

# СРАВНИТЕЛЕН АНАЛИЗ НА МЕТОДИКИ ЗА ИЗЧИСЛЯВАНЕ НА РОТАЦИОННИ ДВИГАТЕЛИ

Димитър Дяков, Искра Гърньовска

*В настоящият доклад е направен сравнителен анализ на методиките за избор на ротационни двигатели. Всяка от разгледаните методики са описва изчисляването на въртящия момент, използван за избор на двигателя, като сравнителният анализ е направен при еднакви входни параметри за всяка от посочените методики.*

## COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODOLOGIES FOR ROTARY MOTORS SIZING

Dimitar Diakov, Iskra Garnyovska

*The paper contains comparison of methodologies for selection of rotary motors. For each methodology, there is a description of the special features for calculation of the torque, used for selection of motor. A comparative analysis of the methodologies is performed using the same input data.*

### 1. Въведение<sup>1</sup>

Ротационните двигатели (фиг. 1) са най-широко използвания вид двигатели. Изборът на двигател е от съществено значение за съответното приложение. Изборът се прави след изчисления въз основа на известните параметри на движението, масата на пренасяния товар и др.

Основните параметри, по които се избира двигателя са:

- пиков въртящ момент (най-често въртящ момент за ускоряване);
- средноквадратичен въртящ момент.

---

<sup>1</sup> Доклада е финансиран от вътрешния конкурс на ТУ-София- Дог. №122пд022/2012

Трябва също да се вземе под внимание закона на движение, който може да включва ускорително, равномерно, закъснително движение. Законите на движение основно са:

- трапецовиден закон
- триъгълен закон (липсва време за равномерно движение).

От съществено значение за избор на двигател е и режима на работа:

- непрекъснатата работа
- прекъснатата работа (предвидено е време за престой).

Това се налага, тъй като при прекъснатата работа двигателят има известно време да се охлади



Фиг.1. Ротационен двигател

## 2. Особенности на методиките за изчисляване

От съществено значение при избор на ротационен двигател е изчисляването на инерционния и въртящия момент. Методиките за изчисляване на двигатели са сравнени при използване на винтогаечна предавка / СВД. За изчисляване на инерционния момент се използва формулата за цилиндър

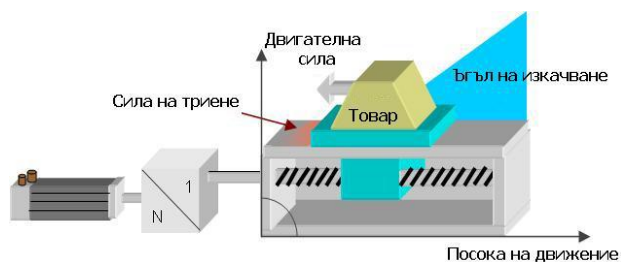
$$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 \quad (1)$$

Изборът на двигател се прави въз основа на изчислените чрез инерционния момент и ускорението въртящи моменти, които се сравняват с въртящите моменти при пиково натоварване  $T_{пик. дв.}$  и за постоянна работа на двигателя  $T_{п.р.}$

$$T_1 < T_{пик. дв.} \quad (2)$$

$$T_2 < T_{п.р.} \quad (3)$$

Сравнени са методиките за пресмятане на ротационни двигатели на четири водещи фирми производители Aerotech, Baldor, Parker и NSK.



Фиг.2. Модел на ротационен двигател

Като входни данни при три от методиките (Aerotech, Baldor, Parker) фигурират времената за ускоряване  $t_{уск.}$ , за равномерно движение  $t_{р.дв.}$ , за спиране  $t_{сп.}$  и за престой  $t_{пр.}$  NSK предвиждат еднакво време за ускоряване и за спиране  $t_{уск./сп.}$  и включват време за установяване. Ходът  $x$  не се отчита нито във входните, нито в изходните данни при Baldor и NSK. Масата на товара  $m$ , размерите на винта  $L$  и  $R$ , коефициентът на триене  $\mu$  са част от входните данни в четирите методики.

По методиките на Aerotech и Parker въз основа на входните данни първо се изчисляват скоростта и ускорението. В алгоритъмът за изчисляване на Baldor и NSK скоростта се задава във входните данни, а ускорението се изчислява (табл. 1). При Baldor и Parker се изчислява линейна скорост и ускорение.

Таблица 1 – Параметри на движението

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>P</b>	<b>N</b>
Вх. данни	$x$	$\omega$	$x$	$\omega$
Изх. данни	$\omega, \alpha$	$\alpha$	$\omega, \alpha$	$\alpha$

Въз основа на входните данни се изчисляват инерционните моменти, а чрез тях - въртящите моменти, които служат за избор на двигател.

По методиката на Aerotech за избор на двигател се използват пиковия и средноквадратичния въртящ момент

$$T_{\text{пик.}} = T_{\text{уск.}} + T_{\text{мп}} + T_{\text{в.}} + T_{\text{зр.}} \quad (4)$$

$$T_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{(0,66.T_{\text{уск.}}^2 + T_{\text{мп.}}^2 + T_{\text{в.}}^2 + T_{\text{зр.}}^2)t_{\text{дв.}}}{t_{\text{дв.}} + t_{\text{нр.}}}}, \quad (5)$$

които служат за избор на двигател като условието е те да са по-малки въртящите моменти при пиково натоварване  $T_{\text{пик. дв.}}$  и за постоянна работа  $T_{\text{н.р.}}$  на избрания двигател.

$$T_{\text{пик.}} < T_{\text{пик. дв.}} \quad (6)$$

$$T_{\text{ср.кв.}} < T_{\text{н.р.}} \quad (7)$$

Особеното в методиката е отчитането на въртящ момент от вискозитет и гравитация  $T_{\text{в.}}$  и  $T_{\text{зр.}}$ .

Методиката на Parker е аналогична на тази на Aerotech. Разликата е в начина на съставяне на числителя за изчисляване на средноквадратичната сила (8)

$$T_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{(T_{\text{уск.}} + T_{\text{мп.}})^2 \cdot t_{\text{уск.}} + T_{\text{мп.}}^2 \cdot t_{\text{р.дв.}} + (T_{\text{уск.}} - T_{\text{мп.}})^2 \cdot t_{\text{сн.}}}{t_{\text{дв.}} + t_{\text{нр.}}}} \quad (8)$$

Начинът на изчисление по методиката на Baldor се различава по това, че двигателят се избира само чрез средноквадратичния въртящ момент

$$T_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\frac{T_{\text{уск.}}^2 \cdot t_{\text{уск.}} + T_{\text{р.дв.}}^2 \cdot t_{\text{р.дв.}} + T_{\text{сн.}}^2 \cdot t_{\text{сн.}}}{t_{\text{дв.}} + t_{\text{нр.}}}} \quad (9)$$

В методиката на NSK двигателя също се избира чрез средноквадратичния въртящ момент (наречен “ефективен”)

$$T_{\text{еф.}} = \sqrt{\frac{(T_{\text{уск.}}^2 \cdot t_{\text{уск./сн.}} + T_{\text{сн.}}^2 \cdot t_{\text{уск./сн.}}) \cdot 2}{t_{\text{дв.}} + t_{\text{усм.}} + t_{\text{нр.}}}} \quad (10)$$

Само по методиката на NSK в общото време за движение се включва и време за установяване на двигателя  $t_{\text{усм.}}$ , което се определя в зависимост от въведената във входните данни желана повторяемост. При изискване за по-добра повторяемост се предвижда по-дълго време за установяване. Времето за установяване се включва в общото време за движение, а то участва в изчислението на средноквадратичната сила, което означава че времето за установяване пряко влияе върху стойността на средноквадратичната сила, по която се избира двигател.

### 3. Експериментално сравнение на методиките за изчисляване на ротационни двигатели

Направени са две изследвания, при което са сравнени въртящите моменти за избор на двигател при различни условия за разгледаните методики.

#### 3.1 При различни закони на движение

В настоящата точка е направено изследване при еднакъв полезен товар и различни закони на движение. Законът на движение показва как работи двигателя. Например трапецовидният закон на движение включва време за ускоряване, време за равномерно движение и време за спиране. Във времето за един работен цикъл  $t_{ц.}$ , обаче може да е включено и време за престой  $t_{пр.}$  (прекъсната работа). На фиг.3 графично са представени четирите закона на движение, за които е направено изследването:

1 – трапецовиден закон с престой ( $t_{уск.}=0,100$  s,  $t_{р.дв.}=0,100$  s,  $t_{сн.}=0,100$  s,  $t_{пр.}=0,300$  s)

2 – трапецовиден закон без престой ( $t_{уск.}=0,100$  s,  $t_{р.дв.}=0,100$  s,  $t_{сн.}=0,100$  s,  $t_{пр.}=0$  s)

3 – триъгълен закон с престой ( $t_{уск.}=0,100$  s,  $t_{р.дв.}=0$  s,  $t_{сн.}=0,100$  s и  $t_{пр.}=0,300$  s)

4 – триъгълен закон без престой ( $t_{уск.}=0,100$ s,  $t_{р.дв.}=0$ s,  $t_{сн.}=0,100$ s,  $t_{пр.}=0$ s)

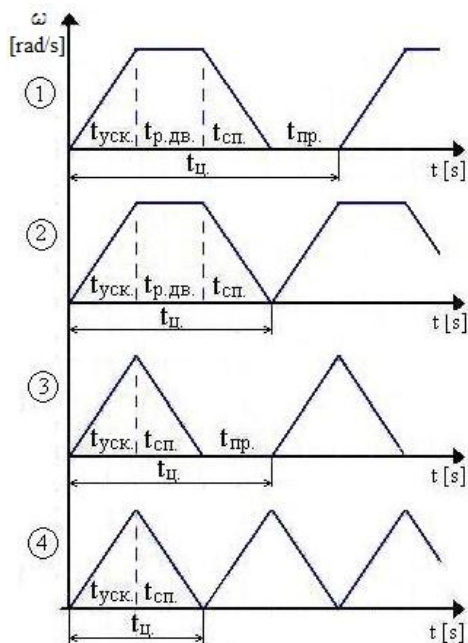
Времето на един работен цикъл за NSK, при четирите режима се различава от това на Baldor и Aerotech с предвиденото време за установяване  $t_{уем.}$ . Затова за направеното изследване  $t_{уем.}=0,000$  s (повторяемост  $\pm 100$  arc sec) [4].

Изследването е направено при еднакви ход  $x=0,050$  m и маса на пренасяния товар  $m=5$  kg.

Параметрите на движението: скорост  $v$ , ход  $x$  и ускорение, а се изчисляват различно при четирите методики (табл. 1). Затова в изследването изчисленията са направени първо по методиките на Aerotech и Parker, а във входните данни за изследването по методиките на Baldor и NSK е зададена средноаритметичната стойност на двете стойности на скоростта, получени при Aerotech и Parker.

При еднакъв ход  $x$  и маса  $m$  за всеки от четирите режима на работа стойностите на скоростите и ускоренията са отразени в табл. 2 и табл. 3.

Вижда се, че скоростите и ускоренията са едни и същи за четирите методи при двата трапецовидни закона на движение. Еднакви са и при двата триъгълни закона. Освен това при триъгълните закони на движение скоростите и ускоренията са два пъти по-големи от тези при трапецовидните закони.



Фиг.3. Закони на движение

Таблица 2 Скорости при различни закони на движение

$\omega$ [rad/s]	AEROTECH	BALDOR	PARKER	NSK
1	785,4	785,4	785,4	785,5
2	785,4	785,4	785,4	785,5
3	1178,1	1178,1	1178,1	1178,2
4	1178,1	1178,1	1178,1	1178,2

Таблица 3. Ускорения при различни закони на движение

$\alpha$ [rad/s <sup>2</sup> ]	<b>AEROTECH</b>	<b>BALDOR</b>	<b>PARKER</b>	<b>NSK</b>
1	7854	7854	7854	7854,6
2	7854	7854	7854	7854,6
3	17671,5	11781	17671,4	11781,8
4	17671,5	11781	17671,4	11781,8

Важен параметър при избора на двигател е неговия пиков въртящ момент или въртящият момент за ускоряване. Неговата стойност е голяма, тъй като момента на задвижване (ускоряване) е най-тежък за двигателя. Пиковият въртящ момент се изчислява като сума от няколко въртящи моменти - най-често въртящият момент за ускоряване и този при триене.

Таблица 4. Пиков въртящ момент при различни закони на движение

$T_{пик.}$ [N.m]	<b>AEROTECH</b>	<b>BALDOR</b>	<b>PARKER</b>	<b>NSK</b>
1	0,0792	НЕ СЕ ИЗЧИСЛЯВА	0,0760	0,0749
2	0,0792	НЕ СЕ ИЗЧИСЛЯВА	0,0760	0,0749
3	0,1771	НЕ СЕ ИЗЧИСЛЯВА	0,1136	0,1123
4	0,1771	НЕ СЕ ИЗЧИСЛЯВА	0,1136	0,1123

От табл. 4 се вижда също, че стойностите при триъгълните закони на движение са около два пъти по-големи от тези при трапецовидните закони. Това се дължи на липсата на време за равномерно движение, което участва във формулата за изчисляване на общото време за движение и скоростта (при Parker и NSK) или ускоряването (при Aerotech). Скоростта / ускоряването от своя страна участва при изчисляването на въртящия момент за ускоряване, а този въртящ момент е определящ за общия/пиковия въртящ момент.

В таблица 5 са показани получените стойности на въртящите моменти, по които се прави избор на двигател след изчисляване за всеки режим на работа.

Въртящите моменти, получени при режим на работа 4 са около три пъти по-големи от тези при режим 1.

Най-големи стойности за средноквадратичния въртящ момент се получават по методиката на NSK. Това се дължи на факта, че във формулата за изчисляване на средноквадратичния момент (ефективния въртящ момент) числителя е умножен по две.

Таблица 5. Въртящ момент за избор на двигател при различни закони на движение

$T_{ср.кв}$ [N.m]	<b>AEROTECH</b>	<b>BALDOR</b>	<b>PARKER</b>	<b>NSK</b>
1	0,0450	0,0431	0,0434	0,0795
2	0,0636	0,0610	0,0614	0,1124
3	0,0905	0,0709	0,0713	0,1306
4	0,1432	0,1121	0,1127	0,2065

При Aerotech в сравнение с Baldor и Parker се получават по-големи стойности, особено при триъгълен закон на движение – режими 3 и 4, защото при изчисляване на въртящия момент за ускоряване, инерционният момент се умножава по ускорението, което е получено чрез общото време за движение, а при другите методики вместо ускорението е използвано отношението на скоростта и времето за ускоряване, т.е. не участва времето за равномерно движение.

### **3.2 При различни скорости и различни товари**

В настоящата точка е изследван въртящият момент, по която се избира ротационен двигател *в зависимост от скоростта*, с която трябва да се движи при постоянна маса на товара ( $m=5$  kg) и *в зависимост от масата на товара*, ако двигателят се движи с една и съща скорост ( $\omega=785,45$  rad/s за трапецовидните закони и  $\omega=1178,15$  rad/s за триъгълните закони). Двете изследвания са направени при четири закона на движение (осем варианта) и ход  $x=0,050$  m (табл. 6).

При вариант 1 се вижда, че с нарастване на скоростта стойностите на въртящия момент по методиката на NSK започват да нарастват повече от тези на останалите методики. Това се дължи на факта, че NSK при изчисляването на средноквадратичния въртящ момент умножават числителя по две. Те са отчели това и във времето за движение са включили време за установяване в зададената позиция, на което в изследванията не е зададена стойност с цел входните данни за четирите изследвани методики да бъдат еднакви. При условие, че се зададе и време за установяване, стойностите на въртящия момент се приближават до тези



на Aerotech. При Aerotech, Baldor и Parker моментите се изменят почти линейно с увеличаване на скоростта (табл. 6).

Във вариант 2 всички въртящи моменти са по-големи в сравнение с тези от горното изследване.

Получените стойности за въртящия момент при вариант 3 са по-малки в сравнение с тези, получени при вариант 1. Изключение прави Aerotech, където стойностите при триъгълен закон на движение с престой са еднакви с тези при трапецовиден закон с престой, а стойностите при триъгълен закон без престой са еднакви с тези при трапецовиден закон без престой.

Това се дължи на факта, че Aerotech при изчисляването на средноквадратичния въртящ момент използват времето за движение, а то е едно и също при еднаква скорост, за двата вида закон на движение.

При триъгълния закон освен, че няма време за равномерно движение, времената за ускоряване и спиране са по-големи от тези при трапецовиден закон. За да се движи двигателят с една и съща скорост при двата закона, например  $\omega=500 \text{ rad/s}$ , при трапецовидния закон времената за ускоряване, равномерно движение и спиране трябва да бъдат по 0,157 s (доказано е, че оптимална работа на двигателя се получава при равни времена за трите части от трапецовидния закон), а при триъгълния закон времето за ускоряване и спиране, трябва да бъде съответно по 0,236 s. По-голямото време за ускорение влияе пряко върху стойността на ускорението като зависимостта между тях е обратнопропорционална. Ускорението пък влияе на въртящите моменти за ускоряване и спиране, а те от своя страна на въртящия момент, по който се прави избор на двигател. Това е причината при една и съща скорост, при триъгълните закони на движение стойностите на въртящите моменти да са по-малки от тези при трапецовидните – при триъгълните времето за ускорение е по-голямо, ускорението е по-малко, въртящите моменти за ускоряване и спиране са по-малки, а оттам и въртящия момент за избор на двигател е по-малък.

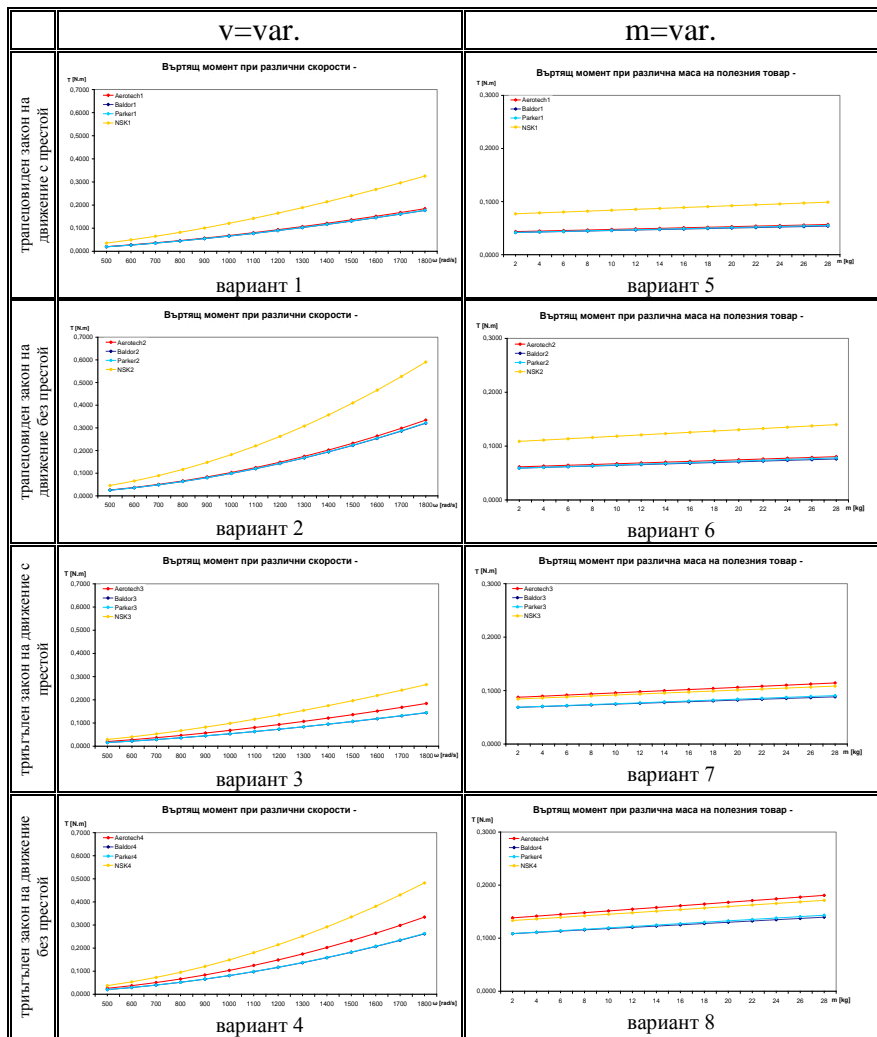
При вариант 4 вече ясно се вижда, че стойностите на въртящите моменти при Aerotech са по-големи от тези на Parker и Baldor.

Въртящият момент във вариант 5 се изменя линейно с увеличаване на товара. Вижда се, че товарът не влияе съществено върху въртящия момент, който двигателя трябва да има. От всичките четири режима при различен товар, само при този режим на работа се получават малки стойности за въртящия момент, по който се избира двигател. Това доказва, че трапецовидният закон на движение с време за престой е най-ефективен и оптимален за двигателя.

Стойностите на въртящите моменти във вариант 6 в сравнение с предния, който също е трапецовиден, но има предвидено време за престой, са малко по-големи.

Стойностите на въртящия момент, получени при Aerotech във вариант 7, са по-големи в сравнение с предходните две изследвания. Това се дължи на закона на движение.

Таблица 6 Диаграми на въртящия момент за избор на двигател при различна скорост и маса на товара



Въртящите моменти, получени при NSK пък са по-малки в сравнение с трапецовидния закон без престой. Това е така защото във формулата за средноквадратичния въртящ момент на NSK при различните закони на движение, числителя не се променя, защото в него участва само времето за ускоряване/спиране  $t_{\text{уск./сп}}$ .

Съответно при трапецовиден закон на движение без престой липсва времето за престой, а при триъгълния закон на движение с престой липсва времето за равномерно движение, което е по-малко от времето за престой. Времената за равномерно движение и за престой са обратнопропорционални на средно-квадратичния въртящ момент.

При последното изследване за различна маса на товара – вариант 8, се вижда, че стойностите на въртящия момент са най-големи като тенденциите на нарастване при различните методики не се променят една спрямо друга от предходното изследване.

#### **4. Заключение**

На база направените изследвания може да се направят следните заключения:

- Начинът на изчисляване на средноквадратичния въртящ момент на Aerotech се отличава от останалите по това, че включва въртящите моменти, породени от вискозитет и гравитация;

- Методиката на Baldor използва само стойността на средноквадратичния въртящ момент за избор на двигател и не отчита пряко дали пиковото натоварване (въртящия момент при ускоряване) ще е в рамките на допустимото за избрания модел;

- Времето за престой при ротационните двигатели не влияе на параметрите на движението и на пиковия въртящ момент, а променя само средноквадратичната сила;

- Трапецовидният закон на движение с престой е най-ефективен и оптимален за двигателя;

- С по-големи стойности на средноквадратичния въртящ момент се отличава методиката на NSK. Затова във времето за движение те включват и време за установяване в зададената позиция, което, ако е зададено приближава стойностите на въртящия момент до тези, получени чрез останалите три методики;

- С увеличаване на скоростта по методиката на NSK се изисква най-мощен двигател. Това се дължи предимно на начина на изчисляване на средноквадратичния въртящ момент – числителя се умножава по коефициент на сигурност;

- С увеличаване на товара при трапецовиден закон на движение най-мощен двигател се изисква по методиката на NSK, а при триъгълен закон на движение най-мощен двигател се изисква по методиката на Aerotech;

• При избор на двигател по методиките на Baldor и Parker стойностите на въртящия момент са близки помежду си и са по-малки в сравнение с методиките на NSK и Aerotech, затова се препоръчва да се следи работата на двигателя

### **3. Използвана литература**

- [1] Aerotech, Inc., Positioning Systems – Catalog No.6, 2010.
- [2] Aerotech, Inc., Servo Sizer Workbook 2.7, 2000
- [3] Baldor Electric Co., CD-ROM Catalog – Version 8.0, 2002
- [4] NSK Europe Ltd., Megatorque Motors PS Series, CAT. No. E3510c 2005
- [5] Parker Hannifin Corporation, Sizing & Selection process, Catalog 8000-4/USA, 2002
- [6] Slocum, A. Precision Machine design, Society of Manufacturing engineers, Dearborn, Michigan, 1992

**Димитър Иванов Дяков**, доц. д-р към кат. „Прецизна техника и уредостроене“, Машиностроителен Факултет при ТУ-София;

**Искра Веселинова Гърнџовска**, маг. инж., докторант към кат. „Прецизна техника и уредостроене“, Машиностроителен Факултет при ТУ-София.