# ПРИЛАГАНЕ НА МЕТОДА НА НЕЯВНОТО ИНТЕГРИРАНЕ ПРИ РЕАЛИЗИРАНЕ НА ДИФЕРЕНЦИАЛНА ЗАЩИТА НА ДВУНАМОТЪЧЕН ТРАНСФОРМАТОР

**Проф. д-р Неделчо Неделчев, маг.инж. Милен Димов**

**Резюме**. В статията са представени модели на силов трансформатор за анализ на преходните процеси при реализиране на цифрови диференциални токови защити. При създаването на моделите се прилага метода на неявното интегриране за определяне на режимните параметри на преходните процеси. Разработват се два модела. От тях за реализация на цифровата диференциална токова защита на силов трансформатор се избира моделът, при който не се пренебрегват свободните съставки на токовете по време на преходния процес.

**Ключови думи:** цифрова диференциална токова защита, двунамотъчен силов трансформатор, метод на неявното интегриране

## Въведение

Целта на изследването е да се създаде модел на силовите трансформатори (СТ) за анализ на преходните процеси при реализиране на цифрови диференциални токови защити (ЦДТЗ). Моделирането се основава на метода на неявното интегриране за решаване на обикновените диференциални уравнения, описващи преходния процес. С помощна на метода на неявното интегриране се определят режимните параметри, които са входни величини в ЦДТЗ.

Преходните процеси в електрическите вериги със силови елементи, представени със заместващи схеми със сосредоточени параметри, се описват с обикновени диференциални уравнения, представени във формата на Коши [1], [2]:

(1) $$\frac{dX}{dt} = f(X,t),$$

където X е режимният параметър, който се следи от цифровата защита в електрическата верига.

Уравнението на състоянието (1) се представя във вида:

(2) $$dX = f(X,t)\,dt\,.$$

Уравнение (2) се интегрира в рамките на една интеграционна стъпка

(3) $$\int_{X(t)}^{X(t+\Delta t)} dX = \int_{t}^{t+\Delta t} f(X,t)\,dt\,.$$

Изчислителният израз на неявното интегриране от втори ред е следният [2]:

(4) $$X(t+\Delta t) = X(t) + \frac{\Delta t}{2}\left\{ f\left[X(t),t\right] + f\left[X(t+\Delta t),t+\Delta t\right]\right\},$$

където $\Delta t$ е стъпката на интегриране.

Функцията $f(X,t)$ в общия случай е нелинейна и решението на уравнение (4) се извършва по метода на Нютон, с което решението на диференциалните уравнения се свежда до решаване на система от алгебрични уравнения. Методът е подходящ за решаване на системи от диференциални уравнения, записани във вида:

(5) $$d\mathbf{X} = \mathbf{A}.\mathbf{X}.\,dt\,.$$

Прилагането на метода на неявното интегриране за израз (5) се получава изчислителната форма за интегриране на линейните системи диференциални уравнения

(6) $$\mathbf{X}(t+\Delta t) = \mathbf{B}^{-1}.\mathbf{C}.\mathbf{X}(t)$$

където $\mathbf{B} = \mathbf{E} - \Delta t.\mathbf{A}$; $\mathbf{C} = \mathbf{E} + \Delta t.\mathbf{A}$; $\mathbf{E}$ – единичната матрица.

Системата уравнения (6) се решава по прекия метод на Гаус [3].

Точността на получавания резултат зависи от стъпката на интегриране. Големината на стъпката на интегриране при прилагане на метода на неявното интегриране на уравнения (4) се определя само от изискването за необходимата точност на изчислението [4].

**Модели на силови трансформатори за анализ на преходните процеси, основани на метода на неявното интегриране на режимните параметри**

**Модел 1.** За изследване на електромагнитните преходни процеси в двунамотъчни силови трансформатори (СТ) се използва математичен модел, основан на Г-образна заместваща схема. Описанието на преходните процеси в ($d_0, q_0$) синхронно въртяща се координатна система има вида [2]**:**

$$L_T \frac{di_{1q}}{dt} - \omega_0 L_T i_{1d} + r_T i_{1q} = u_{1q} - u_{2q}; \quad L_T \frac{di_{1d}}{dt} + \omega_0 L_T i_{1q} + r_T i_{1d} = u_{1d} - u_{2d}.$$

(7)
$$L_{\mu T} \frac{di_{\mu q}}{dt} - \omega_0 L_T i_{\mu d} = u_{2q}; \quad L_{\mu T} \frac{di_{\mu d}}{dt} + \omega_0 L_T i_{\mu q} = u_{2d}.$$

$$g_T u_{2q} = i_{gq}; \quad g_T u_{2d} = i_{gd}; \quad i_{2q} = i_{1q} - i_{gq} - i_{\mu q}; \quad i_{2d} = i_{1d} - i_{gd} - i_{\mu d}.$$

където $L_T$ е еквивалентната индуктивност на разсейване на намотките на трансформатора; $r_T$ - активното съпротивление; $g_T$ - активната проводимост на на намагнитващия контур на трансформатора; $L_{\mu T}$ - индуктивността на намагнитващия контур на трансформатора; $i_{1d}, i_{1q}, i_{2d}, i_{2d}$ - първичните и вторичните токове съответно по надлъжната и напречната ос; $u_{1d}$, $u_{1q}$, $u_{2d}$, $u_{2d}$ - първичните и вторичните напрежения съответно по надлъжната и напречната ос.

Системата уравнения (7) се състои от 8 уравнения с 12 неизвестни, 4 от които се намират от връзките на трансформатора с другите елементи на електрическата мрежа. Това са параметрите $U_{1d}$, $U_{1q}$, $U_{2d}$, $U_{2d}$. Уравненията на установения режим на трансформатора са частен случай на (7), които се получават при

$$\frac{d}{dt} = 0.$$

Първите две уравнения на (7) в обобщен вид се записват:

(8)
$$\frac{d}{dt} i_{1T} = W_T i_{1T} + Y_L \, \Delta U \cdot$$

където

$$i_{1T} = \begin{bmatrix} i_{1q} \\ i_{1d} \end{bmatrix}; \quad \Delta U = \begin{bmatrix} u_{1q} - u_{2q} \\ u_{2d} - u_{2q} \end{bmatrix}; \quad W_T = \begin{bmatrix} -r_T / L_T & \omega_0 \\ -\omega_0 & -r_T / L_T \end{bmatrix}; \quad Y_L = \begin{bmatrix} 1/L_T & 0 \\ 0 & 1/L_T \end{bmatrix}.$$

След интегрирането на уравнение (8) за една интеграционна стъпка се получава

(9)
$$i_{1T}(t + \Delta t) = J_{1T}(t) + Y_T(\Delta t).U(t + \Delta t),$$

където

$$J_{1T}(t) = [(1 - W_T.\Delta t/2)^{-1}.(1 + W_T.\Delta t/2).i_{1T}(t) + Y_T(\Delta t).\Delta U(t);$$

$$Y_T(\Delta t) = [(1 - W_T.\Delta t/2)^{-1}.Y_L \Delta t/2).$$

Третото и четвъртото уравнение на (7) в матричен вид са:

(10)
$$\frac{d}{dt} i_\mu = W_\mu i_\mu + Y_\mu \, \Delta U_2,$$

където

$$i_\mu = \begin{bmatrix} i_{\mu q} \\ i_{\mu d} \end{bmatrix}; \quad U_2 = \begin{bmatrix} u_{2q} \\ u_{2d} \end{bmatrix}; \quad W_\mu = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix}; \quad Y_\mu = \begin{bmatrix} 1/L_{\mu T} & 0 \\ 0 & 1/L_{\mu T} \end{bmatrix}.$$

След неявното интегриране на (10) се получава

(11) $$i_\mu(t+\Delta t) = J_\mu(t) + Y_{\mu T}(\Delta t).U_2(t+\Delta t),$$

където

$$J_\mu(t) = [(1 - W_\mu.\Delta t/2)^{-1}.(1 + W_\mu.\Delta t/2).i_\mu(t) + Y_{\mu T}(\Delta t).U_2(t);$$

$$Y_{\mu T}(\Delta t) = [(1 - W_\mu.\Delta t/2)^{-1}.Y_\mu.\Delta t/2).$$

Последните четири уравнения на (7) в матричен вид се записват във вида:

(12) $$G_T U_2 = i_g;$$

(13) $$i_2 = i_1 - i_g - i_\mu,$$

където

$$i_g = \begin{bmatrix} i_{gq} \\ i_{gd} \end{bmatrix}; \quad G_T = \begin{bmatrix} g_T & 0 \\ 0 & g_T \end{bmatrix}.$$

След неявното интегриране на (12) и (13) се получават изразите:

(14) $$G_T U_2(t+\Delta t) = i_g(t+\Delta t);$$

(15) $$i_2(t+\Delta t) = i_1(t+\Delta t) - i_g(t+\Delta t) - i_\mu(t+\Delta t).$$

Получените алгебризирани уравнения (9)÷(15) изразяват модела на двунамотъчния СТ в интервала на една стъпка на интегриране. Тогава математичният модел на двунамотъчния СТ, съответстващ на уравнение (7), има вида:

(16) $$\begin{aligned} i_{1T}(t+\Delta t) &= J_{1T}(t) + Y_T(\Delta t).U(t+\Delta t), \\ i_\mu(t+\Delta t) &= J_\mu(t) + Y_{\mu T}(\Delta t).U_2(t+\Delta t), \\ G_T U_2(t+\Delta t) &= i_g(t+\Delta t); \\ i_2(t+\Delta t) &= i_1(t+\Delta t) - i_g(t+\Delta t) - i_\mu(t+\Delta t). \end{aligned}$$

**Модел 2.** При изследване на електромеханични преходни процеси практически свободните съставки на токовете могат да бъдат пренебрегнати. Тогава уравнения (7) се записват във възлова форма, отговаряща на Г-образната заместваща схема. Ако се приемат означенията:

$$U_{1T} = u_{1q} + ju_{1d}; \qquad U_{2T} = u_{2q} + ju_{2d};$$

$$J_1 = I_{1T} = i_{1q} + jI_{1d}; \qquad J_2 = -I_{2T} = -(i_{2q} + jI_{2d}),$$

моделът на трансформатора в матрична форма се записва във вида:

(17) $$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} U_{1T} \\ U_{2T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix},$$

където

$$Y_{11} = Z_T^{-1}; \; Y_{12} = -Z_T^{-1}; \quad Y_{21} = Y_{12}; \quad Y_{22} = Z_T^{-1};$$

$$Y_T = g_T - j1/X_\mu; \quad X_\mu = \omega_0 L_{\mu T}; \quad X_T = \omega_0 L_T.$$

Ако се пренебрегнат загубите на празен ход $Y_T = 0$. Моделът (17) на трансформатора е еквивалентен на модела (7) при $Y_T = 0$.

Моделът (17) може да се запише като възлово уравнение

(18) $$\mathbf{Y}.\mathbf{U} = \mathbf{J}$$

Тогава алгебризираната форма, съответстваща на модела (17), се изразява с

(19) $$\mathbf{Y}(\Delta t).\mathbf{U}(t+\Delta t) = \mathbf{J}(t+\Delta t),$$

където $\mathbf{Y}(\Delta t)$ е правоъгълна матрица на собствените и взаимните проводимости; $\mathbf{U}(t+\Delta t)$ - вектор стълб на възловите напрежения в момента $(t+\Delta t)$; $\mathbf{J}(t+\Delta t)$ - вектор стълб на задаващите токове в момента $(t+\Delta t)$.

С прилагане на метода на неявното интегриране може да се направи описание на всички елементи на електроенергийната система (синхронни и асинхронни машини, електропроводи, реактори, тринамотъчни трансформатори и автотрансформатори, СТ с разделени намотки). Получените модели, записани на една и съща база, могат да се използват за изследване на електромагнитни и електромеханични преходни процеси

**Адаптация на метода на неявното интегриране при реализация на диференциална защита на двунамотъчен трансформатор**

Независимо от прилагания тип ЦРЗ настройката на диференциално токова цифрова защита (ДТЦЗ) за трансформатор съдържа следните стъпки:

- **Етап 1** – настройка на ДТЦЗ:
  - **Стъпка 1** – определяне на максималния първичен ток $I_{k\max}$ при външно к.с. за защитавания участък ;
  - **Стъпка 2** - определяне на първичният ток на заработване на защитата $I_{зр}$, който се избира по две условия:
    - Условие за отстройка от изчислителния ток на небаланс $I_{нб\,изч}$ .

$$I_{зр} = k_c I_{нб\,изч},$$

където $k_c$ =1,3 е коефициентът на сигурност [5].

Изчислителният ток на небаланс $I_{нб\,изч}$ в ДТЦЗ се състои от съставка, обусловена от грешката на ТТ и от изменението на коефициента на трансформация $n_T$ на защитавания трансформатор при регулиране.

Съставката на небаланс на тока $I_{1нб\,изч}$, обусловена от грешката на ТТ се определя от 10% грешка на ТТ:

$$I_{1нб\,изч} = 0{,}1.k_{ед}.I_{k\max}$$

където $k_{ед}$=1 е коефициентът на еднотипност на ТТ; $I_{k\max}$ - максималният първичен ток при външно к.с.

Съставката $I_{2нб\,изч}$ обусловена от изменението на коефициента на трансформация за двунамотъчни трансформатори се определя с

$$I_{2нб\,изч} = \Delta n_T.I_{k\max},$$

където $\Delta n_T$ е половината от реалния диапазон на регулиране в части от номиналното напрежение на регулируемата страна.

- по условието на отстройка от тока на намагнитване при включване на трансформатора под напрежение

$$I_{зр} = k_H I_{HT},$$

където $I_{HT}$ е номиналният ток на защитавания трансформатор; $k_H = 1{,}3 \div 1{,}5$- коефициентът на надеждност.

- **Етап 2** – следене на токовете от ДТЦЗ:
  - **Стъпка 1** – Следене на параметрите и изчисляване на техните стойности в интервала на една стъпка на интегриране. Входните физични

сигнали (токовете) за цифровите релейни защити (ЦРЗ) са непрекъсната функция във времето $u(t)$, $i(t)$. Отчитанията се вземат през равни интервали от време T, които са всъщност периодът или стъпката на дискретизацията. На входа на ЦРЗ постъпва аналоговия сигнал. Неговата дискретизация във времето и квантоването му по ниво става с аналогоцифров преобразовател (АЦП). Двата процеса на дискретицазия и квантоване са независими един от друг, но те се изпълняват в една микросхема. Изходният сигнал от АЦП е числен ред, постъпващ и обработван в сигналния процесор на релейната защита [6]. След АЦП се получават цифровите стойности за отделни моменти от време $u(nT)$ и $i(nT)$ на дискретизираните аналогови сигнали $u(T)$ и $i(T)$:

$$i(nT) = I\sin(\omega_0 nT + \varphi_i);$$

$$u(nT) = U\sin(\omega_0 nT + \varphi_u).$$

На изходите цифрови последователности се характеризират със съотношенията на векторите $I(nT)$ и $U(nT)$ и техните ортогонални активни и реактивни компоненти $U_x(nT)$, $U_y(nT)$, $I_x(nT)$ и $I_y(nT)$:

$$\dot{U}(nT) = \dot{U}.e^{(\omega_0 nT+\varphi_u)} = U.e^{j\varphi_u(nT)} = U_x(nT) + jU_y(nT);$$

$$\dot{I}(nT) = \dot{I}.e^{(\omega_0 nT+\varphi_i)} = I.e^{j\varphi_i(nT)} = I_x(nT) + jI_y(nT)\cdot$$

- **Стъпка 2** – отчитане на насищането на ТТ, предизвикано от големия ток на к.с. и голямата времеконстанта на системата, не е критично при вътрешни повреди (в защитаваната зона), тъй като изкривяването на измерваната величина се наблюдава както в диференциалния ток $I_{диф}$, така и в спирачния ток $I_{сп}$. При външна повреда, която предизвиква протичане на големи токове, водещи до насищането на ТТ, може да се появи значителен диференциален ток, особено когато степента на насищането от двете страни се различава. Ако големината на отношението на $I_{диф}/I_{сп}$ попада в работната точка, която лежи в областта на изключване на работната характеристика, то може да доведе до заработване на ЦРЗ и подаване на сигнал за изключване. В алгоритъма трябва да се включи индикатор за настъпване на насищането. След възникване на външна повреда, токовете на повредата се увеличават значително и при това възниква голям спирачен ток. В момент на насищане на ТТ диференциалната съставка се увеличива, а спирачната съставка се намалява. В резултат на това работната точка $I_{диф}/I_{сп}$ може да се помести в областта на изключване. Индикаторът на насищането работи в продължение на първата четвърт от периода на промишлената честота след началото на повредата. При откриване на външна повреда диференциалната защита се блокира за избрано време.
- **Стъпка 3** – получаваният входен сигнал за токовете във веригата е физична величина, непрекъсната функция във времето. Този сигнал подлежи на цифрова обработка, след която се получават цифровите стойности на дискретизираните аналогови сигнали за отделни моменти от време, определени от зададената стъпка на дискретизацията.
- **Стъпка 4** – защитата реагира на изключване след сравняване на цифровите стойности на входния сигнал и зададената настройка съобразно заложения алгоритъм.

**Изводи**

Преходните режими в електрическите мрежи могат да се описват за всеки неин елемент, а също и с уравненията на възловите напрежения, ако режимните параметри се дефинират като вектори в сихронно въртяща се координатна система.

Представянето на математичните модели на елементите на електрическите мрежи, записани в (d,q) координатна система е препоръчително при анализ на преходните процеси, защото параметрите на заместващите схеми се получават непосредствено от каталожните данни, които са известни.

Прилагането на метода на неявното интегриране за решаване на уравненията, с които се описват преходните процеси в елементите на електрическата мрежа, води до алгебризирани форми от вида на възловите потенциали за една стъпка на интегриране.

Прилагането на метода на неявното интегриране позволява системата диференциални уравнения да се замени с алгебризирани уравнения, с което се опростяват изчислителните алгоритми за определяне на режимните параметри (напрежения и токове) на преходните процеси, които са входни величини за ЦРЗ. С това се подобрява бързодействието при функционирането на ЦРЗ.

При изследване на преходните процеси се препоръчва първия модел, защото за правилното функциониране на ЦРЗ свободните съставки на токовете не могат да бъдат пренебрегнати.

В алгоритъма на диференциалната цифрова защита на трансформатора трябва да се включи индикатор за настъпване на насищането, с което се постига по-голяма точност на функционирането.

**Литература**:

1. Нотов П.П., И. Хуре. Структурни модели за изследване на електромеханични преходни процеси в електроенергийната система. Енергетика, № 7, 1992.
2. Хуре И. Структурни модели за изследване на електромеханични преходни процеси в системата за собствени нужди на термичните електрически централи. Дисертация, ТУ-София, 1992.
3. Холл Д.У. Современные методы решения обикновенных дифференциальных уравнений. М., Мир, 1979.
4. Хеминг Р.У. Числени методи за научни работници и инженери, С.Техника, 1974.
5. Неделчев Н.А. Ръководство за лабораторни упражнения по релейна защита и автоматизация. Част първа, С., Изд.ТУ-София, 2009..
6. Неделчев Н.А. Цифрови релейни защити и автоматизация в интелигентни електрически мрежи, С., Изд.ТУ-София, 2012

*Научните изследвания, резултатите от които са представени в настоящата публикация, са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ-София-2015 г. по Проект № 152ПД0050-16.*

Статията е рецензирана.