

ГЕОМЕТРИЧЕН СИНТЕЗ НА МЕСТОПОЛОЖЕНИЕТО НА ДОПЪЛНИТЕЛНАТА МАСА ВЪРХУ ТЪНКОСТЕННА ПЛОЧА С ЦЕЛ ИЗМЕНЕНИЕ НА ОПРЕДЕЛЕНИ СОБСТВЕНИ ЧЕСТОТИ ПРИ РАЗЛИЧНИ ГРАНИЧНИ УСЛОВИЯ

Георги Полихронов, Красимир Неделчев, Иван Кралов

Резюме: В работата е изследвано влиянието на местоположението на допълнителна цилиндрична маса върху собствените честоти на правоъгълни тънкостенни метални плочи при шест характерни варианта на закрепване. Това дава възможност въз основа на собствените форми на плочите да се определи положението на допълнителната маса, при което ще се реализира най-голямо изменение на една или няколко от собствените честоти на тънкостенната плоча. Това изменение е необходимо с цел да се избегне близостта на собствени честоти до честотите на източниците на вибрации и звук в механична система.

Ключови думи: собствени честоти, собствени форми, тънка правоъгълна плоча, допълнителна маса, числен анализ.

GEOMETRICAL SYNTHESIS OF THE ADDITIONAL MASS POSITION OVER A THIN PLATE FOR CHANGING SOME OF THE NATURAL FREQUENCIES IN DIFFERENT BOUNDARY CONDITIONS

Georgy Polihronov, Krasimir Nedelchev, Ivan Kralov

Abstract: The influence of the position of the additional mass over the natural frequencies of a thin metal plates is investigated in this study for six different boundary conditions. It is provided a search of the additional mass position for maximal change of the natural frequencies. This is an appropriate way to take natural frequencies of the plate out of the exciting frequencies range and to reduce the vibration and noise level radiating from it.

Keywords: natural frequencies, modal shape, thin metal plates, additional mass, numerical analysis.

1. Въведение

Известно е, че звукът представлява вълново движение в еластична среда [1]. Във всяка машина, апарат или уред има редица източници на трептения, като в редица случаи те са в чуваемия честотен диапазон и следователно са източници на звук [4, 5]. Разпространението му през структурите на машината е известно като структурен шум, а той се предава от корпусните елементи на въздуха и от

там достига до ушите ни. Важни характеристики на корпусните елементи следователно са степените на пропускане и снижаване /усилване/ на преминаващия звук. Когато честотите на източниците на вибрации /звук/ съвпадат с някои от честотите на елементите от конструкцията, последните изпадат в резонанс и увеличават многократно амплитудите на трептенията си. Ако честотите са в чувствения диапазон, те стават силен източник на звукова мощност, която в зависимост от честотата и нивото на звука води до неблагоприятни въздействия върху човешкия организъм. Естественият начин за противодействие на такава ситуация е оптималното отдалечаване на собствените честоти на конструкцията от честотата на източника. Честотата на източника трудно се променя. Следователно за изменение на собствените честоти на конструктивните елементи, при запазване на техните конструктивни, якостни и функционални параметри, е необходимо да се влияе върху геометричните и масови параметри на елементите

Целта на настоящата работа е да се изследва влиянието на мястото на добавяне на малка маса върху тънка метална пластина, така че да се получи максимално изменение на една или няколко от първите четири собствени честоти на елемента.

2. Методика на изследването

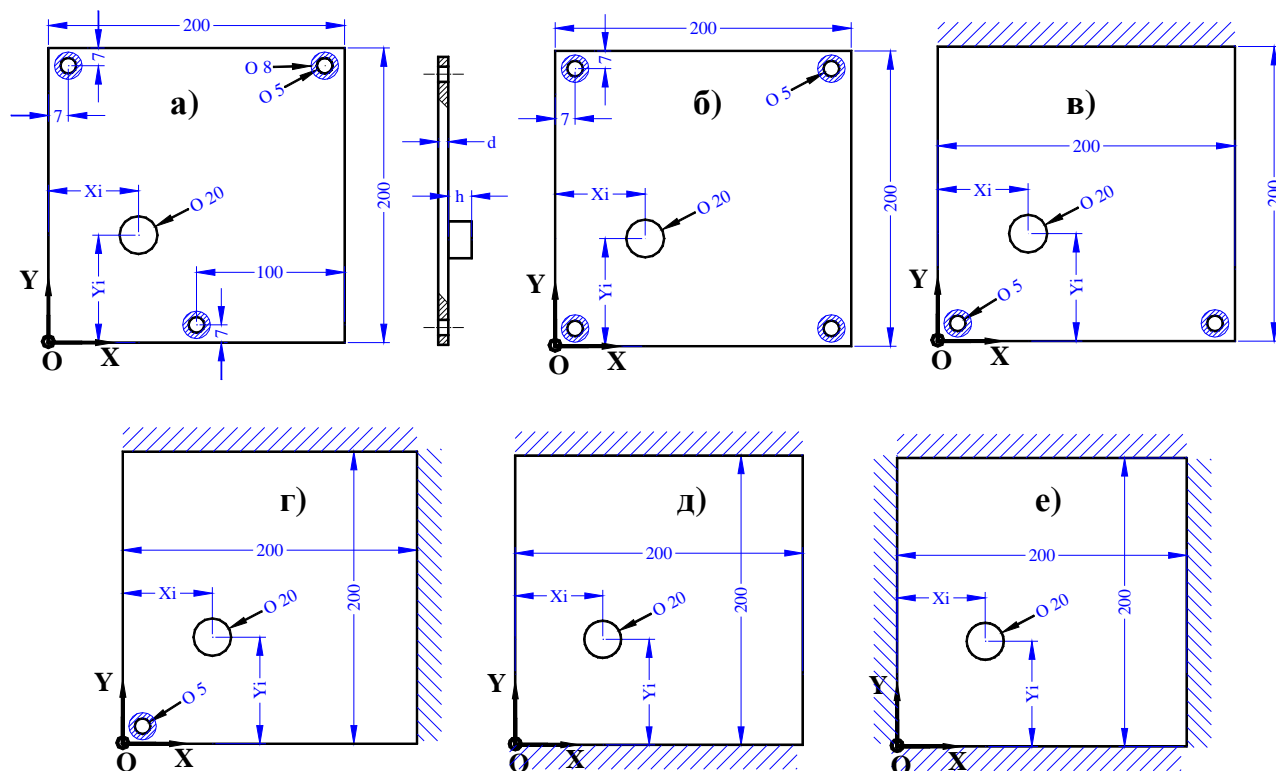
Методиката на изследването е съобразена със съвременните тенденции за изследване на якостните и честотни характеристики на конструктивните елементи. В този случай основните изследвания се извършват числено, а само за някои характерни варианти от численото изследване се прави проверка на съответствието на числените резултати с тези от експерименталното изследване.

В тази работа са изследвани измененията на собствените честоти на правоъгълна плоча с размери 200x200x1 mm за численото и 200x200x0,8 mm за експерименталното изследване, както и аналогичните варианти за числено изследване, необходими за апробация на изследването. Към плочата се присъединява допълнителна маса с форма на правилен цилиндър с височина 10 mm. При шест варианта на гранични условия се променя местоположението на цилиндъра по осите X и Y, както е дадено на фиг.1. При изследването се проследява изменението на първите четири собствени честоти във функция на координатите на цилиндъра върху плочата.

2.1. Числено изследване

Плочата е моделирана в среда на SolidWorks2006, а пресмятанията на собствените честоти и форми е извършено числено с помощта на програмата CosmosWorks2006. Плочата е моделирана като тяло тип черупка (Shell mesh-Thick), тъй като съгласно [6, 7] при изследване на тънкостенни детайли подобри резултати се получават при моделирането им като Shell обекти. В случая разликата в резултатите при представяне на обекта с Shell mesh-Thick или Shell mesh-Thin елементи е под 0.5%. Първият вид на елементите за замрежване на плочата дава резултати по-близки до експерименталните. Моделът с допълнителната цилиндрична маса е моделиран с Solid и Shell елементи [6, 7]. Цилиндричната маса е моделирана със Solid елементи, а пластината с Shell елементи и зададена твърда връзка между тях. За замрежването на модела са използвани

вградените алгоритми за оптимизиране на замрежването без ръчна корекция. Закрепването на винтовете се представя като закрепване тип „No translation” по повърхнина с форма на диск с диаметри $\varnothing 5$ – вътрешен и $\varnothing 8$ – външен по една от челните повърхнини на отворите. Закрепването се осъществява само по една от челните повърхнини, тъй като това не се отразява върху резултатите от численото изследване. Закрепването на пластините тип „запъване” се представя като закрепване тип „No translation” по странична повърхнина.



Фиг.1. Варианти на граничните условия, при които е изследвано влиянието на разположението на допълнителна маса върху пластината.

Основните изследвания са направени с дебелина на пластината 1 mm, радиус на цилиндъра 10 mm и височина 10 mm. За сравнение с експерименталните данни е изследвана и пластина с дебелина 0.8 mm, радиус на цилиндъра 9 mm и височина 10 mm. Основните параметри на материала използван при численото изследване са: $E_x = 2.1e11$ Pa, $\mu_{xy}=0.29$, $G_{xy}=7,7e10$ Pa, $\rho=7900$ kg/m³.

Центърът на допълнителната маса се поставя, така че координатите му да се изменят по X и Y със стъпка 25 mm, а на характерни зони и със стъпка 10 и 15 mm. За всяко положение се определят първите четири собствени честоти и се изчислява процентното им изменение спрямо тези на пластината без маса.

2.2. Експериментално изследване

Въз основа на численото изследване са установени зоните от плочите, в които има най-голямо изменение на една или няколко от собствените честоти на плочите при различните варианти на гранични условия. За вариант б) на закрепване на плочата е направен натурален експеримент, при който са определени собствените честоти на плочата без маса и с маса. Масата е фиксирана към пластината чрез залепване. Координатите на масовия център на масата в равнината OXY

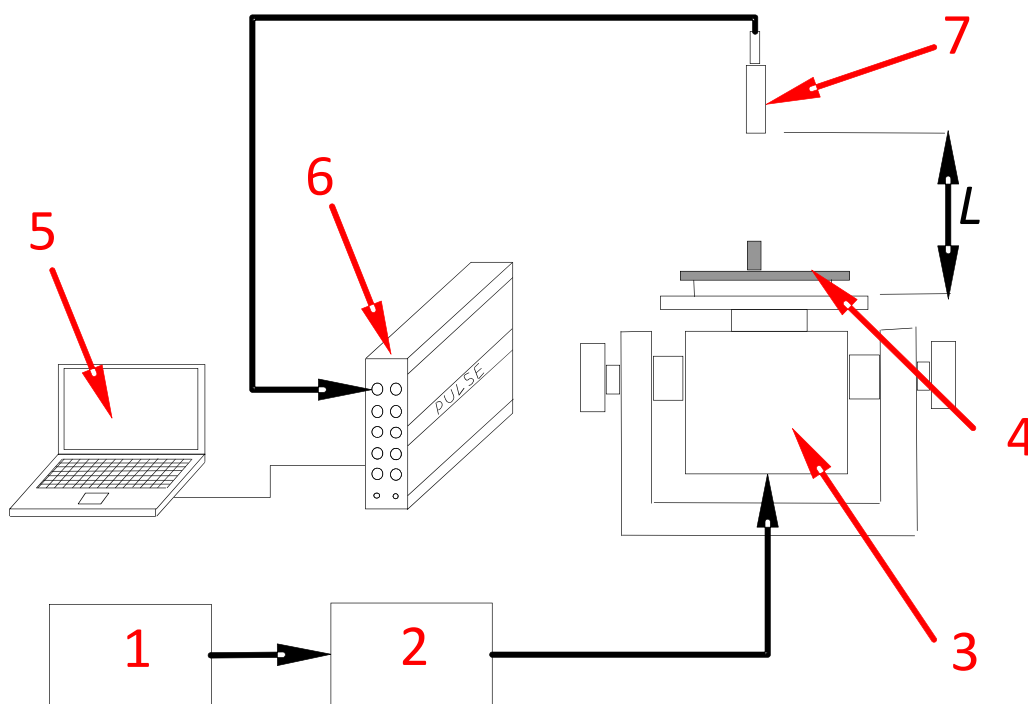
се намират в зоната, определяща най-голямо изменение на собствените честоти на системата и са: $X=29$ mm и $Y=100$ mm. При това разположение най-голямо е изменението на втората собствена честота.

Експерименталната постановка е реализирана от източник на принудени трептения и преобразувател за регистриране на изменението на звуковото налягане.

Пластината се поставя на електродинамичен вибратор, който се управлява от генератор, чрез който се променя плавно честотата на трептене.

Пластината се монтира неподвижно върху електродинамичния вибратор (фиг.2). Микрофонът е монтиран на стойка над пластината на разстояние $L=10$ cm. След това с помощта на генератора на синусоидални трептения се променя плавно честотата на трептене на изследвания обект и едновременно с това се измерва изменението на FFT спектъра на звуковото налягане над пластината с помощта на микрофона.

Въз основа на измерения FFT спектър на звуковото налягане се определя собствената честота на изследваният обект. Използваната измервателна апаратура е пет канална мобилна цифрова система "Pulse 3560B-30" за измерване на вибрации и шум, производство на фирмата Brüel&Kær - Дания, с работна честотна лента 0–25 400 Hz и микрофон № 4144 – Brüel&Kær, с честотен обхват 10-10000 Hz.



Фиг.2. Схема на експерименталната постановка

- 1 – генератор на синусоидален сигнал; 2 – усилвател на мощност;
3 – електродинамичен вибратор; 4 – изследвана пластина; 5 – мобилен компютър;
6 – виброакустичен усилвател; 7 – микрофон

3. Резултати от изследването

3.1. Числени резултати

Представени са само резултатите от численото изследване на г) вариант на закрепване на плочата. На фиг.2 са показани собствените форми, а в табл.1, табл.3,

табл.5 и табл.7 получените резултати за изменението на собствените честоти при изменение на местоположението на допълнителната маса върху пластината. В табл.2, табл.4, табл.6 и табл.8 са представени резултатите от процентното изменение на собствените честоти спрямо честотите на пластината без допълнителна маса. В тях се вижда, че при намаляване на собствената честота процентното изменение е със знак плюс, докато при увеличаване на собствената честота - със знак минус. В таблиците с X и Y са обозначени координатите на точките, в които се поставя масата при различните варианти на числено изследване.

Таблица 1

Freq 1		X, mm								
Hz		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	150.56	125.23	120.99	116.61	116.03	116.59	120.75	125.73	129.86
	40	125.19	122.68	118.75	116.40	116.48	117.35	121.50	126.14	130.33
	65	121.10	118.69	115.99	115.29	115.96	117.56	121.68	126.02	129.93
	90	116.86	116.36	115.54	116.00	117.03	118.89	122.86	126.72	129.68
	100	116.15	116.35	115.92	116.93	117.86	119.83	123.73	126.88	129.16
	115	116.70	117.54	117.70	118.76	119.86	121.63	125.01	127.31	128.56
	140	120.76	121.44	121.89	123.13	123.78	125.14	126.80	127.70	127.97
	165	125.82	125.88	125.99	126.51	126.88	127.21	127.65	127.54	127.15
185	129.96	130.19	130.41	129.54	129.36	128.69	127.90	127.33	126.97	

Таблица 2

Freq 1		X, mm								
%		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	-18.36	1.56	4.89	8.33	8.79	8.35	5.08	1.16	-2.08
	40	1.59	3.56	6.65	8.50	8.43	7.75	4.49	0.84	-2.45
	65	4.80	6.70	8.82	9.37	8.84	7.59	4.35	0.94	-2.14
	90	8.14	8.53	9.17	8.81	8.00	6.54	3.42	0.39	-1.94
	100	8.69	8.54	8.88	8.08	7.35	5.80	2.74	0.26	-1.53
	115	8.26	7.60	7.48	6.64	5.78	4.39	1.73	-0.08	-1.06
	140	5.07	4.54	4.18	3.21	2.70	1.63	0.32	-0.39	-0.60
	165	1.09	1.05	0.96	0.55	0.26	0.00	-0.35	-0.26	0.05
185	-2.16	-2.34	-2.52	-1.83	-1.69	-1.16	-0.54	-0.09	0.19	

Таблица 3

Freq 2		X, mm								
Hz		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	198.85	177.49	164.39	158.21	157.08	156.95	163.30	174.40	185.16
	40	177.80	177.93	173.87	170.41	169.38	169.48	171.73	176.76	183.14
	65	163.48	173.36	177.25	177.05	176.49	175.90	176.52	178.09	180.36
	90	157.37	169.91	176.55	179.64	179.34	178.82	178.42	177.78	178.12
	100	156.44	168.86	176.45	179.38	179.41	178.93	178.31	177.91	178.12
	115	156.80	168.67	175.63	178.99	179.21	178.96	178.05	177.81	178.05
	140	162.67	171.42	176.08	177.94	178.39	178.00	177.94	177.78	177.49
	165	173.54	176.79	178.18	178.66	178.26	178.02	177.59	177.81	177.87
185	183.64	183.33	179.56	178.49	178.01	177.97	177.60	177.68	177.58	

Таблица 4

Freq 2		X, mm								
%		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	-12.31	-0.25	7.15	10.64	11.28	11.35	7.77	1.50	-4.58
	40	-0.42	-0.50	1.80	3.75	4.33	4.28	3.00	0.16	-3.44
	65	7.66	2.08	-0.11	0.00	0.32	0.65	0.30	-0.59	-1.87
	90	11.12	4.03	0.28	-1.46	-1.29	-1.00	-0.77	-0.41	-0.60
	100	11.64	4.63	0.34	-1.32	-1.33	-1.06	-0.71	-0.49	-0.60
	115	11.44	4.73	0.80	-1.10	-1.22	-1.08	-0.56	-0.43	-0.56
	140	8.12	3.18	0.55	-0.50	-0.76	-0.54	-0.50	-0.41	-0.25
	165	1.98	0.15	-0.64	-0.91	-0.68	-0.55	-0.30	-0.43	-0.46
185	-3.72	-3.55	-1.42	-0.81	-0.54	-0.52	-0.31	-0.36	-0.30	

Таблица 5

Freq 3		X, mm								
Hz		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	283.70	272.10	262.01	257.75	256.98	257.07	260.85	270.79	275.52
	40	272.73	277.93	274.75	270.46	269.82	269.83	274.05	278.84	276.74
	65	261.91	274.68	276.51	269.23	266.87	265.37	267.96	274.02	275.94
	90	257.31	270.40	269.23	256.91	253.27	250.13	253.28	266.03	277.06
	100	257.00	269.67	267.05	252.82	248.94	245.36	249.65	263.95	276.98
	115	257.73	270.05	265.15	250.11	245.66	242.53	247.79	263.05	277.15
	140	260.67	274.31	268.45	254.24	249.83	247.87	254.54	268.49	276.51
	165	271.48	278.41	274.03	266.00	263.78	263.62	268.58	274.04	274.90
185	276.16	276.07	276.35	277.28	277.58	277.37	276.38	275.20	273.54	

Таблица 6

Freq 3		X, mm								
%		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	-4.31	-0.04	3.67	5.23	5.52	5.48	4.09	0.44	-1.30
	40	-0.28	-2.19	-1.02	0.56	0.79	0.79	-0.76	-2.52	-1.75
	65	3.70	-0.99	-1.67	1.01	1.88	2.43	1.48	-0.75	-1.46
	90	5.39	0.58	1.01	5.54	6.88	8.03	6.88	2.19	-1.87
	100	5.51	0.85	1.81	7.04	8.47	9.79	8.21	2.95	-1.84
	115	5.24	0.71	2.51	8.04	9.68	10.83	8.89	3.28	-1.90
	140	4.16	-0.86	1.30	6.52	8.14	8.86	6.41	1.28	-1.67
	165	0.18	-2.36	-0.75	2.20	3.01	3.07	1.25	-0.76	-1.07
185	-1.54	-1.50	-1.61	-1.95	-2.06	-1.98	-1.62	-1.18	-0.57	

Таблица 7

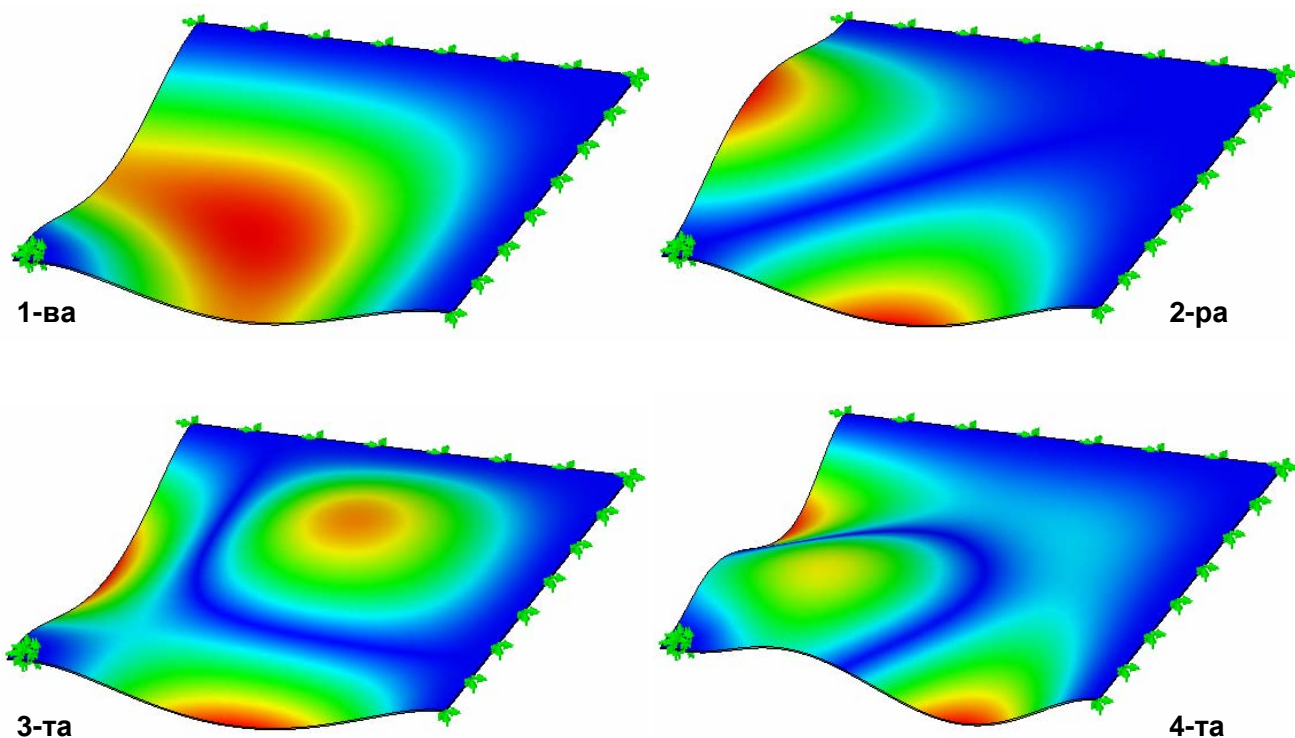
Freq 4		X, mm								
Hz		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	423.65	365.66	372.13	376.73	372.80	365.20	350.67	354.13	387.74
	40	365.71	346.49	353.24	374.03	378.75	377.99	363.33	366.45	385.93
	65	371.37	352.68	350.28	370.72	378.95	383.72	371.93	374.82	383.44
	90	377.15	373.50	371.37	379.91	382.72	384.19	379.71	378.01	382.22
	100	372.52	378.43	379.00	383.31	383.16	383.33	379.65	378.44	382.91
	115	364.78	377.48	384.24	384.22	383.12	381.60	378.43	378.69	382.22
	140	351.23	363.76	373.27	379.83	380.65	378.79	376.98	378.92	381.54
	165	353.96	367.30	377.41	379.11	379.44	378.70	379.55	381.16	381.74
185	388.09	386.52	383.75	382.77	382.30	382.70	382.32	381.74	381.44	

Таблица 8

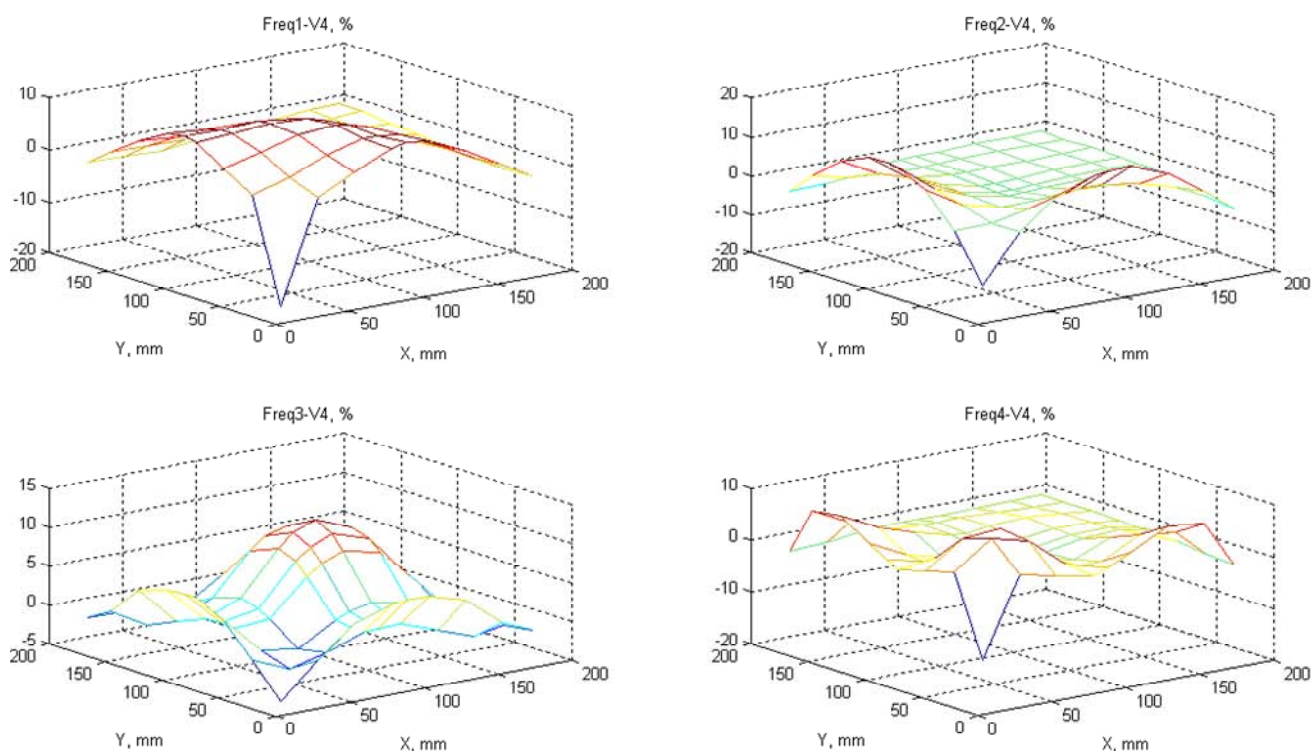
Freq 4		X, mm								
%		15	40	65	90	100	115	140	165	185
Y, mm	15	-11.09	4.12	2.42	1.22	2.25	4.24	8.05	7.14	-1.67
	40	4.11	9.15	7.38	1.92	0.69	0.89	4.73	3.91	-1.20
	65	2.62	7.52	8.15	2.79	0.63	-0.62	2.48	1.72	-0.54
	90	1.11	2.06	2.62	0.38	-0.35	-0.74	0.44	0.88	-0.22
	100	2.32	0.77	0.62	-0.51	-0.47	-0.51	0.45	0.77	-0.40
	115	4.35	1.02	-0.75	-0.75	-0.46	-0.06	0.77	0.70	-0.22
	140	7.90	4.62	2.12	0.40	0.19	0.68	1.15	0.64	-0.04
	165	7.19	3.69	1.04	0.59	0.51	0.70	0.48	0.06	-0.10
185	-1.76	-1.35	-0.62	-0.37	-0.24	-0.35	-0.25	-0.10	-0.02	

Собствените честоти на пластината без маса за вариант на закрепване г) са: Първа – 127.21, Hz; Втора – 177.05, Hz; Трета – 271.98, Hz; Четвърта – 381.37, Hz.

На фиг.4. са показани в графичен вид изменението в проценти на първите четири собствени честоти при закрепване тип г) при поставяне на допълнителна маса.



Фиг.3. Собствени форми на плочата без маса при вариант на закрепване ϵ



Фиг.4. Графики на процентното изменение на първите четири собствени честоти на платината при поставяне на допълнителна маса, върху вариант на закрепване на пластината ϵ).

3.2. Експериментални резултати

В табл.9 са представени резултатите от експерименталното и числено изследване на вариант б) на плочата без маса, а в табл.10 с маса, където:

Таблица 9

№	Freq _E	Freq _n	Freq _v
	Hz	Hz	%
1	71.82	72.50	0.93%
2	98.57	132.92	25.84%
3	127.7	132.95	3.95%
4	185.7	151.99	-22.18%

Таблица 10

№	Freq _E	Freq _n	Freq _v
	Hz	Hz	%
1	58.72	69.942	16.04%
2	87.85	117.66	25.34%
3	104.4	133.72	21.93%
4	165.5	147.97	-11.85%

- $Freq_E$ – експериментално измерена собствена честота на пластината, Hz;

- $Freq_n$ – числено получена собствена честота на пластината, Hz;

- $Freq_V$ – процентна грешка между експерименталната и числено получени собствени честоти на пластината, %.

На база на сравнението на получените резултати от числено и експериментално определените собствени честоти на плочи се вижда, че има добро съответствие между двата метода. Следователно, получаваните по числен път с описаната методика собствени честоти на мембраните са достоверни.

3.3. Анализ на резултатите

От получените резултати се вижда, че най-голямо изменение на собствените честоти има при поставяне на допълнителната маса върху плочата в зоните с най-големи амплитуди.

Характера на това изменение за всяка една от изследваните собствени честоти (фиг.4) съответства на собствената форма на пластината без допълнителна маса представени на фиг.3.

Наблюдава се разлика само за варианта на разположение на масата при координати $X=15$, mm и $Y=15$, mm, което се получава в резултат на това, че масата в този случай при моделирането попада върху отвора за закрепване.

Също така се забелязва, че при поставяне на масата в близост до запъната страна се наблюдава минимално нарастване на собствената честота на пластината. За разглежданите варианти то е под 2 %.

Значително (11 %) е увеличението на честотата при поставянето на масата върху отворите за закрепване.

Може да се предположи, че при поставяне на масата в по-голяма близост до запъната страна ще доведе до по-голямо нарастване на собствената честота. Това се дължи на локалното вкоравяване на зоната, в която се поставя масата.

От резултатите се вижда, че изменението на собствените честоти на пластините зависи от големината на амплитудата на пластината в зоната, в която се поставя масата при съответната собствена честота.

По-голямата амплитуда определя по-голямо изменение на собствената честота при поставянето на допълнителна маса.

При първите собствени честоти предимно се получават по-големи амплитуди, но както показват числените резултати при използване на закрепване тип запъване на една или няколко от страните на плочата (варианти в, г, д и е) се получават съпоставими деформации и при трета и четвърта собствени честоти.

Това определя изменението на трета и/или четвъртата собствени честоти в порядъка на 5-10 % за различните варианти на закрепване.

10. Заключение

1. Поставянето на допълнителна маса върху правоъгълна плоча води до изменение на собствените честоти на плочата.
2. Степента на промяна на собствените честоти зависи от граничните условия на плочата и местоположението на масата.
3. Най-голямо изменение на собствените честоти на плочата се получава при поставяне на масата в местата с максимална амплитуда при собствените форми на плочата без маса.
4. Добавянето на маса с постоянни масови и геометрични характеристики, закрепена върху правоъгълна плоча, води до най-голямо изменение на най-ниските честоти на механичната система, независимо от граничните условия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Банов, С., Ив. Кралов, *Шум в транспортната техника*, ТУ-София, 2003.
- [2] Чешанков, Б., *Теория на трептенията*, ТУ-София, 1991.
- [3] Gorman, G., *Free Vibration Analysis of Rectangular Plates*, Elsevier, NH, USA, 1982.
- [4] Ohayon, R., C. Soize, *Structural Acoustics and Vibration*, Academic Press Limited, London, 1998.
- [5] Soedel, M., *Vibrations of Shells and Plates*, Marcel Decker Inc., IN, USA, 1982.
- [6] MSC.Marc: *Theory and Use Information*, MSC.Software Corporation, 2001
- [7] Kurowski P., *Engineering Analysis with COSMOSWorks Professional 2006*, Schroff Development Corporation, 2006.

Автори: Георги Полихронов, доц. д-р инж. от катедра „Механика“, Технически Университет - София, E-mail address: gpolih@tu-sofia.bg; Красимир Неделчев, гл. ас. д-р инж. - катедра „Механика“, Технически Университет - София, E-mail address: krasined@tu-sofia.bg; Иван Кралов, доц. д-р инж. от катедра „Механика“, Технически Университет - София, E-mail address: kralov@tu-sofia.bg

Постъпила на 20.11.2012

Рецензент доц. д-р Петко Синапов