

МЕХАНО-МАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА АЕРОДИНАМИЧНОТО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА ВЯТЪРА С ВИТЛАТА ПРИ ВЕТРОГЕНЕРАТОР С ХОРИЗОНТАЛНА ОС

Юлиян ГЕНОВ
Кат. Механика, ТУ-София,
България
j_genov@mail.bg

Стоян Ташков
Кат. Механика, ТУ-София,
България
stoyan_tashkov@yahoo.com

Константин Арнаудов
Кат. Механика, ТУ-София,
България
askaro@mail.bg

Калин Адърски
Кат. Механика, ТУ-София,
България
adarsky@dir.bg

Резюме:

Публикацията разглежда изграждането на механо-математичен модел на аеродинамичното взаимодействие на вятъра с витлата при ветрогенератори с хоризонтална ос. Построяването на аналитичния модел се основава на основните теореми на динамиката, приложени за обтичащия въздушен поток. Извършва се числена симулация на модел, основаващ се на решението на уравненията на Навие-Стокс. Разработена е методика, за това как от получените от нея резултати да се определят параметрите на апроксимиращия аналитичен модел.

Ключови думи: ветрогенератор, динамично взаимодействие, компютърна флуидна динамика

1. Въведение

Моделът на аеродинамичното взаимодействие на вятърът с витлата е необходим, както с оглед на проектирането на ветрогенераторната система, така и за синтеза на управлението му и за оценката на натоварванията и експлоатационният ресурс. Цел на работата е извеждането на аналитичен модел, като параметрите му се определят въз основа на числена симулация на взаимодействието, основаваща се на решението на уравненията на Навие-Стокс, посредством методът на крайните елементи.

2. Извеждане на аналитичен модел

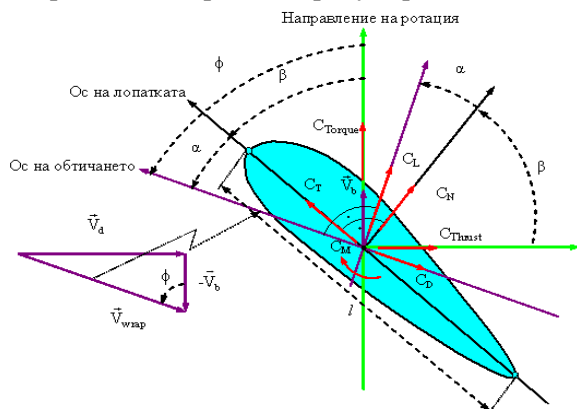
2.1 Основни характеристики

На Фигура 1 са показани основните характеристики на аеродинамичното обтичане за едно сечение на перката. Обозначените величини и параметри са следните:

- \vec{V}_d – скорост на вятъра в диска на турбината;
- \vec{V}_b – линейна скорост на точките от сечение на перката, намиращо се на разстояние r от оста на турбината;

- $\vec{V}_{\text{отр}} = \vec{V}_d - \vec{V}_b$ – скорост на обтичането;
 - $\phi = \arctg(V_d / V_b)$ – ъгъл на обтичане на потока – между направлението на ротация и това на обтичане,
 - β – ъгъл на завъртане на лопатките ("Pitch" ъгъл) – между направлението на ротация и хордата,
 - $\alpha = \phi - \beta = \arctg(V_d / V_b) - \beta$ – ъгъл на атаката – между хордата и направлението на обтичане,
 - C_N – коефициент на нормалната сила – перпендикулярна на хордата;
 - C_T – коефициент на тангенциалната сила – по направление на хордата;
 - C_L – коефициент на подемната сила – перпендикулярна на направлението на обтичане;
 - C_D – коефициент на силата от движещото налягане (сила на дърпане) – по направлението на обтичане;
 - C_{Torque} – коефициент на въртящата сила;
 - C_{Thrust} – коефициент на аксиалната (тласкащата) сила;
 - C_M – коефициент на усукващия момент;
 - l – дължината на хордата;
- С оглед на управлението на генератора в зависимост от скоростта на вятъра, се предвижда техническата възможност, витлата да се завъртат около оста си, което променя β и

респективно ъгълът на атаката α – така нареченият "Pitch control". При нарастване на ъгъла, потокът се отделя от задния край на лопатката, намалява се разликата в наляганята и с това въртящия момент и респективно скоростта на въртене се редуцират.



Фиг.1 Основни характеристики на аеродинамичното обтичане

Скоростта на точките от перката в дадено сечение е в линейна зависимост от разстояние r до оста на главината:

$$V_b(r) = \omega_{wtr} r, \quad (1)$$

където ω_{wtr} е ъглова скорост на турбината.

Скоростта на вятъра се изменя също и по височината на ветрогенератора:

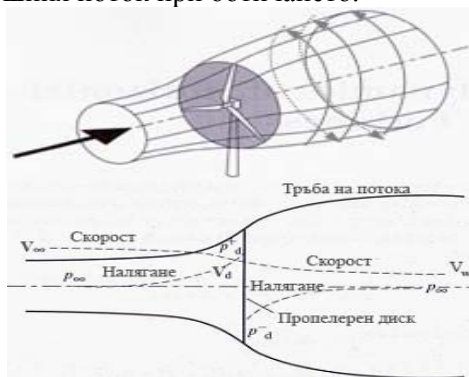
$$V(x) = V_{10} (x / x_0)^v, \quad (2)$$

където:

- V_{10} е скоростта на вятъра на височина от 10 m;
- v коефициент, отчитащ вида на местността (от 0,16 за морски райони и равнини до 0,4 за градски зони);
- x_0 е височината над земната повърхност, за която се приема, че скоростта на вятъра е приблизително равна на нула ($0,01 \div 0,2$ m).

Така оста на релативното движение (обтичането) – Фигура 1, ще променя своята ориентация по дължината на перката.

На Фигура 2 е показано изменението на въздушния поток при обтичането.



Фиг.2 Изменение на въздушния поток при обтичане на турбината

Тук се разглеждат три сечения:

- преди обтичане, с характеристики: скорост V_∞ и налягане p_∞ ;
- в диска на турбината, с характеристики: скорост V_d и налягане p_d^+ преди диска и налягане p_d^- след диска;
- в дирята на въздушната струя след турбината със скорост V_w и налягане $p_w = p_\infty$.

Промяната на скоростта в диска на турбината може да се опише като

$$V_\infty - V_d = a V_\infty, \quad (3)$$

където $a = (V_\infty - V_d) / V_\infty$ е аксиален индукционен фактор.

2.2 Модел на аксиалното движение на потока

От теоремите за изменението на импулса на движението, на кинетичната енергия и уравнението на Бернули се получават следните зависимости:

$$V_d = 0,5 (V_\infty + V_w) \Rightarrow \begin{cases} V_d = (1-a)V_\infty \\ V_w = (1-2a)V_\infty \end{cases} \quad (4)$$

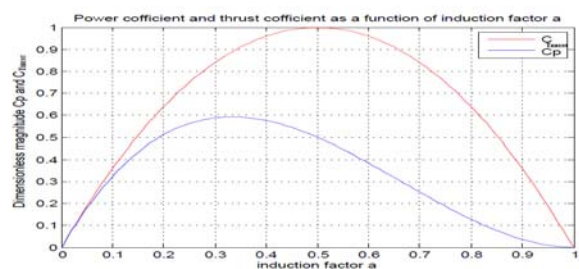
$$P_{wtr} = C_p \underbrace{0,5 \rho A_d V_\infty^3}_{P_{wtr}^i} = C_p P_{wtr}^i \quad (4)$$

$$F_{Thrust} = C_{Thrust} P_{wtr}^i / V_\infty = C_{Thrust} 0,5 \rho A_d V_\infty^2$$

където:

- F_{Thrust} – аксиалната сила;
- P_{wtr} – мощността на турбината;
- P_{wtr}^i – идеална мощност на турбината (при $V_d = V_\infty$ и $V_w = 0$);
- $C_p = P_{wtr} / P_{wtr}^i = 4a(1-a)^2$ – коефициент на мощността;
- $C_{Thrust} = 4a(1-a) = C_p / (1-a)$ – коефициент на аксиалната сила;
- ρ – масовата плътност на въздуха;
- $A_d = \pi R^2$ – площ на турбинния диск;
- R е радиусът на турбината.

На Фигура 3 е показано изменението на C_p и C_{Thrust} като функция на индукционния фактор a .



Фиг.3 Изменение на коефициентите C_{Thrust} и C_p във функция от индукционния фактор a

2.3 Модел на ротационното движение на потока

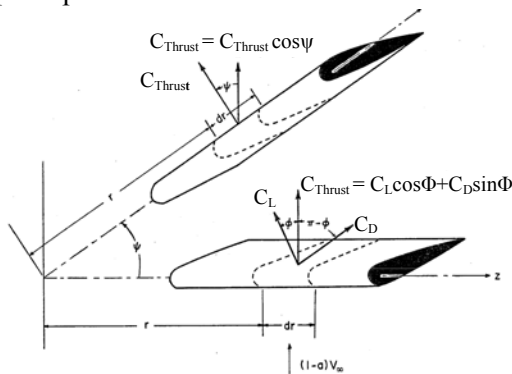
Въртенето на турбината създава ротационно движение на потока в зоната на диска и в следата на турбината - Фигура 2.

От теоремата за изменението на импулса и момента на импулса, върху елементарна площ dA_d от диска, на разстояние r от оста на турбината, ще действат сила dF_{Thrust} и въртящ момент dT_{wtr} :

$$\begin{aligned} dF_{Thrust} &= 4a(r)(1-a(r))\rho V_\infty^2 \pi r_L dr_L, \\ dT_{wtr} &= 4a'(r)(1-a(r))\rho V_\infty \omega_{wtr} \pi r_L^3 dr_L \end{aligned} \quad (5)$$

където:

- $\psi(r)$ – ъгъл на усукване на перката около надлъжната ос – Фигура 4;
- $r_L = r \cos(\psi(r))$;
- $a(r)$ е локалният аксиален индукционен фактор;
- ω_d е ъгловата скорост на потока при диска;
- $a' = 0,5\omega_d / \omega_{wtr}$ - е тангенциален индукционен фактор;
- $a'(r)$ локален тангенциален индукционен фактор.



Фиг.4 Усукване на перката по надлъжната ос

Мощността на турбината е:

$$P_{wtr} = \int_0^R \omega_{wtr} dT_{wtr} = C_p 0,5\rho A_d V_\infty^3, \quad (6)$$

$$C_p = 8 \cos^2 [\psi(R)] \lambda^{-2} \int_0^\lambda (1-a(r)) a'(r) \lambda_L^3 d\lambda_L$$

където бездимензионните коефициенти: λ и $\lambda_L(r)$, представляващи отношенията на скоростите на точките от върха и от напречните сечения на лопатките към скоростта на вятъра, се описват от изразите:

$$\begin{cases} \lambda = R\omega_{wtr} \cos[\psi(R)] / V_\infty \\ \lambda_L(r) = r_L \omega_{wtr} / V_\infty = \cos[\psi(r)] \lambda_r; \\ \lambda_r(r) = r\omega_{wtr} / V_\infty \end{cases} \quad (7)$$

Обикновено $\lambda \in [4 \div 7]$.

Като се интегрира (5), за аксиалната сила се получава:

$$\begin{aligned} F_{Thrust} &= C_{Thrust} 0,5\rho A_d V_\infty^2 \\ C_{Thrust} &= 8 \cos^2 [\psi(R)] \lambda^{-2} \int_0^\lambda (1-a(r)) a(r) \lambda_L d\lambda_L \end{aligned} \quad (8)$$

Въртящият момент, генериран в турбината е:

$$T_{wtr} = P_{wtr} / \omega_{wtr} = C_p 0,5\rho A V_\infty^3 / \omega_{wtr} \quad (9)$$

Уравнението на Бернули:

$$p_\infty + 0,5\rho V_\infty^2 = p_d^+ + 0,5\rho (V_d^2 + U_d^2) = \text{const} = C_1, \quad (10)$$

където U_d е скоростта на въздушния поток в диска на турбината в напречно направление;

- за потока след турбината е

$$\begin{aligned} p_w + 0,5\rho [V_w^2 + (R_w \omega_w)^2] &= \\ = p_d^- + 0,5\rho [V_d^2 + U_d^2 + (R_d \omega_d)^2] &= \text{const} = C_2 \end{aligned} \quad (11)$$

където ω_w е ъгловата скоростта на въздушния поток в следата.

За частта непосредствено преди и след диска на турбината, разликата в наляганията се получава, като се отчетат кинетичната енергия за завъртане на въздушния поток в сечението на диска и зависимостите (10) и (11):

$$\begin{aligned} p_d^+ + 0,5\rho (R\omega_{wtr})^2 &= p_d^- + 0,5\rho [R(\omega_{wtr} + \omega_d)]^2 \Rightarrow \\ \Delta p_d &= 0,5\rho [R(\omega_{wtr} + \omega_d)]^2 - (R\omega_{wtr})^2 = \rho R^2 (\omega_{wtr} + 0,5\omega_d) \omega_d \end{aligned} \quad (12)$$

Елементарната аксиална сила е:

$$dF_{Thrust} = \Delta p_d dA_d = 4a'(r)(1+a'(r))\rho (r_L \omega_{wtr})^2 \pi r_L dr_L. \quad (13)$$

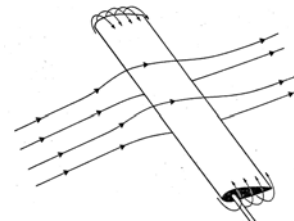
Като се сравни горния израз с (5) се получават отношенията:

$$\frac{a(r)(1-a(r))}{a'(r)(1+a'(r))} = \lambda_L^2 \Rightarrow \quad (14)$$

$$a'(r) = \sqrt{0,25 + \frac{a(r)(1-a(r))}{\lambda_L^2}} - 0,5.$$

2.4 Корекции на моделът

Разгледаният модел не отчита завихрянето във върховете на перките и около главината – Фигура 5.



Фиг.5 Завихряне на потока около върха и основата на перките

Те могат да се отчетат, чрез корекцията, основаваща се на теорията на Прандтл за тънък граничен слой [Wilson R., P. Lissaman, S. Walker, (1976); Moriarty P.J., A.C. Hansen, 2005]:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{top}}(r) &= 2\pi^{-1} \arccos\left(e^{-0,5\beta \sin^{-1}(\phi(r))(v^{-1}(r)-1)}\right) \\ F_{\text{hb}}(r) &= 2\pi^{-1} \arccos\left(e^{-0,5\beta \sin^{-1}(\phi(r))(1-r_h/r)}\right) \\ \tilde{F}(r) &= F_{\text{top}}(r)F_{\text{hb}}(r) \\ F_{\text{cor}}(r) &= \begin{cases} (1-v(r))(1-\tilde{F}(r=0,7R))/0,7, \text{ за } v(r) \leq 0,7 \\ 0,5\tilde{F}(r)^{0,85} + 0,25, \text{ за } 0,7 < v(r) < 1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Отчитането на корекциите водят до следните промени в зависимости (6) и (8):

$$C_p = 8 \cos^2[\psi(R)] \lambda^{-2} \int_{\lambda_h}^{\lambda} (1-a(r)) a'(r) F_{\text{cor}}(r) \lambda_L^3 d\lambda_L \quad (16)$$

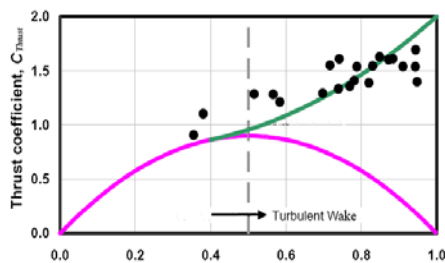
$$C_{\text{Thrust}} = 8 \cos^2[\psi(R)] \lambda^{-2} \int_{\lambda_h}^{\lambda} a(r) (1-a(r)) F_{\text{cor}}(r) \lambda_L d\lambda_L$$

При високи стойности на аксиалния индукционен фактор ($a > 0,4$), се развиват турбулентни процеси във въздушната следа. В връзка с това Глауер предлага корекция на индукционния фактор чрез емпирична зависимост [Glauert, H., 1926, The Analysis of Experimental Results in the Windmill Brake and Vortex Ring States of an Airscrew, ARCR R&M No.1026].

Бюл [Buhl, M. L. Jr., (2005)] комбинира тази корекция с корекцията на Прандтл:

$$\left. \begin{aligned} C_{\text{Thrust}} &= \frac{8}{9} + \left(4F_{\text{cor}} - \frac{40}{9}\right)a + \left(\frac{50}{9} - 4F_{\text{cor}}\right)a^2 \text{ или} \\ a &= \frac{18F_{\text{cor}} - 20 - 3\sqrt{C_{\text{Thrust}}(50 - 36F_{\text{cor}}) + 12F_{\text{cor}}(2F_{\text{cor}} - 4)}}{36F_{\text{cor}} - 50} \end{aligned} \right\} \text{ за } a > 0,4$$

На Фигура 6 е показано изменението на коефициента на аксиалната сила, в сравнение с показания на Фигура 3, както и получени експериментални стойности за коефициента.



Фиг.6 Изменение на коефициента на аксиалната сила с отчитане на турбулентните проявления

2.5 Отчитане геометрията на перката

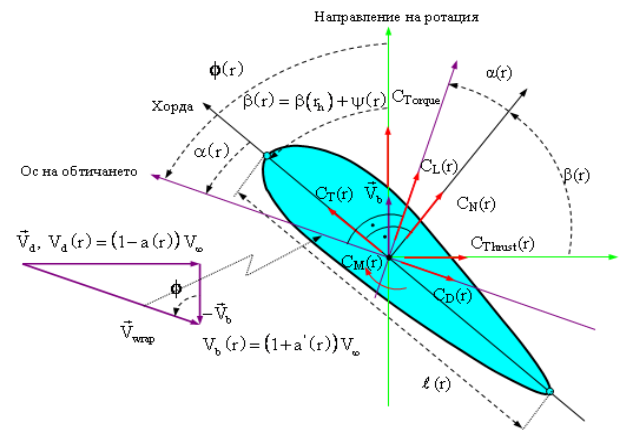
Коефициентите C_L и C_D (или C_{Thrust} и C_{Torque}), за дадения профил на перката, се определят въз

основа на натурен експеримент в аеродинамична тръба или чрез числено моделиране.

Тангенциалните скорости на обтичане в диска са:

$$V_b(r) = r(\omega_{\text{wtr}} + 0,5\omega_d) = r\omega_{\text{wtr}}(1+a'(r)) \quad (18)$$

Като се отчетат горните разглеждания, обтичането на дадено сечение, има представянето, показано Фигура 7. На нея с $\beta(r_h)$ е отбелязан началният ъгъл на завъртане на перката (при главината на турбината, чийто радиус е отбелязан с r_h), а с $\ell(r)$ текущата дължина на хордата на профила



Фиг.7 Характеристики на обтичане в сечението на перката

Скоростта и ъгълът на обтичане и на атака са:

$$\begin{aligned} V_{\text{wrap}}(r) &= \sqrt{(1+a')^2 \lambda_r^2 + (1-a)^2} V_{\infty} \\ \phi(r) &= \arctg\left(\frac{(1-a(r))}{[(1+a'(r))\lambda_r]}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\alpha(r) = \phi(r) - \beta(r) = \phi(r) - \beta(r_h) - \psi(r)$$

Между действащите в едно напречно сечение сили: $F_L(r)$ - подъемна сила, $F_D(r)$ - сила на дърпане, $F_{\text{Thrust}}(r)$ - осева сила, $F_{\text{Torque}}(r)$ - въртяща сила, съществуват следните зависимости:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{Thrust}}(r) &= C_{\text{Thrust}}(r)F_0(r) = F_L(r)\cos(\phi(r)) + F_D(r)\sin(\phi(r)) \\ F_{\text{Torque}}(r) &= C_{\text{Torque}}(r)F_0(r) = F_L(r)\sin(\phi(r)) - F_D(r)\cos(\phi(r)) \\ F_N(r) &= C_N(r)F_0(r) = F_L(r)\cos(\alpha(r)) + F_D(r)\sin(\alpha(r)) \\ F_T(r) &= C_T(r)F_0(r) = F_L(r)\sin(\alpha(r)) - F_D(r)\cos(\alpha(r)) \\ F_L(r) &= C_L(r)F_0(r) \\ F_D(r) &= C_D(r)F_0(r) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

където: $F_0(r) = F_{\text{cor}}(r)0,5\rho\ell(r)V_{\text{wrap}}^2(r)$;

$$\left. \begin{aligned} C_{\text{Thrust}}(r) &= C_L(\alpha(r))\cos(\phi(r)) + C_D(\alpha(r))\sin(\phi(r)) \\ C_{\text{Torque}}(r) &= C_L(\alpha(r))\sin(\phi(r)) - C_D(\alpha(r))\cos(\phi(r)) \\ C_T(r) &= C_L(\alpha(r))\cos(\alpha(r)) + C_D(\alpha(r))\sin(\alpha(r)) \\ C_N(r) &= C_L(\alpha(r))\sin(\alpha(r)) - C_D(\alpha(r))\cos(\alpha(r)) \end{aligned} \right\}$$

Като се отчетат (20) се получава:

(21)

$$dF_{\text{Thrust}} = \sigma_L(r) F_{\text{cor}}(r) \frac{\pi \rho V_{\infty}^2 (1-a(r))^2}{\sin^2(\phi(r))} C_{\text{Thrust}}(r) dr =$$

$$= \sigma_L(r) F_{\text{cor}}(r) C_L(\alpha(r)) \frac{(1-a(r))^2 \cos(\phi(r))}{\sin^2(\phi(r))} [1 + \gamma(r) \tan(\phi(r))] \rho V_{\infty}^2 \pi r dr$$

$$d\Gamma_{\text{vtr}} = \sigma_L F_{\text{cor}}(r) \frac{\pi \rho V_{\infty}^2 (1-a(r))^2}{\sin^2(\phi(r))} C_{\text{Torque}} r dr =$$

$$= \sigma_L(r) F_{\text{cor}}(r) C_L(\alpha(r)) \frac{(1-a(r))^2}{\sin(\phi(r))} [1 - \gamma(r) \cotg(\phi)] \rho V_{\infty}^2 \pi r^2 dr$$

$$dP_{\text{vtr}} = \lambda \sigma_L(r) F_{\text{cor}}(r) C_L(\alpha(r)) \frac{(1-a(r))^2}{\sin(\phi(r))} [1 - \gamma(r) \cotg(\phi)] \rho V_{\infty}^3 \pi r^2 dr$$

където:

- $\gamma(r) = C_D(\alpha(r)) / C_L(\alpha(r))$
- B е броят на перките;
- $\ell_L(r) = \ell(r) \cos(\beta(r))$;
- $\sigma_L(r) = B \ell_L(r) / (2\pi r)$ фактор на запълване.

Съпоставката на (21) с (5) води до зависимостите:

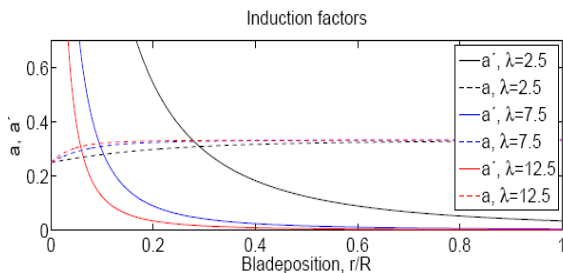
$$\frac{a(r)}{a'(r)} = \lambda_L \frac{C_{\text{Thrust}}(r)}{C_{\text{Torque}}(r)} =$$

$$= \lambda_L \cotg(\phi(r)) \frac{1 + \gamma(r) \tg(\phi(r))}{1 - \gamma(r) \cotg(\phi(r))}, \quad (22)$$

$$a(r) = \left(1 + \frac{4F_{\text{cor}}(r) \sin^2(\phi(r))}{\sigma_L(r) C_{\text{Thrust}}(r)} \right)^{-1}$$

$$a'(r) = \left(-1 + \frac{4F_{\text{cor}}(r) \sin(\phi(r)) \cos(\phi(r))}{\sigma_L(r) C_{\text{Torque}}(r)} \right)^{-1}. \quad (23)$$

На Фигура 8 е показано типична зависимост на индукционните фактори по дължината на перката при различни стойности на λ



Фиг. 8 Изменение на индукционните по дължината на перката

2.6 Отчитане на тримерните ефекти в двумерните разглеждания

Коефициентите $C_L(\alpha(r))$, $C_D(\alpha(r))$, $C_{\text{Thrust}}(r)$, $C_{\text{Torque}}(r)$ и т.н. определени чрез горните зависимости не отчитат редица ефекти, възникващи в тримерното проявление на

аеродинамичното взаимодействие [Guntur S., Ch. Bak, N. Sorensen, (2011)]. Основно е влиянието на завихрянето, отделянето на граничния слой, движението на потока в радиално направление, присъединяване на част от флуидния поток към турбината, демпфирането, центробежни и кориолисови инерционни сили и други динамични процеси, като проявлението им нараства с увеличаване силата на вятъра, ъгловата скорост и на ъгълът на атака.

За тяхното отчитане в двумерния модел се използват имперични корекции:

$$C_{3d} = C_{2d} + \Delta C. \quad (24)$$

За корекциите се предлагат различни зависимости [Chaviaropoulos and Hansen (2000)]:

$$\left| \begin{aligned} \Delta C_L = \Delta C_D = c_1 (\ell(r)/r)^{c_2} \cos^{c_3}(\phi) \\ c_1 = 2, 2; c_2 = 1; c_3 = 4 \end{aligned} \right. \quad (25)$$

2.7 Коефициента на мощността

Определя се определя от интегралите:

$$C_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_{\lambda_h}^{\lambda} \lambda_r^3 a'(r) (1-a(r)) F_{\text{cor}}(r) [1 - \gamma(r) \cotg(\phi(r))] d\lambda_r \Rightarrow$$

$$C_p = \frac{8(R-r_h)}{\lambda R B} \sum_{i=1}^N \lambda_r^3 a'(r_i) (1-a(r_i)) F_{\text{cor}}(r_i) [1 - \gamma(r) \cotg(\phi(r_i))] \quad (26a)$$

или

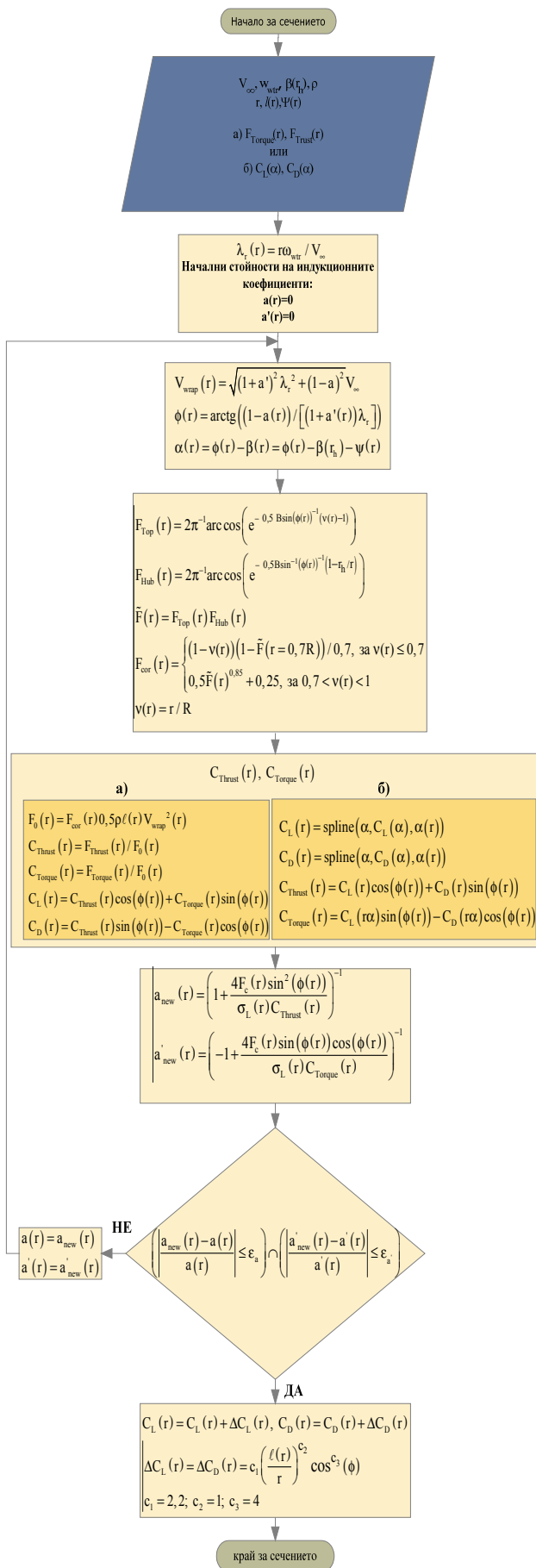
$$C_p = 8 \int_{r_h}^1 \left[\frac{a(r)(1-a(r))}{1+a'(r)} F_{\text{cor}}(r) \cdot \frac{1-a(r) - \lambda_r v(r) \gamma(r) (1+a'(r))}{1 + \frac{\gamma(r)(1-a(r))}{\lambda_r r v(r) (1+a'(r))}} v(r) \right] dv(r) \quad (26b)$$

2.8 Алгоритъм за определяне характеристиките на аеродинамичното взаимодействие

Итеративния цикъл за определяне на характеристиките на аеродинамичното взаимодействие е показано на блок-схемата на Фигура 9. Схемата е в два варианта в зависимост от това дали са известни C_L и C_D или F_{Thrust} и F_{Torque} .

3. Моделиране на аеродинамичното взаимодействие чрез уравнения на Навие – Стокс

Параметрите на разгледаният модел, се определят чрез численото решение на уравненията на Навие-Стокс. Те се дискретизират посредством крайни разлики и решават числено.



Фиг.9 Блок-схема на алгоритма за определяне параметрите на моделът на аеродинамичното взаимодействие

Флуидът се разглежда като несвиваем, с постоянен вискозитет и осевосиметричен. Движението на потока се описва с цилиндричните координати, описващи движението в аксиално – z и напречно - r направление и ротацията – θ . Респективно и компонентите на скоростта V в аксиално, радиално и тангенциално направление са (V_z, V_r, V_θ) . При тези допускания, уравненията на Навие-Стокс имат общия вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V = f' - \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) + \nu \Delta V \\ \nabla \cdot V = 0 \text{ от непрекъснатостта} \end{cases} \quad (27)$$

където:

- $\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$ - градиента на скоростта

• f' - вектора на обемните сили;

- $\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \vec{k}$ - градиента на налягането;

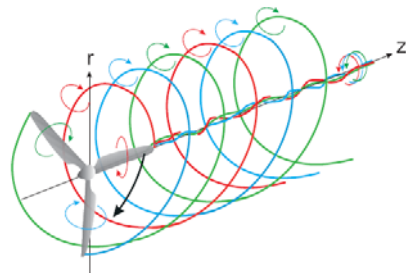
• ρ – масова плътност;

- $\Delta V = \nabla^2 V = \nabla \nabla V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \vec{k}$ - оператор на Лаплас за скоростта;

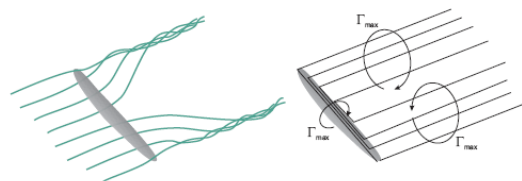
• ν – кинематичен вискозитет;

- $\nabla \cdot V = \nabla V = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$ - дивергенцията на скоростта.

Поведението на въздушния поток в следата е показано на Фигура 10, а на Фигура 11 - завихрянето му от взаимодействието с перката.



Фиг.10 Движение на въздушния поток в следата



Фиг.11 Завихряне на въздушния поток

Основна характеристика, описваща завихрянето е циркуляцията:

$$\Gamma(r) = \oint_{C(r)} \vec{V} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{V} \times \vec{V}) \cdot \vec{n}_a dA \quad (28)$$

От теоремата на Жуковски:

$$F_L(r) = \rho \Gamma(r) \times \vec{V}(r) \quad (29)$$

Отчитането на турбулентността се основава k-ε моделът, включващ осредненото уравнение на Рейнолдц-Навие-Стокс и две уравнения за турбулентната кинетична енергия и турбулентната вихровата дисипация.

4. Числено решение на уравненията на аеродинамичното взаимодействие

Разглежда се числен пример за турбина NREL 5-MW със следните характеристики:

- $P_{nom} = 5.296610 \text{ MW}$
- 12 m/s - номинална скорост на мятърта
- 14,55 tr/min = 1,523 s⁻¹ – номинална

Ъглова скорост

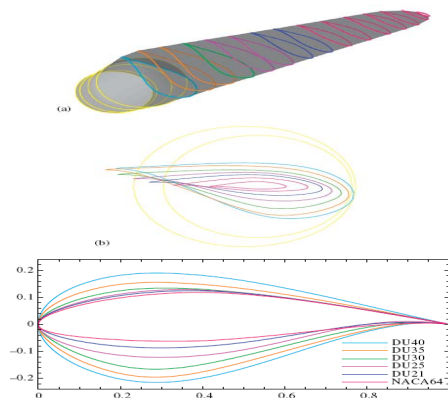
- $\lambda=8$
- 12445,2 m² - площ на диска
- 61,5 m - дължина на перката
- 4,7 m - максимална дължина на хордата
- 13,3° - усукване в основата ($r < 20 \text{ m}$)
- 0,04936 - плътност на диска на

турбината

- 2,5° наклон на оста на перката
- 90 m височина на кулата (76,6)
- диаметър на кулата във върха – 3,78 m
- диаметър на кулата в основата – 6,5 m

Профилите на напречните сечения на перките

са показани на Фигура 12, а стойностите на характеристиките им в Таблица 1.



Фиг.12 Профили на напречните сечения на перките

Табл.1 Характеристики на напречните сечения

Секция (-)	Сечение (m)	Ъгъл на усукване (°)	Дължина на секцията (m)	Дължина на хордата (m)	Re/10 ⁶	Профил (-)
1	2.8667	108	2.7333	3.542	2,44	Cylinder
2	5.6000	13.308	2.7333	3.854	3,12	Cylinder
3	8.3333	13.308	2.7333	4.167	3,79	Cylinder
4	11.7500	13.308	4.1000	4.557	5,47	DU40

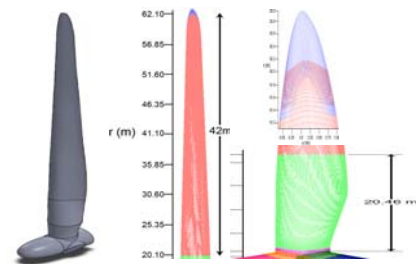
5	15.8500	11.480	4.1000	4.652	6,36	DU35
6	19.9500	10.162	4.1000	4.458	6,98	DU35
7	24.0500	9.011	4.1000	4.249	7,69	DU30
8	28.1500	7.795	4.1000	4.007	7,12	DU25
9	32.2500	6.544	4.1000	3.748	8,72	DU25
10	36.3500	5.361	4.1000	3.502	9,08	DU21
11	40.4500	4.188	4.1000	3.256	9,47	DU21
12	44.5500	3.125	4.1000	3.010	9,53	NACA64
13	48.6500	2.319	4.1000	2.764	9,49	NACA64
14	52.7500	1.526	4.1000	2.518	9,44	NACA64
15	56.1667	0.863	2.7333	2.313	9,13	NACA64
16	58.9000	0.370	2.7333	2.086	8,78	NACA64
17	61.6333	0.106	2.7333	1.419	8,47	NACA64

♦ Пространствен модел

Моделът в софтуерния пакет SolidWorks е показан на Фигура 13, а елементи на мрежата на Фигура 14.



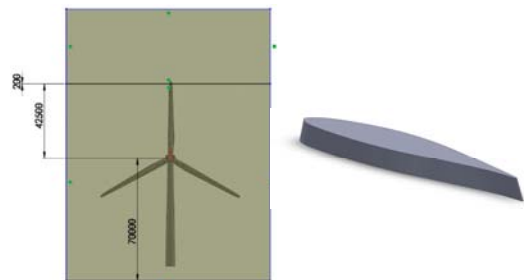
Фиг.13 Модел на ветрогенератора в Solidworks



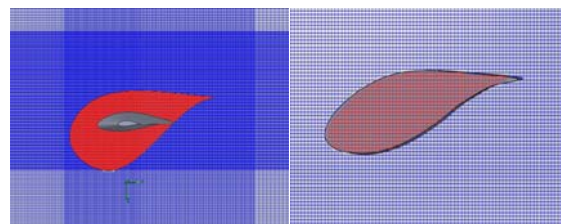
Фиг.14 Мрежа на турбината

♦ Равнинен модел

Привеждането към равнинен модел е показано на Фигура 15, а мрежата на Фигура 16



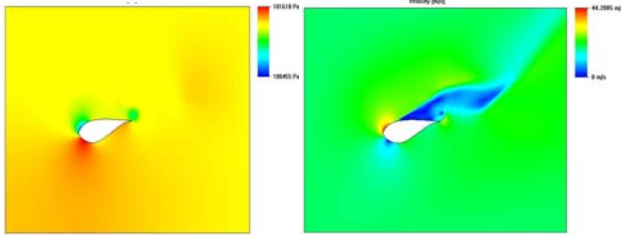
Фиг.15 Привеждане към равнинен модел



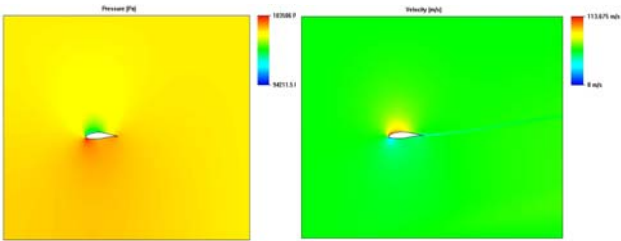
Фиг.16 Мрежа на равнинния модел

♦ Резултати от симулациите

Извършват се в средата на пакетите Ansys и Cosmos Floworks
- 2D симулация



Фиг.1.17 Разпределение на налягането и скоростта при сечение $r=12\text{m}$, $V_\infty = 11,4 \text{ m/s}$, $\lambda=7$



Фиг.1.18 Разпределение на налягането и скоростта при сечение $r=44\text{m}$, $V_\infty = 11,4 \text{ m/s}$, $\lambda=7$

Табл.2 Сили, моменти и скорости при номиналния режим: $\beta=0$, $V_\infty = 11,4 \text{ m/s}$, $\omega=1,267 \text{ s}^{-1}$, $\lambda=7$.

r	r.ω	Fx	Fz	Mx	My	Mz	Vx	Vz
4	5,068	-6,5	-8,8	-3,6	8,78	26,6	5,94	-11,12
8	10,14	-11	-21	-168	16	92,7	10,6	-11,25
12	15,20	-12	-26	-312	15,3	151	16,2	-10,88
16	20,27	-27	-57	-924	19	437	21,9	-10,32
20	25,34	-27	-71	-1419	19,3	539	26,84	-10,24
24	30,41	-40	-124	-2987	26,6	949	31,8	-10,21
28	35,48	-25	-90	-2540	20,8	704	36,8	-10,25
32	40,54	-24	-101	-3246	21,4	791	41,7	-10,25
36	45,61	-26	-120	-4350	17,4	940	46,8	-10,17
40	50,68	-27	-148	-5727	14	1084	51,8	-10,10
44	55,75	-28	-158	-6993	18,8	1228	56,84	-10,08
48	60,82	-24	-152	-7330	17,7	1170	61,77	-10,23
52	65,88	-24	-161	-8384	17,2	1249	66,77	-10,25
56	70,95	-21	-158	-8540	15,2	1188	71,73	-10,36
60	76,02	-17	-121	-7217	11,8	943	76,58	-10,61
63	79,82	-8,4	-70	-4223	8,4	508	80,07	-11

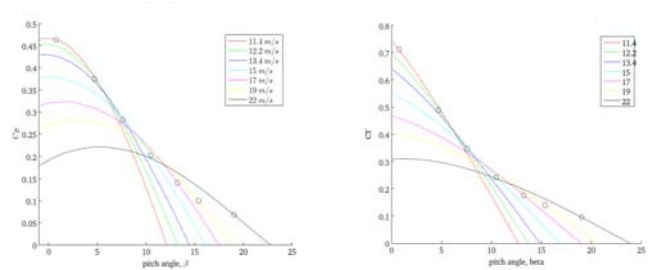
Резултатите са отнесени към елемент с височина 0,02 m (Фиг.15) и затова е необходимо да се мащабират с множител 50.

- 3D симулация

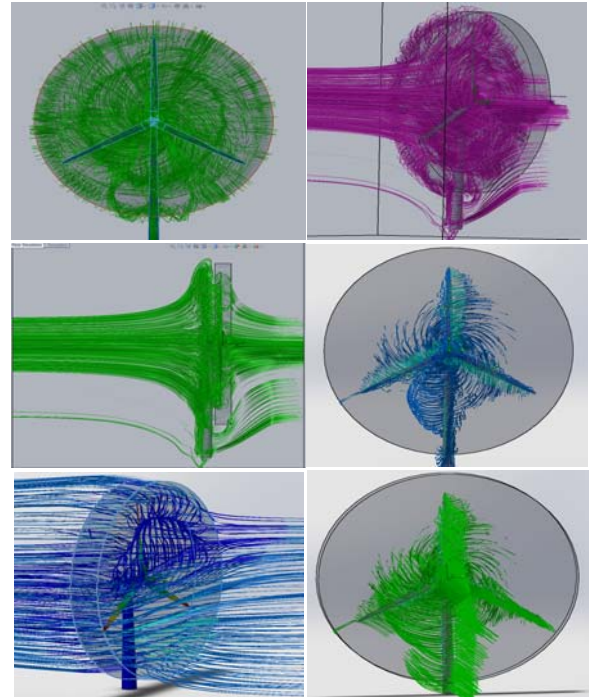
Табл.3 Резултати при номинален режим

F_x (N)	F_y (N)	F_z (N)	T_x (Nm)	T_y (Nm)	T_z (Nm)	P (MW)
4488	-41637	-233396	-305323	43900	5,314 E+6	6,73

Получената мощност не отчита някои въздушни загуби, както загубите в трансмисията и генератора. При коефициент на полезно



действие на ветрогенератора 70-80% ще се



осигури съответната електрическа мощност.

Фиг.1.18 C_p и C_{Thrust} във функция на $\beta(r_h)$

Фиг.1.18 Разпределения на скоростите и наляганята

Благодарности

Публикацията е във връзка с работата по дог. 122пд 0023-04, финансиран от НИС ТУ-София.

Литература

- [1] Buhl, M. L. Jr., 2005, A New Empirical Relationship between Thrust Coefficient and Induction Factor for the Turbulent Windmill State, Tech. Rep. NREL/TP, pp.12;
- [2] Chaviaropoulos P., M. Hansen, 2000, Investigating three-dimensional and rotational effects on wind turbine blades by means of a quasi-3D Navier-Stokes solver, J. Fluids Engineering, Vol. 122, pp.330-336;
- [3] Glauert H., 1935, Airplane propellers, division 1, Aerodynamic Theory 4, p.169-360;
- [4] Guntur S., Ch. Bak, N. Sorensen, 2011, Analysis of 3D Stall Models for Wind Turbine Blades Using Data from the MEXICO Experiment, The 13th Int. Conf. on Wind Engineering, Amsterdam, 10-15 July 2011, pp.8;
- [5] Hartwanger D., A. Horvat, 2008, 3D modelling of a wind turbine using CFD, NAFEMS Conf., UK, pp.15;
- [6] Jonkman J., and all, 2009, Definition of a 5-MW Reference Wind Turbine, Tech. Report NREL/TP-500-38060, U.S. Dept. of Energy, pp.75;

WIND-BLADE AERO DYNAMICAL INTERACTION MODEL OF HAWT

Julian GENOV, Stoyan TASHKOV, Konstantin ARNAUDOV, Kalin ADARSKY