да бъдат намалени напреженията в застрашените зони, върху образците са направени допълнителни отвори и надрези със специфични форми и размери. С помощта на специализирания софтуер ANSYS и неговия вграден модул optiSLang, е осъществена идентификация на геометричните параметри на допълнителните отвори и надрези, като е зададена целева функция за минимизиране на максималните стойности на напреженията в застрашените зони.

## 3. Описание на модула optiSLang.

OptiSLang е софтуерна платформа за инженерни оптимизации, която е базирана на анализ на чувствителността (Sensitivity), мултидисциплинарна оптимизация (MDO) и оценка на устойчивостта. Тази платформа е разработена от фирма Dynardo GmbH и осигурява структурата за числена оптимизация на изследваните обекти (RDO), както и стохастичен анализ, чрез идентифициране на променливите, които допринасят най-много за предварително дефинирана оптимизационна цел. Това включва и оценка на чувствителността към разсейване на проектите променливи или случайни колебания на параметрите.

Последователността по която се осъществява оптимизационната задача е следната:

- Начален дизайн: може да бъде създаден в средата на ANSYS или да бъде импортиран от друг софтуерен продукт.
- Избор на оптимизационни параметри: тези параметри са свързани с геометрията на началния дизайн.
- Избор на целеви параметри: в повечето случаи този избор се извършва след осъществяването на статичен анализ.
- Стартиране на оптимизационния модул.

## 4. Резултати от осъществените симулации.

В таблица 3, таблица 4, таблица 5 и таблица 6 са показани резултатите от симулациите на опън, огъване и усукване при изследваните образци. Представени са също стойностите на коефициентите на концентрация на напрежение, получени от симулацията и от известни аналитични зависимости [W. Pilkey et al 2020].

Таблица 3

Призматичен образец, подложен на опън						
Радиус на закръгление	Сила	$\sigma_{nom}$	$\sigma_{max}$	K <sub>тп</sub> -симулация	K <sub>т</sub> -теоретично	Отклонение
r, mm	P, N	MPa	MPa	—	—	%
1.25	50000	80	239.04	2.988	3.040	1.711
2.5			189.66	2.371	2.420	2.035
3.75			167.49	2.094	2.120	1.244
5			152.6	1.908	1.940	1.675
6.25			140.05	1.751	1.820	3.812

Таблица 4

Призматичен образец, подложен на огъване						
Радиус на закръгление	Момент	$\sigma_{nom}$	$\sigma_{max}$	K <sub>тп</sub> -симулация	K <sub>т</sub> -теоретично	Отклонение
r, mm	M, Nm	MPa	MPa	—	—	%
1.25	200	76.8	177.130	2.306	2.32	0.587
2.5			141.250	1.839	1.84	0.044
3.75			125.520	1.634	1.62	0.887
5			115.520	1.504	1.5	0.278
6.25			108.100	1.408	1.42	0.877

Таблица 5

Цилиндричен образец, подложен на опън						
Радиус на закръгление	Сила	$\sigma_{nom}$	$\sigma_{max}$	K <sub>тп</sub> -симулация	K <sub>т</sub> -теоретично	Отклонение
r, mm	P, N	MPa	MPa	—	—	%
1	50000	101.85	266.98	2.621	2.597	0.913
2			217.75	2.138	2.097	1.962
3			191.68	1.882	1.866	0.854
4			174.91	1.717	1.726	0.496
5			163.38	1.604	1.629	1.534

Таблица 6

Цилиндричен образец, подложен на усукване						
Радиус на закръгление	Момент	$\tau_{nom}$	$\tau_{max}$	K <sub>тп</sub> -симулация	K <sub>т</sub> -теоретично	Отклонение
r, mm	T, Nm	MPa	MPa	—	—	%
1	200	65.19	126.22	1.936	2.102	7.869
2			95.852	1.470	1.587	7.343
3			87.9	1.348	1.405	4.051
4			83.119	1.275	1.311	2.716
5			80.13	1.229	1.252	1.810

Получените резултати показват, че съвпадението между теоритичния коефициент K<sub>t</sub> и този, получен след симулацията е добро. Това дава основание да приемем, че резултатите от последващите симулации при сложно натоварване на образците ще бъдат коректни.

В таблица 7 и таблица 8 са представени резултатите от симулациите при сложното натоварване на двата образца.

Таблица 7

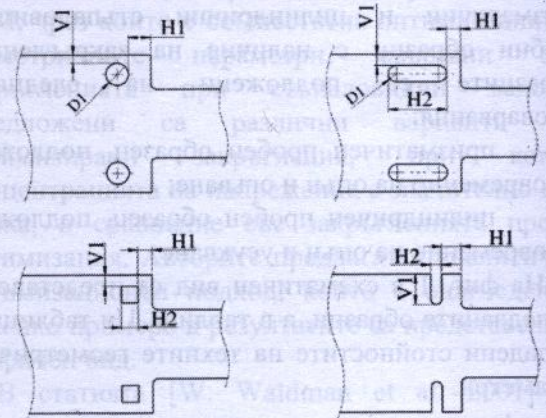
Призматичен образец, подложен на опън и огъване			
Радиус на закръгление	Огъващ момент	Сила	$\sigma_{max}$
r, mm	M, Nm	P, N	MPa
1.25	200	50000	416.160
2.5			330.910
3.75			293.010
5			268.120
6.25			248.150

Таблица 8

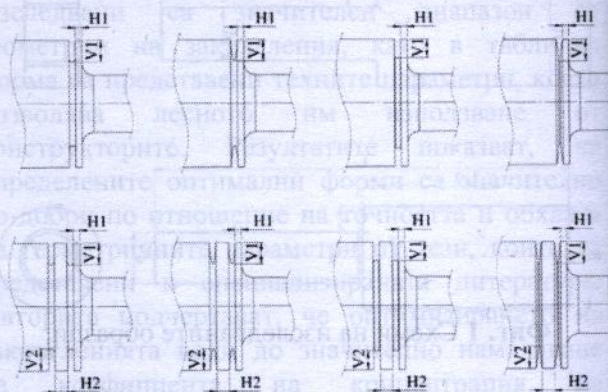
Цилиндричен образец, подложен на опън и усукване			
Радиус на закръгление	Усукващ момент	Сила	$\sigma_{max}$
r, mm	M, Nm	P, N	MPa
1	200	50000	346.570
2			271.650
3			246.200
4			227.490
5			213.250

За да бъдат минимизирани максималните стойности на еквивалентните напрежения в застрашените зони, към двата образца са добавени отвори и надрези със специфична форма и размери.

На фиг. 2 и фиг. 3 в схематичен вид са представени допълнителните надрези и отвори, както и техните геометрични параметри.



Фиг. 2 Схеми на допълнителните отвори и U-образен надрез при призматичния образец.

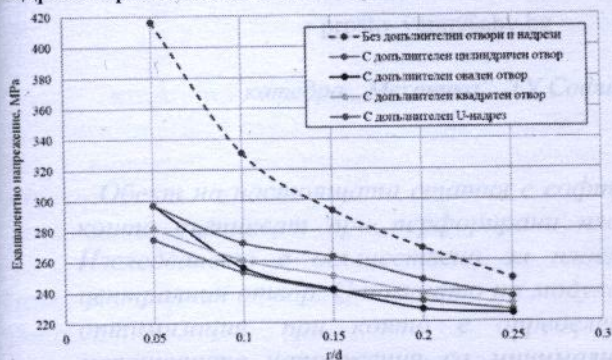


Фиг.3 Схеми на допълнителните надрези при цилиндричния образец.

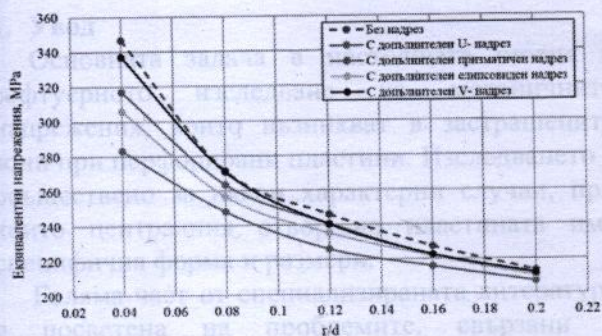
С помощта на оптимизационния модул optiSLang към софтуера ANSYS са определени геометричните параметри на отворите и надрезите при изследваните образци. Като целева функция е използвана минимум на еквивалентните напрежения при статичен анализ.

На фиг. 4, фиг. 5 и фиг. 6 са представени в графичен вид зависимостите на получените еквивалентни напрежения, в функция от различните геометрични съотношения при изследваните образци.

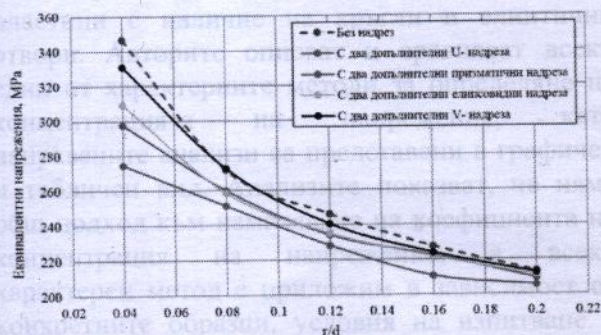
На всяка от графиките с пунктирна линия е представена зависимостта на еквивалентните напрежения, получени при статичния анализ със специализирания софтуер ANSYS, преди оформянето на допълнителните отвори и надрези при изследваните образци.



Фиг.4 Еквивалентни напрежения при призматичен образец, преди и след допълнителните отвори и U-надрез.



Фиг.5 Еквивалентни напрежения при цилиндричен образец преди и след допълнителни единични надрези.



Фиг.6 Еквивалентни напрежения при цилиндричен образец преди и след допълнителни двойни надрези.

Анализът на получените резултати показва, че допълнителните отвори и надрези при изследваните образци намаляват еквивалентните стойности на напреженията. При призматичния образец най-съществено е влиянието на допълнителния цилиндричен отвор, при който най-големите стойности на еквивалентните напрежения намаляват с повече от 30%. При цилиндричния образец наличието на допълнителни надрези намаляват еквивалентните напрежения, като най-голямо влияние оказват двата допълнителни U-надрези, при които максималните стойности на еквивалентните напрежения намаляват с повече от 20%.

## 5. Заключение.

Предмет на настоящата статия е прилагането на софтуерни методи за намаляване на механично напрежение при пробни образци, подложени на сложно натоварване. Получените резултати показват, че наличието на допълнителни отвори и надрези с определена форма и геометрични параметри, съществено намаляват еквивалентните стойности на механичните напрежения.

Резултатите от осъществените симулации биха могли да имат съществено практическо значение, след верификацията им с резултатите от реално експериментално изследване.

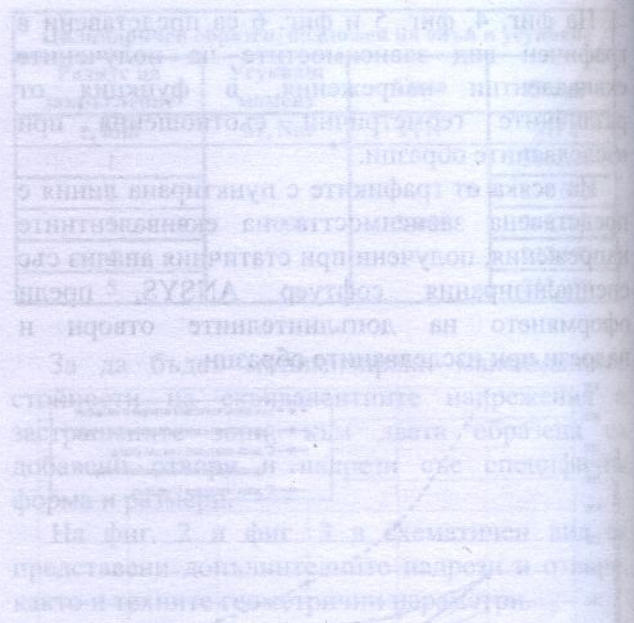
## ЛИТЕРАТУРА

- A. Francavilla, C. Ramakrishnan, O. Zienkiewicz, "Optimization of shape to minimize stress concentration", Journal of Strain Analysis, Volume: 10 issue: 2, page(s): 63-70 1975.
- C. Mattheck, M. Scherrer, K. Bethge, I. Tesari, "Shape Optimization: An Analytical Approach", WIT Transactions on the Built Environment, Volume 80, 2005.
- F. Sonmez, "Optimal shape design of shoulder fillets for flat and round bars under various loadings", IMechE Vol. 223 Part C: J. Mechanical Engineering Science, 2009.
- G. Majzoubi, N. Daemi, „The effects of notch geometry on fatigue life using notch sensitivity factor“, Transactions of The Indian Institute of Metals, vol. 63, Issues 2-3, April-June 2010.
- J. Gonzales-Mendoza, S. Alcántara-Montes, J. Silva-Lomelí, C. Cruz-Alejo, A. Ocampo-Ramírez, "Size optimization of shoulder filleted shafts with relief grooves for improving their fatigue life", Ingeniería e Investigación vol. 37 №3, december-2017 (85-91).
- V. Prasad, B. Ram, K. Krishna, T. Reddy, S. Kumar, "Stress Concentration Factors For Shouldered Shaft With Fillet And Taper Loaded In Tension", International Journal Of Scientific & Technology Research, volume 9, issue 04, April 2020.

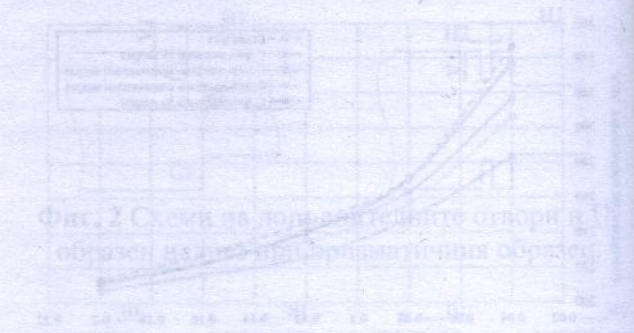
W. Pilkey, D. Pilkey "Peterson's Stress Concentration Factors", John Wiley & Sons, Inc. 2020.  
 W. Waldman, M. Heller, G. Chen, "Optimal free-form shapes for shoulder fillets in flat plates under tension and bending", International Journal of Fatigue 23 (2001) 509–523.  
 W. Young, R. Budynas, A. Sadegh, "Roark's Formulas for Stress and Strain", McGraw Hill Professional, 2011.  
 Y. Otsuka, H. Baron, Y. Mutoh, "Design Optimization of Stress Relief Grooves in Lever Guide of Pressure Vessel for Food Processing", Open Journal of Safety Science and Technology, 2012, 2, 1-7.

ИНТЕРВЬУ

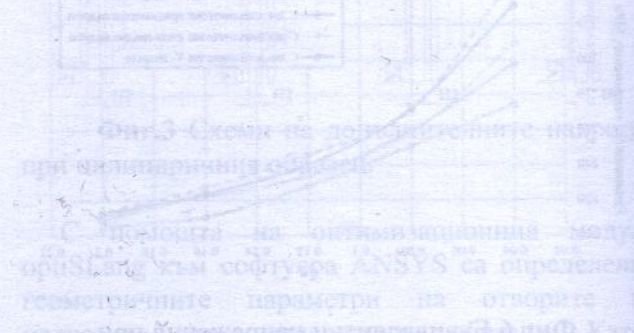
А. Пилкей, Д. Пилкей, "Петерсонс фактори на концентрация на напрежение", "Джон Уили & Сонс", Инк. 2020 г.  
 В. Валдман, М. Хелер, Г. Чен, "Оптимални свободни форми за филети на рамо в плоски плочи под напрежение и огъване", "International Journal of Fatigue" 23 (2001) 509–523.  
 У. Янг, Р. Будинас, А. Садегх, "Роарк формули за напрежение и деформация", "Меграу Хил Професионал", 2011 г.  
 Ю. Оцуска, Х. Барон, Ю. Мутох, "Оптимизиране на дизайна на отвори за облекчаване на напрежението в лост за управление на налягане в съда за хранително-вкусовата промишленост", "Open Journal of Safety Science and Technology", 2012, 2, 1-7.



Фиг. 2. Коефициент на концентрация на напрежение при отвор в плоча под напрежение в зависимост от радиуса на филета. Кривите са за диаметри на отворите: d=10mm, d=20mm, d=30mm.



Фиг. 3. Коефициент на концентрация на напрежение при отвор в плоча под огъване в зависимост от радиуса на филета. Кривите са за диаметри на отворите: d=10mm, d=20mm, d=30mm.



Фиг. 4. Коефициент на концентрация на напрежение при отвор в плоча под напрежение и огъване в зависимост от радиуса на филета. Кривите са за диаметри на отворите: d=10mm, d=20mm, d=30mm.