

**Abstract:** *The influence of the position of the mass and inertia parameters of the additional mass over the natural frequencies of a thin metal plates is investigated in this study for six different boundary conditions. It is provided to determine the most suitable mass and inertia parameters of the additional mass. In this way it could be realized the necessary change of the natural frequencies of the elements. The change is important in order to avoid the closeness of the natural frequencies to the frequencies of the excitators in mechanical systems.*

**KEYWORDS:** NATURAL FREQUENCIES, RECTANGULAR PLATE, ADDITIONAL MASS, NUMERICAL ANALYSIS.

## 1. Въведение

Известно е, че звукът представлява вълново движение в еластична среда [Банов, 2003]. Във всяка машина, апарат или уред има редица източници на трептения, като в редица случаи те са в чуваемия честотен диапазон и следователно са източници на звук [Ohayon, 1998, Soedel, 1982]. Разпространението му през структурите на машината е известно като структурен шум, а той се предава от корпусните елементи на въздуха и от там достига до ушите ни. Важни характеристики на корпусните елементи следователно са степените на пропускане и снижаване /усилване/ на преминаващия звук. Когато честотите на източниците на вибрации /звук/ съвпадат с някои от честотите на елементите от конструкцията, последните изпадат в резонанс и увеличават многократно амплитудите на трептенията си. Ако честотите са в чуваемия диапазон, те стават силен източник на звукова мощност, която в зависимост от честотата и нивото на звука води до неблагоприятни въздействия върху човешкия организъм. Естественят начин за противодействие на такава ситуация е оптималното отдалечаване на собствените честоти на конструкцията от честотата на източника. Честотата на източника трудно се променя, тъй като зависи от същността на конструкцията му. Следователно за изменението на собствените честоти на конструктивните елементи, при запазване на техните конструктивни, якостни и функционални параметри е необходимо да се влияе върху геометричните и масови параметри на елементите.

**Целта** на настоящата работа е да се изследва влиянието на масовите и инерционни параметри на допълнителна маса, присъединена към тънка метална плоча, върху стойностите и диапазона на изменение на собствените им честоти при различни гранични условия.

## 2. Методика на изследването

Методиката на изследването е съобразена със съвременните тенденции за изследване на якостните и честотни характеристиките на конструктивните елементи. В този случай основните изследвания се извършват числено, а само за някои характерни варианти от численото изследване се прави проверка на съответствието на числените резултати с тези от експерименталното изследване.

В тази работа са изследвани измененията на собствените честоти на правоъгълна плоча с размери 200x200x1 mm за численото и 200x200x0.8 mm за експерименталното изследване, както и аналогичните варианти за числено изследване необходими за апробация на изследването. На плочата се присъединява допълнителна маса с форма на правилен цилиндър. При шест варианта на гранични условия (фиг. 1) се променят радиуса  $r$  и височината  $h$  на цилиндъра, както е дадено на фиг. 1. При изследването се проследява изменението на първите четири собствени честоти в зависимост от изменението на  $r$  и  $h$ , като се изследват три характерни варианта:

1. Постоянен радиус на допълнителната маса –  $r = 10$  mm = constant;  $h = [2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18]$ , mm;  $\Delta m = [1.57, 3.15, 4.72, 6.29, 7.86, 9.43, 11.00, 12.57, 14.14]$ , %;

2. Постоянна височина на допълнителната маса –  $h = 8$  mm = constant;  $r = [4, 6, 8, 10, 12, 14]$ , mm;  $\Delta m = [1.01, 2.26, 4.03, 6.29, 9.06, 12.33]$ , %;

3. Постоянно тегло на допълнителната маса –  $\Delta m =$  constant;  $r = [4, 6, 8, 10, 12, 14]$ , mm;  $h = [27.78, 15.63, 10.00, 6.94, 5.10]$ , mm.

$\Delta m$  – увеличение на масата на пластината с допълнителната маса спрямо тази на чистата плоча, %.

### 2.1. Числено изследване

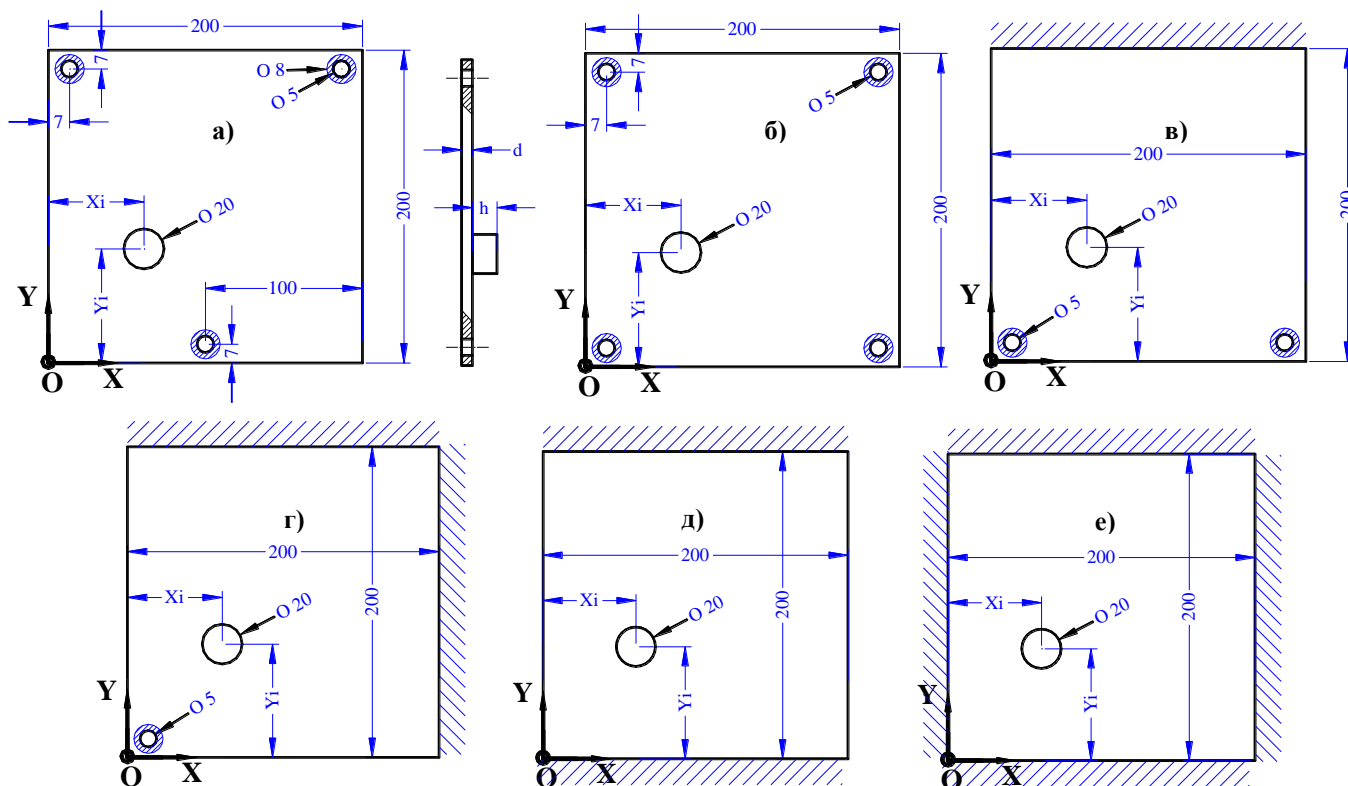
Плочата е моделирана в среда на SolidWorks2006, а пресмятанията на собствените честоти и форми е извършено числено с помощта на програмата CosmosWorks2006. Плочата е моделирана като тяло тип черупка (Shell mesh-Thick), тъй като съгласно [MSC.Marc, 2001 Kurowski P., 2006] при изследване на тънкостенни детайли по-добри резултати се получават при моделирането им като Shell обекти. В случая разликата в резултатите при представяне на обекта с Shell mesh-Thick или Shell mesh-Thin елементи е под 0.5%. Първият вид на елементите за замреждане на плочата дава резултати по-близки до експерименталните. Моделът с допълнителната цилиндрична маса е моделиран с Solid и Shell елементи [MSC.Marc, 2001 Kurowski P., 2006]. Цилиндричната маса е моделирана със Solid елементи, а пластината с Shell елементи и зададена твърда връзка между тях. За замреждането на модела са използвани вградените алгоритми за оптимизиране на

замреждането без ръчна корекция. Закрепването на винтовете се представя като закрепване тип „No translation” по повърхнината с форма на диск с диаметри  $\varnothing 5$  – вътрешен и  $\varnothing 8$  – външен по една от челните повърхнини на отворите. Закрепването се осъществява само по едната от челните повърхнини, тъй като това не се отразява върху резултатите от численото изследване. Закрепването на пластините тип „запване” се представя като закрепване тип „No translation” по странична повърхнината.

изчислителни варианта и шестте варианта на гранични условия.

## 2.2. Експериментално изследване

За вторият вариант на гранични условия на плочата е направен натурен експеримент, при който са определени собствените честоти на плочата без маса и с маса. Масата е фиксирана към пластината чрез залепване. Координатите на масовия център на масата в равнината OXY са  $X=29$  mm и  $Y=100$  mm.



Фиг. 1. Варианти на граничните условия, при които е изследвано влиянието на разположението на допълнителна маса върху пластината.

Основните изследвания са направени с дебелина на пластината 1 mm, радиус на цилиндъра 10 mm и височина 10 mm. За сравнение с експерименталните данни е изследвана и пластината с дебелина 0.8 mm, радиус на цилиндъра 9 mm и височина 10 mm. Основните параметри на материала използван при численото изследване са:  $E_x = 2.1e11$  Pa,  $\mu_{xy}=0.29$ ,  $G_{xy}=7.7e10$  Pa,  $\rho=7900$  kg/m<sup>3</sup>.

С цел намаляване на изчислителните варианти на моделите е проследено изменението на собствените честоти при поставянето на допълнителната маса само в една характерна за всеки модел точка с координати X, Y. Координатите на масата са подбрани за различните варианти на гранични условия на пластината, както следва: Вариант a):  $X = 15$ , mm;  $Y = 15$ , mm; Вариант б), в), г) и д):  $X = 15$ , mm;  $Y = 100$ , mm; Вариант е):  $X = 100$ , mm;  $Y = 100$ , mm. Координатите са избрани така, че допълнителната маса да е разположена в зона с голяма амплитуда при първа или втора (Вариант б), в)) собствена форма на пластините за различните гранични условия. Изчислява се процентното изменение на първите четири собствени честоти спрямо тези на пластината без маса за трите

Разположението на масата определя най-голямо изменение на втората собствена честота на плочата с маса спрямо тази без маса.

## 3. Резултати от изследването

### 3.1. Числени резултати

Представени са само резултатите от численото изследване на вариант г) на закрепване на плочата. В таблици 1, 3 и 5 са показани получените резултати за изменението на собствените честоти при изменение на  $r$  и  $h$  на допълнителната. В таблици 2, 4 и 6 са представени резултатите от процентното изменение на собствените честоти спрямо честотите на пластината без допълнителна маса. В таблиците с  $m$  е представена масата на пластината с допълнителната маса.

Собствените честоти на пластината без маса за Вариант г) на закрепване са дадени в колоната за  $h=0$  mm на Таблица № 1.

Таблица № 1 - Вариант г) на гранични условия

h, mm	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
m, g	315.84	320.81	325.77	330.74	335.70	340.66	345.62	350.58	355.54	360.50
$\Delta m$ , %	0.00	1.57	3.14	4.72	6.29	7.86	9.43	11.00	12.57	14.14
Freq 1, Hz	127.21	126.82	124.61	122.02	119.22	116.1	113.13	110.09	107.14	104.41
Freq 2, Hz	177.05	174.07	168.17	163.36	159.32	156.5	154	151.99	150.25	148.82
Freq 3, Hz	271.98	267.89	264.29	261.37	259.25	257.15	255.66	253.63	251.91	249.63
Freq 4, Hz	381.37	380.68	378.77	377.21	375.38	372.56	369.77	365.83	360.7	353.91

Таблица № 2

h, mm	2	4	6	8	10	12	14	16	18
m, g	320.81	325.77	330.74	335.70	340.66	345.62	350.58	355.54	360.50
$\Delta m$ , %	1.57	3.14	4.72	6.29	7.86	9.43	11.00	12.57	14.14
Freq 1, %	0.31	2.09	4.25	6.70	9.57	12.45	15.55	18.73	21.84
Freq 2, %	1.71	5.28	8.38	11.13	13.13	14.97	16.49	17.84	18.97
Freq 3, %	1.53	2.91	4.06	4.91	5.77	6.38	7.23	7.97	8.95
Freq 4, %	0.18	0.69	1.10	1.60	2.36	3.14	4.25	5.73	7.76

Таблица № 3

r, mm	4	6	8	10	12	14
m, g	319.02	322.99	328.55	335.70	344.44	354.76
$\Delta m$ , %	1.01	2.26	4.02	6.29	9.06	12.32
Freq 1, Hz	125.88	124.45	122.17	119.22	115.53	111.58
Freq 2, Hz	173.23	168.73	163.84	159.32	155.66	152.67
Freq 3, Hz	268.58	265.55	262.47	259.25	256.99	254.00
Freq 4, Hz	380.86	379.2	377.27	375.38	373.22	369.50

Таблица № 4

r, mm	4	6	8	10	12	14
m, g	318.56	322.53	328.09	340.20	343.97	354.3
$\Delta m$ , %	0.86	2.12	3.88	7.71	8.91	12.18
Freq 1, %	1.06	2.22	4.13	6.70	10.11	14.01
Freq 2, %	2.21	4.93	8.06	11.13	13.74	15.97
Freq 3, %	1.27	2.42	3.62	4.91	5.83	7.08
Freq 4, %	0.13	0.57	1.09	1.60	2.18	3.21

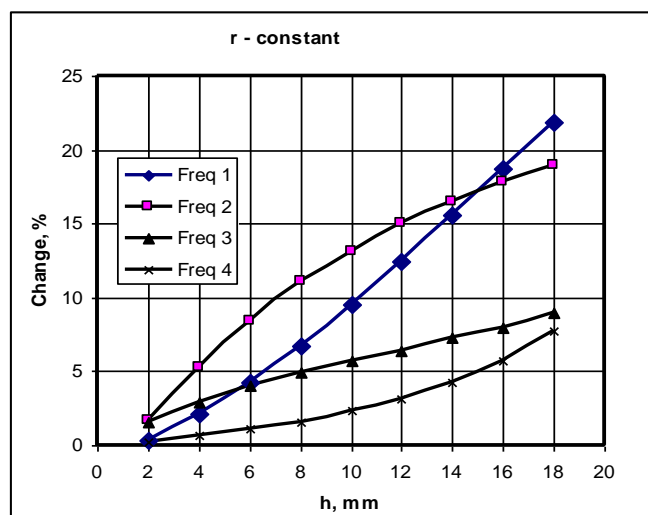
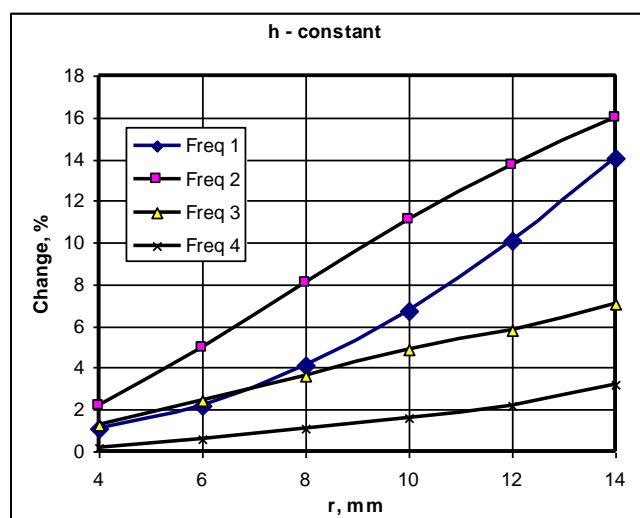
Таблица № 5

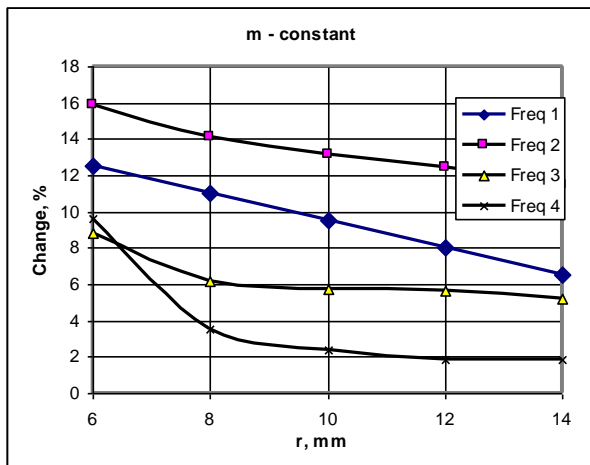
r, mm	6	8	10	12	14
h, mm	27.78	15.63	10.00	6.94	5.10
Freq 1, Hz	113.02	114.53	116.1	117.72	119.42
Freq 2, Hz	152.8	155.11	156.5	157.51	158.85
Freq 3, Hz	249.98	256.22	257.15	257.46	258.57
Freq 4, Hz	347.78	368.46	372.56	374.41	374.59

Таблица № 6

r, mm	6	8	10	12	14
h, mm	27.78	15.63	10.00	6.94	5.10
Freq 1, Hz	12.56	11.07	9.57	8.06	6.52
Freq 2, Hz	15.87	14.14	13.13	12.41	11.46
Freq 3, Hz	8.80	6.15	5.77	5.64	5.19
Freq 4, Hz	9.66	3.50	2.36	1.86	1.81

На фиг. 3, 4 и 5 са представени графиките на процентното изменение на собствените честоти на пластината с поставена допълнителна маса при промяна на  $h$  ( $\Delta m \neq \text{constant}$ ),  $r$  ( $\Delta m \neq \text{constant}$ ) и  $r$  при  $\Delta m = \text{const}$ .

Фиг.3. Влияние на височината  $h$  върху изменението на собствените честоти на пластината.Фиг.4. Влияние на радиуса  $r$  върху изменението на собствените честоти на пластината.



Фиг. 5. Влияние на радиуса  $r$  ( $\Delta m = \text{constant}$ ) върху изменението на собствените честоти на пластината.

### 3.2. Експериментални резултати

В таблица 7 са представени резултатите от експерименталното и числено изследване на Вариант 2 на плочата без маса, а в таблица 8 с маса, където

$\text{Freq}_E$  – експериментално измерена собствена честота на пластината, Hz;

$\text{Freq}_n$  – числено получена собствена честота на пластината, Hz;

$\text{Freq}_V$  – процентна грешка между експерименталната и числено получени собствени честоти на пластината, %.

Таблица № 7

№	$\text{Freq}_E$	$\text{Freq}_n$	$\text{Freq}_V$
	Hz	Hz	%
1	71.82	72.50	0.93%
2	98.57	132.92	25.84%
3	127.7	132.95	3.95%
4	185.7	151.99	-22.18%

Таблица № 8

№	$\text{Freq}_E$	$\text{Freq}_n$	$\text{Freq}_V$
	Hz	Hz	%
1	58.72	69.942	16.04%
2	87.85	117.66	25.34%
3	104.4	133.72	21.93%
4	165.5	147.97	-11.85%

Избран е Вариант б) на граничните условия на пластината за съпоставка между численото и експериментално изследване, тъй като най-точно могат да се реализират граничните условия. На база на сравнението на получените резултати от числено и експериментално определените собствени честоти на плочи се вижда, че има добро съответствие между двата метода. Следователно, получаваните по числен път с описаната програма собствени честоти на мембраните са достоверни.

### 3.3. Анализ на резултатите

От получените резултати се вижда, че най-голямо изменение има при тези собствени честоти, при които има най-големи амплитуди в собствените форми в зоната на поставяне на масата.

Промяната на  $r$  и  $h$  при постоянна стойност на масата на допълнителната маса влияе малко на изменението на собствените честоти на пластината (до 5%) само при Вариант б) е 8%. От изследванията се наблюдава, че при постоянна стойност на  $\Delta m$  увеличението на  $r$  води до намаляване на собствените честоти, което се дължи на локалното вкоравяване на пластината от допълнителната маса. Същото се наблюдава и при изследване на влиянието на промяната поотделно на  $r$  и  $h$  върху собствените честоти. При  $r = \text{const}$  увеличението е по-голямо до 5% (Вариант а) – 1%; Вариант б) – 4%; Вариант в) – 3%; Вариант г) – 2%; Вариант д) – 5%; Вариант е) – 5% при  $\Delta m = 12.5\%$ ) за разглежданите варианти в сравнение с  $h = \text{const}$ , което се дължи на локалното вкоравяване на пластината при увеличаването на  $r$ .

От изследването на влиянието на  $r$  и  $h$  върху собствените честоти се вижда, че най-голямо влияние оказва изменението на  $\Delta m$ , а след това на  $r$ , като за направените изследвания при различните гранични условия те достигат следните стойности: Вариант а) – 50%; Вариант б) – 33%; Вариант в) – 28%; Вариант г) – 22%; Вариант д) – 30%; Вариант е) – 31% при  $\Delta m = 14.13\%$ .

## 4. Изводи

1. Промяната на размерите на допълнителната маса при запазване на теглото и, не влияе съществено върху изменението на собствените честоти на пластината.
2. Промяната на теглото на допълнителната маса влияе съществено върху собствените честоти на системата.
3. Характера на изменение на собствените честоти при промяната теглото на допълнителната маса е различен при различните варианти на закрепване.

*Благодарности:* Изследванията в тази работа са извършени благодарение на финансирането по дог. 08089ни-4/2008 от Вътрешния конкурс за научни изследвания на ТУ – София, сесия 2008 г.

## 5. Литература

- [1] Банов, С., Ив. Кралов, Шум в транспортната техника, ТУ-София, 2003.
- [2] Чешанков, Б., Теория на трептенията, София, 1991.
- [3] Gorman, G., Free Vibration Analysis of Rectangular Plates, Elsevier, NH, USA, 1982.
- [4] Ohayon, R., C. Soize, Structural Acoustics and Vibration, Academic Press Limited, London, 1998.
- [5] Soedel, M., Vibrations of Shells and Plates, Marcel Decker Inc., IN, USA, 1982.
- [6] MSC.Marc: Theory and Use Information, MSC Software Corporation, 2001
- [7] Kurowski P., Engineering Analysis with COSMOSWorks Professional 2006, Schroff Development Corporation, 2006