

**”НАУЧНИТЕ ИЗСЛЕДВАНИЯ, РЕЗУЛТАТИТЕ ОТ КОИТО СА
ПРЕДСТАВЕНИ В НАСТОЯЩАТА ПУБЛИКАЦИЯ, СА
ФИНАНСИРАНИ ОТ ВЪТРЕШЕН КОНКУРС НА ТУ-СОФИЯ-2012г.”**

**НЕЗАТИХВАЩИ ТРЕПТЕНИЯ, СОБСТВЕНИ ЧЕСТОТИ И ФОРМИ НА
КАБИНА ОТ ЕДНОВЪЖЕНА ЛИНИЯ В 3D ПРОСТРАНСТВОТО**

Васил АХЧИЙСКИ¹ Чавдар АНГЕЛОВ² Георги ИЛИЕВ³

¹кафедра „Инженерна логистика, подемно-транспортна и строителна техника”, Технически университет - София,
България

e-mail: yaski@abv.bg

²Технически университет - София, България

e-mail: cangelov@thedoctors.com

³кафедра „Инженерна логистика, подемно-транспортна и строителна техника”, Технически университет - София,
България

e-mail: giliev@tu-sofia.bg

Резюме: В тази работа се изследват свободни трептения, собствени честоти и форми на кабина от едновъжен кабинков лифт в 3D пространството с методите на матрична механика. Отчитат се масови еластичните и геометрични свойства на транспортната система. Получени са формули за кинетичната енергия и потенциалните енергии от линейните и ъглови деформации на въжето и теглото на кабината. По метода на Лагранж от втори род са съставени диференциалните уравнения и са получени формули за пресмятане на собствените честоти и форми на свободните трептения. За конкретна система са пресметнати собствените честоти и собствените форми на трептене.

Ключови думи: въжена линия ,свободни трептения, матрици, еластични елементи , масови инерционни моменти, маси, собствени честоти и форми на трептенията.

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Пътническите въжените линии [5] са разпространени транспортни системи, които се използват все по често в съвременния свят и безопасността при тях е от огромно значение. Те са обект на изследване от различни автори, които предлагат варианти за намиране на ефективен метод за анализ на динамичната им характеристика [6,7]. Динамичното поведение на въжените линии се влияят от много фактори. Направеното досега проучване на въжените линии и нейните системи се разглеждат като равнинни модели [6].

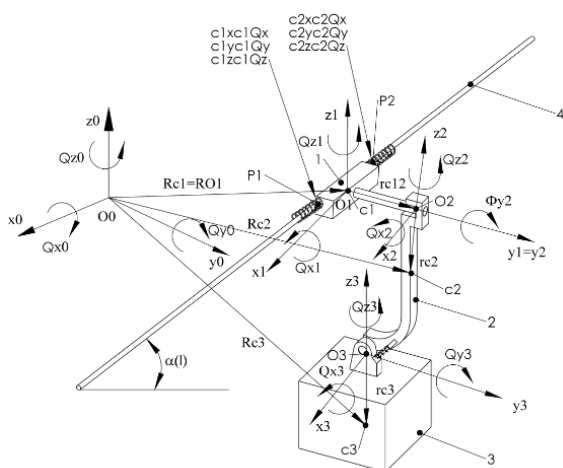
Когато системата е разгледана в 1 и 2 равнини липсват трептенията около вертикалната ос и връзката между всичките трептения, а

действителните трептения на кабината от въжената линия са в 3D пространството.

Извършени са следните означения:

$O_0x_0y_0z_0$ - отправна координатна система ,

$O_1x_1y_1z_1$ – координатна система свързана с неподвижно с движещото тяло



На фиг. 1 е представен динамичен модел на системата хващач 1, носач 2, кабина 3 и въже 4.

C_{ix}, C_{iy}, C_{iz} - коефициенти на линейна еластичност

$C_i\theta_x, C_i\theta_y, C_i\theta_z$ - коефициенти на ъглова еластичност

m_i - маса, J_i - масов инерционен тензор на телата ($i=1,2,3$)

V_{ci} и Ω_i^i е линейна и ъглова скорост на телата ($i=1, 2, 3$)

l_{xi}, l_{yi}, l_{zi} - разстояния в свързаната с тялото координатна система

Системата е моделирана с осем степени на свобода и се дефинира с вектора на обобщените координати[1].

2.КИНЕТИЧНА ЕНЕРГИЯ НА КАБИНА ОТ ЛИФТ

2.1 Кинетична енергия при най-общо движение на кабина с модифицирани ъгли на Ойлер и координати на Декарт

Векторът на обобщените координати на кабината, която извършва най-общо движение в 3D пространството, има вида

$$q = [x_l \ y_l \ z_l \ \theta_{xl} \ \theta_{yl} \ \theta_{zl} \ \Phi_{y2} \ \theta_{x3}]^T_{(8 \times 1)} \quad (1)$$

Съответно векторът на обобщените скорости е

$$\dot{q} = [\dot{x}_l \ \dot{y}_l \ \dot{z}_l \ \dot{\theta}_{xl} \ \dot{\theta}_{yl} \ \dot{\theta}_{zl} \ \dot{\Phi}_{y2} \ \dot{\theta}_{x3}]^T_{(8 \times 1)} \quad (2)$$

Кинетичната енергия на кабината се дефинира от формулата

$$T_i = \frac{1}{2} [\dot{q}_i]^T \cdot M_i(q) \cdot [\dot{q}_i], \quad i=1,2,3 \quad (3)$$

където

\dot{q}_i е векторът (2) на обобщените скорости на кабината, а

$$M_i(q) = \begin{bmatrix} m_{RR}^i & m_{RO}^i \\ m_{OR}^i & m_{OO}^i \end{bmatrix} \quad (4)$$

е матрицата на масите, която характеризира масовите и инерционните свойства на кабината.

$$m_{RR}^i = \int_{V_i} \rho_i \cdot I \cdot dV_i = m_i \cdot I \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_{OO}^i &= \int_{V_i} \rho_i \cdot r_{pi}^T \cdot r_{pi} \cdot dV_i = \\ &= \int_{V_i} \rho_i \cdot \tilde{r}_{pi} \cdot U_i^{\Omega i} \cdot \tilde{r}_{pi}^T \cdot U_i^{\Omega i T} \cdot dV_i = \\ &= U_i^{\Omega i} \cdot J_{OO}^i \cdot U_i^{\Omega i T}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_{RO}^i &= m_{OR}^i{}^T = - \int_{V_i} \rho_i \cdot U_i^0 \cdot \tilde{r}_{pi} \cdot U_i^{\Omega i} \cdot dV_i = \\ &= -U_i^0 \cdot \tilde{S} \cdot U_i^{\Omega i} \end{aligned} \quad (7)$$

където $m_{OO}^i, m_{RR}^i, m_{RO}^i$ са друг запис на матриците,

m_i – маса на цялото тяло,

J_{OO}^i - масов инерционен тензор на тялото спрямо координатната система, свързана с тялото с начало в масовия му център.

Антисиметричната матрица на статичния момент е

$$\tilde{S} = \int_{V_i} \rho_i \cdot \tilde{r}_{pi} \cdot dV_i = m_i \cdot \begin{bmatrix} 0 & -z_{Ci} & y_{Ci} \\ z_{Ci} & 0 & -x_{Ci} \\ -y_{Ci} & x_{Ci} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

x_{Ci}, y_{Ci}, z_{Ci} са координати на масовия център в свързаната с тялото координатна система с начало, което не съвпада с масовия център.

Чрез матрицата на масите се осъществява динамичната (инерционната) връзка между трансляцията и ъгловата ориентация на кабината. Тази връзка се реализира с двете недиагонални нелинейни матрици, \mathbf{m}_{RO}^i и \mathbf{m}_{OR}^i , които съдържат и обобщените координати - ъгли завъртания на кабината.

Ако свързаната с тялото координатна система е с начало в масовия му център, то $\mathbf{m}_{RO}^i = \mathbf{m}_{OR}^{iT} = 0$
За тяло 1

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot [\dot{\mathbf{R}}^T \quad \dot{\boldsymbol{\Theta}}^T]^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{m}_{OO}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}} \\ \dot{\boldsymbol{\Theta}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

За тела 2 и 3

$$T_i = \frac{1}{2} \cdot [\mathbf{V}_{Ci}^{0T} \quad \boldsymbol{\Omega}_i^{iT}]^T \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{RR}^i & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{m}_{OO}^i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{Ci}^0 \\ \boldsymbol{\Omega}_i^i \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$i = 2, 3$

В формулите (9) и (10) скоростите на масовите центрове $\dot{\mathbf{R}}$ и \mathbf{V}_{Ci}^0 , ъгловите скорости $\dot{\boldsymbol{\Theta}}$ и $\boldsymbol{\Omega}_i^i$ са дадени и получени в работа [1]. Като се отчетат с програмния продукт, се пресмята кинетичната енергия на цялата система:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 \quad (11)$$

3. ПОТЕНЦИАЛНА ЕНЕРГИЯ НА КАБИНАТА

3.1 Потенциална енергия от деформацията на въжето от двете страни на хващача.

Счита се, че въжето има три линейни коефициенти на еластичност C_{ix}, C_{iy}, C_{iz} и три ъгли $C_{i\theta_x}, C_{i\theta_y}, C_{i\theta_z}$ $i=1,2$

Извършени са следните означения на фигура 1:

т. P_i -точка на свързване на въжето с хващача, $i=1,2$;

$\mathbf{r}_{pi}^1 = [l_{pix_1} \quad l_{piy_1} \quad l_{piz_1} \quad 1]^T, i=1,2$ -точки на окачване на въжето към хващача, в координатна система $O_1x_1y_1z_1$;

$\mathbf{R}_i^0 = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T$ - вектор на положението на началото на подвижната (свързаната с тялото) координатна система спрямо неподвижната координатна система;

Като вземем предвид книгата „Матрична механика динамика” векторът на деформацията $\delta \mathbf{r}_{Pi}$ на еластичния елемент (въжето) се определя от израза:

$$\delta \mathbf{r}_{Pi} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\theta_{zi} & \theta_{yi} \\ \theta_{zi} & 0 & -\theta_{xi} \\ -\theta_{yi} & \theta_{xi} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_{pix_i} \\ l_{piy_i} \\ l_{piz_i} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$i=1,2$

Потенциалната енергия от линейната деформация на въжето се определя от:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} [\mathbf{q}]^T \cdot \mathbf{C} \cdot [\mathbf{q}] \quad (13)$$

където \mathbf{C} - матрица, характеризираща еластичните свойства на еластичните елементи и тяхното положение.

Тя има вида:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & 0 & 0 & 0 & c_{1,5} & c_{1,6} \\ 0 & c_{2,2} & 0 & c_{2,4} & 0 & c_{2,6} \\ 0 & 0 & c_{3,3} & c_{3,4} & c_{3,5} & 0 \\ 0 & c_{4,2} & c_{4,3} & c_{4,4} & c_{4,5} & c_{4,6} \\ c_{5,1} & 0 & c_{5,3} & c_{5,4} & c_{5,5} & c_{5,6} \\ c_{6,1} & c_{6,2} & 0 & c_{6,4} & c_{6,5} & c_{6,6} \end{bmatrix}_{(6 \times 6)} \quad (14)$$

$$c_{1,1} = \sum_{N=1}^n c_{xi}^N; \quad c_{1,5} = \sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{zPi};$$

$$c_{1,6} = -\sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{yPi};$$

$$c_{2,2} = \sum_{N=1}^n c_{yi}^N; \quad c_{2,4} = -\sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{zPi}; \quad c_{2,6} = \sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{xPi};$$

$$c_{3,3} = \sum_{N=1}^n c_{zi}^N; \quad c_{3,4} = \sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{yPi}; \quad c_{3,5} = -\sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{xPi};$$

$$c_{4,2} = -\sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{zPi}; \quad c_{4,3} = \sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{yPi};$$

$$\begin{aligned}
 c_{4,4} &= \sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{zPi}^2 + \sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{yPi}^2 ; \\
 c_{4,5} &= -\sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{xPi} \cdot l_{yPi} \quad c_{4,6} = -\sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{xPi} \cdot l_{zPi} ; \\
 c_{5,1} &= \sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{zPi} ; \quad c_{5,3} = -\sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{xPi} ; \\
 c_{5,4} &= -\sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{xPi} \cdot l_{yPi} ; \\
 c_{5,5} &= \sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{zPi}^2 + \sum_{N=1}^n c_{zi}^N \cdot l_{xPi}^2 ; \\
 c_{5,6} &= -\sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{yPi} \cdot l_{zPi} ; \quad c_{6,1} = -\sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{yPi} ; \\
 c_{6,2} &= \sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{xPi} ; \quad c_{6,4} = -\sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{xPi} \cdot l_{zPi} ; \\
 c_{6,5} &= -\sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{yPi} \cdot l_{zPi} ; \\
 c_{6,6} &= \sum_{N=1}^n c_{xi}^N \cdot l_{yPi}^2 + \sum_{N=1}^n c_{yi}^N \cdot l_{xPi}^2 .
 \end{aligned}$$

3.2 Потенциална енергия от ъгловата деформацията на въжето

Коефициентите на трите ъглови деформации се дефинират чрез:

$$\mathbf{c}_O^N = [c_{Ox}^N \quad c_{Oy}^N \quad c_{Oz}^N], \quad (15)$$

където c_{Ox}^N , c_{Oy}^N , c_{Oz}^N могат да бъдат нелинейни функции.

А потенциалната енергия [2] се определя от:

$$\Pi_{12} = \frac{1}{2} \cdot c_0^N \cdot (\theta_h^{ij})^2 \quad (16)$$

$$(\theta_h^{ij}) = [\theta_{x1} \quad \theta_{y1} \quad \theta_{z1}]^T .$$

Следователно потенциалната енергия от ъгловите деформации може да се запише във вида:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{q}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} \quad (17)$$

Където

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{\theta_{x1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{\theta_{y1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{\theta_{z1}} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Потенциална енергия от ъглова деформация на тяло 1 и 2:

$$\Pi_{12} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot c_{\theta_{y2}}^N \cdot (\theta_{y2})^2 \quad (18)$$

Потенциална енергия от ъглова деформация между телата 2 и 3:

$$\Pi_{23} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot c_{\theta_{x3}}^N \cdot (\theta_{x3})^2 \quad (19)$$

3.3 Потенциална енергия от теглата на хващач, носач и кабина

Потенциалната енергия от теглото на кабината (фиг.1) от механичната система се определя от израза:

$$\Pi_{Gi} = -m_i \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{R}_{Ci}^0 = -m_i \cdot \mathbf{g}^T \cdot \mathbf{A}_i^0 \cdot \mathbf{r}_{Ci}, \quad i=1,2,3 \quad (20)$$

където

$\mathbf{g} = [0 \quad 0 \quad g \quad 0]^T$ е вектор, който дефинира гравитационното ускорение в отправната координатна система;

m_i - масата на кабината;

\mathbf{R}_{Ci}^0 е векторът на положението на масовия център на кабината, дефиниран в отправната координатна система;

$$\mathbf{R}_{Ci}^0 = [x_c \quad y_c \quad z_c]^T = \mathbf{A}_i^0 \cdot \mathbf{r}_{Ci} \quad i=1,2,3 \quad (21)$$

\mathbf{A}_i^0 е матрица на преход от локалната към глобалната координатна система;

Тъй като теглото и статичните еластични сили се уравновесяват, то бихме могли да не отчитаме потенциалните енергии от теглата.

Потенциалната енергия е удобна да я отчитаме при определяне на статичното провисване.

Потенциалната енергия на цялата система е равна на сумата от потенциалните енергии на ъгловите и линейни деформации на въжето, на еластичните елементи между хващача и носача и между кабината и носача.

$$\Pi = \sum \Pi_1 + \Pi_{12} + \Pi_{23} \quad (22)$$

4. ДИФЕРЕНЦИАЛНИ УРАВНЕНИЯ НА СВОБОДНИТЕ ТРЕПТЕНИЯ

Като вземем предвид резултатите за сумарната кинетична и потенциална енергии и ги заместим в диференциалните уравнения на Лагранж от втори род, използвайки символно моделиране (Mathematica, MATLAB), се получава система нелинейни диференциални уравнения.

Те описват нелинейните свободни трептения[4], които имат следния матричен вид.

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}} = -\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) \cdot \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{R}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}}, \quad (23)$$

където матриците \mathbf{M} и \mathbf{C} характеризират линейните масови и еластични свойства на механичната система, а матриците $\tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q}), \mathbf{R}(\mathbf{q}), \dot{\mathbf{q}}$ описват нелинейните свойства на системата.

При изследване на малките трептения може да се въведе малък параметър μ , който отделя нелинейните членове в системата диференциални уравнения като малки величини:

$$\begin{aligned} \mu \cdot \tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) &= \mathbf{M}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{S}}(\mathbf{q}) \cdot \ddot{\mathbf{q}} \\ \mu \mathbf{R}(\mathbf{q}) &= \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{R}(\mathbf{q}) \cdot \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (24)$$

При $\mu = 0$ се получава система свързани линейни диференциални уравнения:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{q}} = 0, \quad (25)$$

където матриците $\mathbf{M}_{(8 \times 8)}$ и $\mathbf{C}_{(8 \times 8)}$ са симетрични и характеризират масовите, инерционните, еластичните и геометрични свойства на механичната система, а вектора на обобщените координати има вида:

$$\mathbf{q} = [x_l \quad y_l \quad z_l \quad \theta_{xl} \quad \theta_{yl} \quad \theta_{zl} \quad \Phi_{y2} \quad \theta_{x3}]_{(8 \times 1)}^T \quad (26)$$

5. СОБСТВЕНИ ТРЕПТЕНИЯ И СОБСТВЕНИ ФОРМИ НА ТРЕПТЕНИЯ

Решенията на диференциалните уравнения[3] (24), съответстват на хармонични трептения с честота ω и начална фаза χ и имат вида

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{V} \cdot \sin(\omega t + \chi), \quad (27)$$

където

$$\mathbf{V} = [v_1, v_2, v_3]^T \quad (28)$$

\mathbf{V} - константен вектор (матрица-стълб), характеризиращ съотношението между различните обобщени координати. В решения от този тип честотата ω и векторът \mathbf{V} удовлетворяват матричното уравнение

$$(\mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \mathbf{V} = 0, \quad (29)$$

което е еквивалентно на система от n броя линейни хомогенни алгебрични уравнения, относно компонентите на вектора \mathbf{V} . Условието за съществуване на ненулеви решения на хомогенната система (27) води до характеристичното уравнение, наречено уравнение на собствените честоти

$$\det(\mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) = 0 \quad (30)$$

От системата алгебрични уравнения (30) се получават кръговите ω_i собствени честоти $\omega_i, i = 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{I} - \omega^2 \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{M}) &= 0 \\ \det(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} - \omega^2 \cdot \mathbf{I}) &= 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Една или повече собствени честоти могат да бъдат равни на нула.

На всяка собствена честота ω_i съответства вектор на тези форми

$$\mathbf{V}_i = [v_{i1} \quad v_{i2} \quad v_{i3} \quad \dots \quad v_{in}]^T \quad (32)$$

Компонентите на векторите дефинират матрицата на собствените вектори (модалната матрица) на цялата трептяща механична система

$$\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_i \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1i} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2i} & \dots & v_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{i1} & v_{i2} & \dots & v_{ii} & \dots & v_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{n1} & v_{n2} & \dots & v_{ni} & \dots & v_{nn} \end{bmatrix} \quad (33)$$

6. ИЗВОДИ

Предлаганият модел позволява намирането на собствените честоти и форми на транспортната система, при една кабина в междустълбие при анализ на работата на въжената линия с едно транспортно въже. Конкретната въжена линия има конкретни

коэффициенты на еластичност и разстояния, маси и масови инерционни моменти, като се заместят в получените формули се получават числа и графики за собствените честоти и форми. Поради ограничения обем страници в списанието и поради фирмени тайни такива стойности ние не прилагаме, но сме апробирали с конкретни стойности на конкретна въжена линия. Формулите са годни за използване.

Литература

1. **Ахчийски Васил, Илия Ангелов, Георги Илиев.** „Кинематика на кабина, хващач, носач и въже от едновъжен кабинков лифт в 3D.Българско списание за Инженерно Проектиране 2012.
2. **Ангелов, И.В.,** Матрична механика динамика.Авангарт Прима,София,2011
3. **Ангелов И.В.,** Матрично моделиране в 3D пространството на кинематиката ,динамиката и трептенията на механични модули и многомасови системи. Дисертация за присъждане на научната степен “доктор на техническите науки”, ТУ, София, 2000
4. **Ангелов.И,В.Славов,** Сборник задачи матрична механика динамика и трептене, 2012,Авангарт прима.
5. **Дивизиев.В.Й.,** Въжени линии и кабелни кранове.Издателство „Техника”,София,1975
6. **Петрова.Р,** Анализ на собствените трептения на въздушен въжен път,ТУ,София, 2005.
7. **Schneigert.Zbigniew.** Aerial ropeways and funicular railways.1966

CONTINUOUS VIBRATIONS, NATURAL FREQUENCIES AND FORMS OF GONDOLA FROM MONOCABLE ROPEWAY IN 3D SPACE

Vasil AHCHIYSKI¹ Chavdar ANGELOV² George Iliev³

¹Logistics engineering , material handling and construction equipment department , Technical University - Sofia, Bulgaria

e-mail: vaski@abv.bg

² Technical University -Sofia, Bulgaria

e-mail: cangelov@thedoctors.com

³Logistics engineering , material handling and construction equipment department , Technical University - Sofia, Bulgaria

e-mail: giliev@tu-sofia.bg

Abstract: This paper studies free oscillations, natural frequencies and forms of gondola from monocable gondola lift in 3D space with matrix mechanic methods. Mass elastic and geometrical properties of the transport system are taken into account. Formulas are obtained for the kinetic energy and the potential energies from linear and angular deformations of the rope and the load of the gondola. Differential equations are comprised using the Lagrange method of the second kind, obtaining formulas for calculating the natural frequency and forms of the free oscillations. Natural frequencies and natural forms of oscillation are calculated for the given system .

Keywords: ropeway, natural frequencies, matrices, elastic elements, mass moments of inertia, masses, natural frequencies and forms on the oscillations.
