

ТРАНСФОРМАЦИИ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ НА ПРОМИШЛЕН РОБОТ MITSUBISHI MELFA - I ЧАСТ

Данаил Славов

Резюме: Разглежда се начин за представяне на местоположението в пространството чрез аналитичен подход с използване на преходи между координатни системи. В синтезиран вид е изложена методика за изчисляване на трансформациите между тези системи чрез алгебрични преобразувания. Поотделно са разгледани компонентите ротация и трансляция. Засегнато е добавянето на хомогенни координати, което математически улеснява достигането до крайния резултат. Изложеният материал има за цел да послужи като методично ръководство за обучаващите се по дисциплини, свързани с роботиката. Може също да е полезен за изследователите на промишлени роботи при установяване на неточности в позиционирането или траекторията им.

Ключови думи: промишлени роботи, координатни системи, трансформация, ротация, трансляция, хомогенни координати

COORDINATE SYSTEM TRANSFORMATIONS IN MITSUBISHI MELFA INDUSTRIAL ROBOT - PART I

Danail Slavov

Abstract: This paper describes a way of representing the location in space through analytical approach using coordinate system transitions. A methodology for calculating the transformations between these systems by algebraic conversions is presented in synthesized form. Rotation and translation components are separately examined. Inclusion of homogeneous coordinates is referred which mathematically facilitates achieving the final result. The purpose of the shown content is to serve as a methodological guide for students in the field of robotics. It may also be useful for researchers of industrial robots when finding imprecisions in robot positioning or trajectory.

Keywords: industrial robots coordinate systems, transformation, rotation, translation, homogeneous coordinates

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Вътрешните координатни системи на промишлените роботи се намират в сложни зависимости помежду си. Следователно е много важно да се разбира механизмът на преобразуването между системите. Това е един от ключовите фактори за използването на промишлените роботи при задачи, които изискват голяма прецизност. Много често като отправни системи при програмирането се използ-

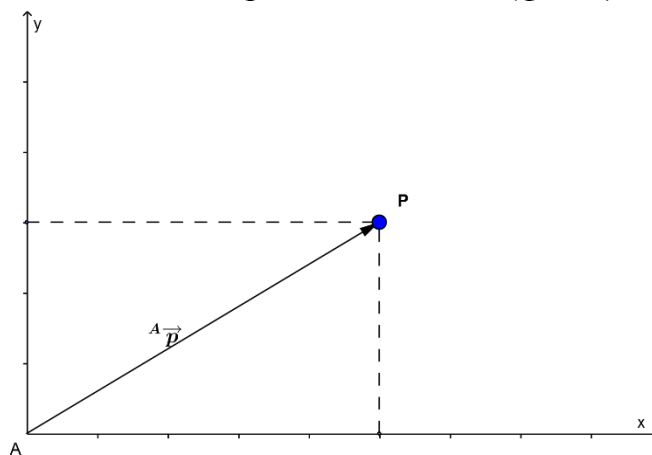
ват координатите на зададени от потребителя работни пространства - едно или повече. Например поставка за предмети и различни отделения, в които те трябва да бъдат сортирани. Ако работното пространство се премести и/или завърти, достатъчно е да се променят потребителските координати вместо всички части от програмния код, свързани с пространственото разположение. Това е едно от големите предимства в използването на потребителски координатни системи. [1]

Дори и малка грешка, породена от неточна трансформация на координатите, може да доведе до сериозни проблеми. Особено при системи с акумулиране на грешката, каквито са серийните манипулатори, тя ще се увеличава на всяка стъпка от трансформацията и съответно точността при позиционирането ще намалява. Затова координатните трансформации представляват засилен интерес за изследователите през последните години. [2]

Намирането на връзката между отделните отправните системи е необходимо също и при решаване на правата и обратната задача на кинематиката. В промишлените работи решението е намерено от производителя и е заложено в управлението им, но обикновено остава недостъпно в явен вид за крайния потребител. Затова целта на настоящата статия е да послужи и като методическо ръководство по пътя към достигане на това решение.

2. ОПИСАНИЕ НА МЕСТОПОЛОЖЕНИЕТО ЧРЕЗ ВЕКТОРИ

В настоящата работа за представяне на местоположението в пространството се използва аналитичен подход, при който координатите се задават по отношение на различни системи. Описанието на преходите между координатните системи се постига чрез аналитични съждения с използване на алгебрични манипулации [3]. Всяка точка в такава координатна система може да се опише от вектор с край в тази точка и начало в центъра на системата (фиг.1).



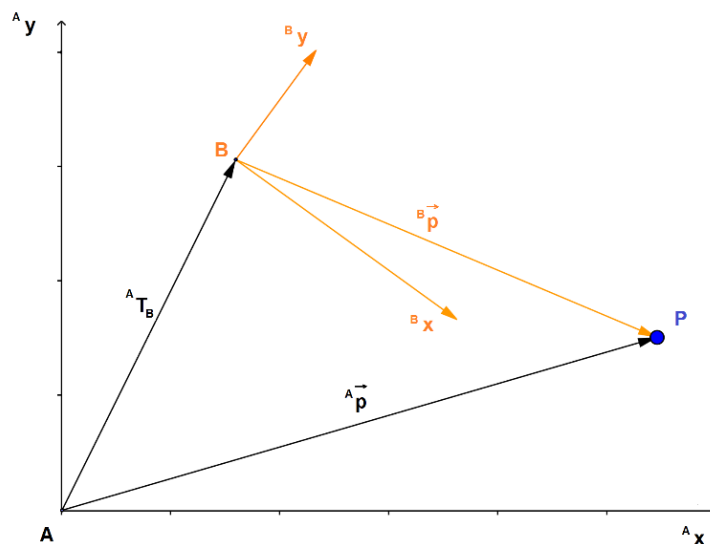
Фиг.1. Представяне на точката P като вектор ${}^A\vec{p}$ в двумерното пространство, описано от координатната система A

Векторът може да се представи в алгебричен вид като вектор-колона или транспониран вектор-ред:

$${}^A\vec{p} = \begin{bmatrix} {}^Ap_x \\ {}^Ap_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^Ap_x & {}^Ap_y \end{bmatrix}^T \quad (1)$$

където p_x и p_y са проекциите на вектора съответно върху осите x и y , а означението A като горен ляв индекс указва координатната система, по отношение на която се извършва описанието.

В редица лабораторни упражнения, провеждани във факултет Автоматика на ТУ-София, роботът се използва в комбинация с камера за техническо зрение. При такава постановка камерата заснема даден предмет и изчислява параметри, които описват неговото местоположение и очертания. Първоначално стойностите на тези параметри са валидни само по отношение на вътрешната координатна система на камерата. С цел да се използват за насочване на робота, описанията на заснетите предмети е необходимо да бъдат приведени към някоя известна за робота отправна система, например „Base 0“. Подобен е и случаят при създаване на потребителски (т.е. които не са включени фабрично от производителя) работни пространства - те не са априори известни на робота, а трябва да се трансформират към някаква вътрешна система.



Фиг.2. Представяне на местоположението от различни гледни точки

Разглежданият аналитичен подход за намиране на връзката между две координатни системи използва трансформацията (във вид на матрица) на едната система спрямо другата. На фиг.2 е представено описанието на т. P чрез вектори в отправните системи съответно A и B . За гореизложения пример т. P би могла да бъде точка от очертанието на обект, заснет от камерата, координатната система B да бъде вътрешна за камерата, а A - за робота. Изчисляването на матрицата на трансформация от A към B (${}^A T_B$) и залагането ѝ в управлението на робота му позволява да установи къде спрямо него се намират заснетите от камерата обекти. От фигурата е видно, че описанието на т. P в системата A може да се получи, като матрицата ${}^A T_B$ се умножи отдясно с вектора, описващ местоположението на точката в системата B :

$${}^A \vec{p} = {}^A T_B {}^B \vec{p} \quad (2)$$

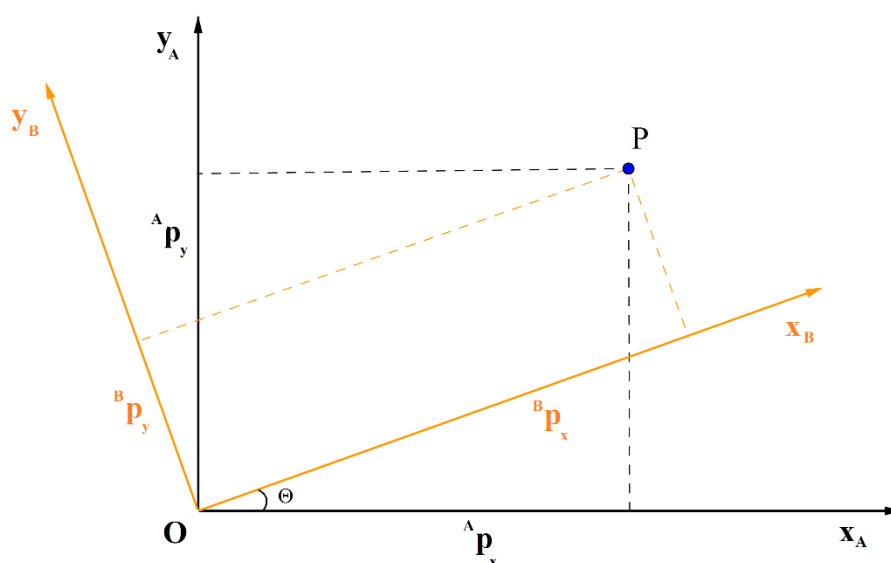
Трансформацията от своя страна съдържа в себе си две компоненти: ротация (завъртане) и транслация (отместване).

3. РОТАЦИЯ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ

Ротационната матрица между две координатни системи определя еднозначно завъртането на всяка от осите на едната система спрямо всяка от осите на другата. Така например в двумерното пространство, ако x_A и y_A са координатните оси на система A , а x_B и y_B – на система B , то ротационната матрица на B спрямо A ще има вида[3]:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} x_A x_B & y_A x_B \\ x_A y_B & y_A y_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

Конкретните стойности на елементите в матрицата може да се изведат чрез тригонометрични зависимости, приложени върху следното графично представяне на ротацията[4]:



Фиг.3. Ротация между две координатни системи в двумерното пространство

$${}^A p_x = {}^B p_x \cos(\Theta) - {}^B p_y \sin(\Theta) \quad (4)$$

$${}^A p_y = {}^B p_x \sin(\Theta) + {}^B p_y \cos(\Theta) \quad (5)$$

където ${}^A p_x$ и ${}^A p_y$ са проекциите на вектора $\vec{OP}$ съответно върху осите x_A и y_A , а ${}^B p_x$ и ${}^B p_y$ – върху осите x_B и y_B .

В матричен вид това може да се представи по следния начин:

$$\begin{bmatrix} {}^A p_x \\ {}^A p_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \end{bmatrix} \quad (6)$$

Ако съгласно (1) вектор-колони се заместят с описваните от тях вектори, се получава

$${}^A \vec{p} = {}^A R_B {}^B \vec{p},$$

където ротационната матрица

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Така получената ротационна матрица R е ортонормирана [4], което означава, че тя притежава следните свойства [3][4]:

1. Обратната ѝ матрица е равна на транспонираната $R^{-1} = R^T$, което е равносилно на $RR^T = I$, където I е единичната матрица. Оттук следва, че ${}^A R_B = ({}^B R_A)^T$.

2. Редовете (колони) на R са взаимно ортогонални и всеки ред (колона) представлява единичен вектор.

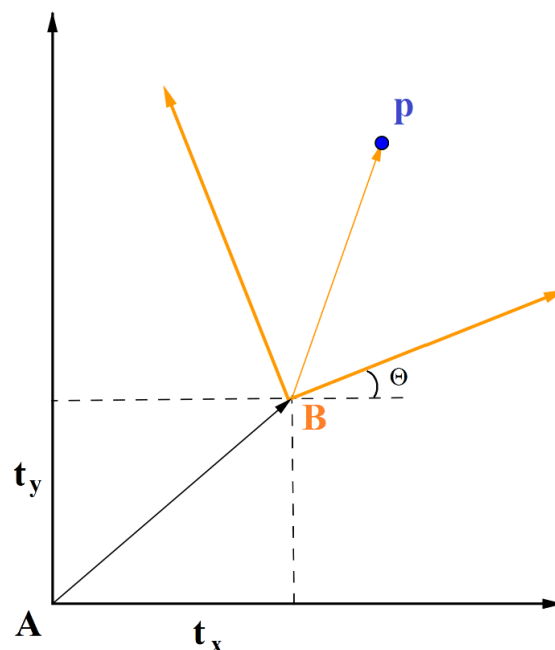
3. Нормата на всеки ред (колона) е равна на 1, а скалярното произведение на всеки ред (колона) е равно на 0.

4. Детерминантата $|R| = 1$.

От свойствата 2 и 3 следва, че вектор-колони в ротационната матрица указват новата ориентация на осите (т.е. какво е завъртането на координатната система B спрямо A), тъй като ориентацията се състои именно от единични вектори.

4. ТРАНСЛАЦИЯ НА КООРДИНАТНИ СИСТЕМИ

При трансляция координатното начало се премества в ново положение, а координатните вектори се пренасят успоредно в него, без да се променят дължините им и ъглите между тях. Следователно, за да се получи пълната трансформация между две системи, към ротацията трябва да се добави трансляцията (фиг. 4).



Фиг.4. Трансформация, съставена от ротация и трансляция.

Ако трансляционният вектор $\vec{t}$ се представи като вектор-колона с проекциите му върху координатните оси, формула 2 придобива вида:

$${}^A \vec{p} = {}^A R_B {}^B \vec{p} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (8)$$

Макар зависимостта (8) да е правилна, тя включва две действия - умножение и събиране. Това я прави недостатъчно компактна за нуждите на роботиката, където много често е необходимо за кратко време да се извършват последователно тран-

сформации на няколко координатни системи. Един от начините за справяне с това неудобство е въвеждането на допълнителни, т.нар. „хомогенни“ координати.

5. ХОМОГЕННИ ТРАНСФОРМАЦИИ

Представянето на трансформацията в хомогенен вид на практика изисква добавяне на допълнителна координата в края на всяка вектор-колона. Конкретно в сферата на роботиката хомогенните координати в последния ред на ротационната матрица винаги получават стойност 0, а в последния ред на трансляционния вектор - стойност 1 [4]. Така матрицата на трансформация и векторът, описващ т. P в система B , придобиват следния вид:

$${}^A T_B = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A \vec{t}_B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^B \vec{p} = \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Ако (2) се изрази чрез (9) и векторът ${}^A \vec{t}_B$ се представи в алгебричен вид, се получава:

$${}^A \vec{p} = \begin{bmatrix} {}^A p_x \\ {}^A p_y \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^A R_B & \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R_B \begin{bmatrix} {}^B p_x \\ {}^B p_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

По този начин компактното описание на пълната трансформация (вече включваща и трансляция) от (2) се запазва, с което се улеснява пресмятането ѝ при многократен преход между различни координатни системи. Например за N на брой трансформации описанието на т. P в система 0 може да се намери, ако е известно описанието ѝ в система N и се изчислят „междинните“ матрици на трансформация:

$${}^0 \vec{p} = {}^0 T_1 {}^1 T_2 \dots {}^{N-1} T_N {}^N \vec{p} \quad (11)$$

6. ТРАНСФОРМАЦИИ В ТРИМЕРНОТО ПРОСТРАНСТВО

За пресмятане на трансформации в тримерното пространство (3D) остават в сила всички по-горе представени изводи за двумерното пространство (2D). Ротациите в 2D могат да се разглеждат като ротации в 3D, извършвани обаче винаги около оста z . Тук те може да са около всяка една (или повече) от трите оси. С добавяне на трета координата ротационната матрица получава следния вид:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} x_A x_B & y_A x_B & z_A x_B \\ x_A y_B & y_A y_B & z_A y_B \\ x_A z_B & y_A z_B & z_A z_B \end{bmatrix} \quad (12)$$

Съгласно свойствата на ортонормираните матрици, ако завъртането става около оста z , скаларното произведение $z_A z_B$ ще бъде равно на 1, а всички други произведения с участие на проекциите на $\vec{z}$ ще бъдат равни на 0. След заместване със стойностите на останалите скаларни произведения, получени по (4), (5) и (6), се получава:

$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) & 0 \\ \sin(\Theta) & \cos(\Theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Зависимостта (13) е идентична с хомогенизираната формула на матрицата на трансформация в 2D при отсъствие на трансляция. Аналогично се получават ротационните матрици при завъртане под ъгъл Θ съответно около оста x и y (указани като долни индекси на R):

$$R_{x,\Theta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ 0 & \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix}, \quad R_{y,\Theta} = \begin{bmatrix} \cos(\Theta) & 0 & \sin(\Theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\Theta) & 0 & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (14)$$

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Част I на настоящата статия представя как се описва пространственото местоположение чрез вектори - дължината на проекциите на един вектор върху всяка от осите са координатните му стойности за тази ос и намирането на тези проекции е достатъчно за точното му описание в произволно n -мерно пространство. В роботиката много често е необходимо описанието да се представи от различни „гледни точки“, формализирани чрез координатни системи, и да се намери съответствието между тях с цел преминаване от една в друга. Тук е представена методика за изчисляване на тази трансформация, като е разгледана всяка от компонентите ѝ - ротация и трансляция - съответно за 2- и 3-мерно пространство.

Посочен е също начин за привеждане на описанията и трансформациите в хомогенен вид, което ги прави математически по-компактни и подходящи за изчисления конкретно в сферата на роботиката.

Както вече беше споменато, промишлените роботи обикновено разполагат с алгоритми за намиране на координатните трансформации, внедрени от производителя като готово решение. За потребителите обаче, включително изследователи и обучаващи се, остава неясно какви точно са тези алгоритми и как те са реализирани. Ето защо настоящата статия представя нагледно един от известните методи за изчисляване на трансформации в разбираем вид, подходящ за непосредствено приложение в изследвания и лабораторни упражнения.

Както е показано в Част II на едноименната работа, тази методика може да се използва за изучаване на движенията на промишлени роботи, а също така и за установяване на неточности в позиционирането или траекторията.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Wang, Wei & Yu, Guoyu & Xu, Min & Walker, David. (2014). Coordinate transformation of an industrial robot and its application in deterministic optical polishing. Optical Engineering. 53. 055102. 10.1117/1.OE.53.5.055102.

[2] Liu, Bailing & Zhang, Fumin & Qu, Xinghua & Shi, Xiaojia. (2016). A Rapid Coordinate Transformation Method Applied in Industrial Robot Calibration Based on Characteristic Line Coincidence. Sensors. 16. 239. 10.3390/s16020239.

[3] Dragan Kostić, Introduction Robotics, WTB Dynamics and Control, September - October 2009

[4] Matei Ciocarlie, Robotics course at edX, 2019

Автор: Данаил Славов, ас. инж., катедра „Автоматизация на електрозадвижванията“, Факултет Автоматика, Технически Университет-София, E-mail address: d.slavov@tu-sofia.bg

Постъпила на 07.10.2019 г.

Рецензент: доц. д-р Владимир Христов