

## Моделирание движението и топлообмена при газообразни замърсители на околната среда

К.Николов, Р.Величкова, Х.Лиен, И Антонов

*При задаване на определени физически предпоставки са изведени основни уравнения за движение на газообразни замърсители, разпространяващи се в околната среда.*

*Възникващото течение се разглежда като двуфазно, турбулентно и неизотермично. Прилага се двуфлуидна схема на течението, при което всяка една от фазите притежава собствена скорост, плътност и температура.*

*Ключови думи: турбулентни течения, околна среда, числено решение*

## Modeling of movement and heat exchange at gaseous harmful in environment

K.Nikolov, R. Velichkova, H.Lien, I. Antonov

*Specifying certain physical prerequisites are derived basic equations for the motion of gaseous pollutants spreading into the environment.*

*Over rising flows is consider as a turbulent two-phase non-isothermal. It is applying two-fluid scheme of the flow, wherein each one phases having their own velocity, density and temperature.*

*Key words: turbulent flow, environment, numerical solution*

Замърсяването на въздуха в България е един от основните фактори за влошаването на здравословното състояние на нацията като цяло. С „гордост“ може да се отбележи, че поне по този показател сме на първо място в целия Европейски съюз. Тъй като в България няма пустини или действащи вулкани, които да генерират прах и газови частици във въздуха, то основният фактор е антропогенен. Казано по друг начин ние гражданите на страната работим усилено за себеотравянето си. Всичко това доказва актуалността на проблема за изследване на разпространението на замърсители и търсене възможността за управлението и отстраняването им.

**Физическа интерпретация на явлението.** Изхвърлянето на замърсители(прах, течни „капки“, аерозоли и пр.) в атмосферата(околната среда) може да се апроксимира с вертикално изтичаща неизотермична двуфазна струя. Неизотермичността следва от наличието на определена температурна разлика между течението и околната среда, което налага отчитане и на архимедовите(подемните) сили. Разбира се съществува възможност принуденото вертикално течение на замърсителите да изтича с температура близка до тази на средата. За общото решение обаче ще се приеме неизотермичен характер на течението.

Несъмнено струята, носеща замърсители ще бъде двуфазна или трифазна. Разглежда се въздушно(газово) течение, което съдържа прахови частици, аерозоли, течни капки или комбинация от тях.

Като вариант, но не като частен случай течението може да се разпространява не само като вертикално, а и под някакъв ъгъл ( $\alpha = 0 \div 90$ ). В този случай е необходимо да се отчита силата от собствено тегло на частицата. Това налага да се отчете големината на частицата или капката, респ. нейното тегло. Трябва да се прецени [1] какво е отношението на тази сила в сравнение с аеродинамичната съпротивителна сила и инерционните сили и дали те дават съществено отражение на движението.

Неизотермичният характер на вертикално разпространяващо се течение, налага познаване на подемната(архимедова) сила, която се пресмята по израза:

$$dF_A = - \left[ \int (\rho - \rho_{ok}) g df \right] dx \quad (1)$$

Инерционната сила се определя от началната скорост на изтичане на струята  $u_0$ . Изтичането може да бъде принудено (под определено начално налягане в обекта, от който изтича) или следствие на конвекция (разлика в плътностите в началното сечение). При пожари които генерират освен газове и твърди частици и аерозоли скоростта се определя по [8]:

$$W_0 = 1,9Q^{1/5} \quad (2)$$

Двуфазният модел на течението: При двуфазни турбулентни течения успешно се прилага т.нар. „двуфлуиден модел“ на течението [1],[2]. Съласно този модел всяка фаза се разглежда като отделна флуидна среда със съответни скорости, температури и плътности. Двете флуидни страни се разпространяват в едно и също пространство и се описват с една и съща система диференциални уравнения. Връзката между двете системи са силите на междуфазово взаимодействие. Така възприетият модел на взаимно проникващи фази, като този феномен, за първи път е описан от руския учен Ландау през 1941г.

При описанието на течението са налагат следните ограничения:

- времето за релаксация след удари между частиците е по-малко от това между два последователни удари помежду им.

- в системата за движение на фазата на примесите се приема, че ѝ липсва тензор на вътрешните напрежения и не може да се приложи за нея уравнението за състоянието.

Връзката между двете системи уравнения за движение на фазите са силите на междуфазово взаимодействие. Те се записват със знак „-“ в уравненията за носещата(газовата) среда, и с „+“ в тези за фазата на примесите. Това означава, че със своето количество на движение носещата среда генерира движение на примесите.

В уравненията се въвежат следните означения: с долен индекс „g“ се означават параметрите на носещата среда, а с „p“ на фазата на примесите.

**Математически модел на течението.** Системата уравнения за движение на двете фази са следните:

$$\frac{\partial}{\partial x} [y^j U_g \rho_g] + \frac{\partial}{\partial y} [y^j V_g \rho_g] = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [y^j U_p \rho_p] + \frac{\partial}{\partial y} [y^j V_p \rho_p] = 0 \quad (4)$$

$$[y^j U_p] \frac{\partial \chi}{\partial x} + [y^j V_p] \frac{\partial \chi}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} [y^j \chi V'] - \chi V_p' \quad (5)$$

$$[y^j \rho_g U_g] \frac{\partial U_g}{\partial x} + [y^j \rho_g V_g] \frac{\partial U_g}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} [y^j \rho_g \overline{U_g V_g'}] - F_x y^j - (\rho_2 - \rho_g) \pi g y^{2j} \quad (6)$$

$$[y^j \rho_p U_p] \frac{\partial U_p}{\partial x} + [y^j (\rho_p V_p + \overline{\rho_p V_p'})] \frac{\partial U_p}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} [y^j \rho_p \overline{U_p V_p'}] + F_x y^j \quad (7)$$

$$[y^j \rho_g U_g] \frac{\partial h_g}{\partial x} + [y^j \rho_g V_g] \frac{\partial h_g}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} [y^j \rho_g \overline{h_g V_g'}] - \quad (8)$$

$$- [y^j \rho_g \overline{h_g V_g'}] \frac{\partial U_g}{\partial y} - Q y^j + F_x y^j (U_g - U_p) + F_y y^j (V_g - V_p) - \sum_{i=1}^3 \overline{F_i V_{pi}'} \quad (8)$$

$$[y^j \rho_p U_p] \frac{\partial h_p}{\partial x} + [y^j (\rho_p V_p + \overline{\rho_p V_p'})] \frac{\partial h_p}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} [y^j \rho_p \overline{h_p V_p'}] + Q y^j \quad (9)$$

$$p = \chi RT_g \quad \dots\dots(10)$$

Уравн. 3 и 4 представляват съответно уравнението за непрекъснатост за фазата на примесите и газовата фаза. Уравн. 5 е уравнение за промяна на плътността. Уравн. 6 и 7 представляват уравнения за количество за движение на газовата фаза и фазата на примесите, където е отчетено влиянието на подемната сила. Уравн. 8 и 9 са съответно уравненията за запазване на енергията за газовата фаза и фазата на примесите и уравн. 10 представлява уравнението на Клапейрон за състоянието на газа. В уравнения 3÷10 имаме следните означения:

$U_g, U_p$  - скорост по ос x съответно на газовата и фазата на примесите,  $V_g, V_p$  - скорост по ос y съответно на газова и фазата на примесите;  $T_g, T_p$  - температура на газовата фаза и фазата на примесите;  $h_g, h_p$  - енталпия на газовата фаза и фазата на примесите;  $\rho_g, \rho_p$  - плътност на газовата фаза и фазата на примесите;  $\chi$  - масова концентрация на частиците примеси  $\rho_2$  - плътност на околната среда;  $F_x, F_y$  - сили съответно по ос x и y; Q - пренос на топлина между фазите

Основните сили на междуфазово взаимодействие съгласно [1] са:

➤ Съпротивителната сила

$$\vec{f}_A = 0.5 C_{RS} \rho_g g |\vec{V}_g - \vec{V}_p| \times (\vec{V}_g - \vec{V}_p) \quad (11)$$

➤ Сила от собствено тегло

$$\vec{f}_g = \frac{2}{3} D_p \rho_p g \chi_0^{2/3} \rho_p^{-2/3} = \pm m_p g \quad (12)$$

➤ Сила на Сафман

$$f_s = k_s v \rho_g D_p (u_g - u_p) \sqrt{\frac{\partial u_g}{\partial y}} \quad (13)$$

➤ Сила от турбофореза

$$f_{TM} = -0,5 m_p \frac{\partial v^2}{\partial y} \quad (14)$$

➤ Сила от термофореза

$$\vec{f}_T = -4,5 v^2 \left( \frac{\rho_g}{T_g} \right) D_p \frac{\lambda_g}{(2\lambda_g + \lambda_p)} \nabla T_g \quad (15)$$

### Междуфазов топло и масообмен:

При двуфазни неизотермични турбулентни струи енталпията на газовата фаза и примесите се определя с изразите:

$$h_g = c_{pg} (T_g - T_2); h_p = c_{pp} T_p \quad (16)$$

където:

$c_{pg}, c_{pp}$  - специфичен топлинен капацитет, при постоянно налягане на газовата фаза и фазата на примесите

$T_g, T_p, T_2$  - температура на носещата фаза, примесите и околната среда

В най-общ вид  $c_{pg} = f(T)$  и  $c_{pp} = f(T)$  съгласно с [5][6] може да се запише

$$c_{pg} = a + bT; c_{pp} = a' + b'T;$$

където:

$a, b$  - постоянни за газовата фаза

$a', b'$  - постоянни за фазата на примесите

Съгласно [5] се приема

$$c_p = \sum_{i=0}^4 \alpha_i \tau^i, \text{ kJ / kgK} \quad (17)$$

където:

$$\tau = T / 100; a_0 = 0,989439; a_1 = 2,16025 \cdot 10^{-2}; a_2 = -1,27838 \cdot 10^{-2}; a_3 = -0,305039 \cdot 10^{-2};$$

$$a_4 = -2,073523 \cdot 10^4$$

В случая на въздух  $c_{pg} \approx 1 \text{ kJ / kgK}$

При двуфазни неизотермични турбулентни струи топлинното взаимодействие между фазите (Q) съгласно [3],[4],[7] се определя по:

$$Q = \frac{6Nu\lambda}{D_p^2} (T_g - T_p), \text{ kJ} \quad (18)$$

където:

$Nu = \frac{hL}{k}$  - число на Нуселт (безмерен коефициент на топлопредаване-характеризира зависимостта между интензивността на топлопредаването и температурното поле в граничния слой на потока)

$\lambda$  - коефициент на топлопроводност

За числото на Нуселт може да се запише:

$$Nu = 2 + C Re_p^n Pr_t^m \quad (19)$$

Където:

$Pr_t$  - турбулентно число на Прандтл. В случай

$$Re_p < 7 \cdot 10^4 \quad (Pr_t = 0,7; n = 0,55; m = 0,33; C = 0,459).$$

За коефициента на топлопроводност в общ вид се приема изразът:

$$\lambda = f(T); \lambda = \lambda_0 (1 + \beta T), \text{ W / mK} \quad (20)$$

Където:

$\lambda_0$  - коефициент на топлопроводност при 0°C

$\beta$  - постоянна характерна за всяко вещество

$T$  - температура(°C)

В случай с въздух при  $T = 20^0 \text{ C} \Rightarrow \lambda = 0,0251 \text{ W / mK}$

**Основни уравнения за числено симулиране на неизотермична двуфазна турбулентна струя**

След съответна преработка на уравн. (3÷10) се трансформира в следната удобна за по-нататъшната числена симулация на поставената задача.

За оста на симетрия ( $y = 0$ ) имаме:

$$\frac{\partial}{\partial x} [y^j U_g \rho_g] + \frac{\partial}{\partial y} [y^j V_g \rho_g] = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} [y^j U_p \rho_p] + \frac{\partial}{\partial y} [y^j V_p \rho_p] = 0 \quad (22)$$

$$(y^j \rho_g U_g) \frac{\partial U_g}{\partial x} + (y^j \rho_g V_g) \frac{\partial U_g}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( y^j \rho_g \nu_{tg} \frac{\partial U_g}{\partial y} \right) - F_x y^j - (\rho_2 - \rho_g) \pi g y^{2j} \quad (23)$$

$$\left(y^j \rho_p U_p\right) \frac{\partial U_p}{\partial x} + \left(y^j \rho_p V_p\right) \frac{\partial U_p}{\partial y} = \left(y^j \rho_g \frac{v_{tp}}{Sc_t} \frac{\partial x}{\partial y}\right) \frac{\partial U_p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(y^j \rho_p v_{tp} \frac{\partial U_p}{\partial y}\right) + F_x y^j \quad (24)$$

$$\left(y^j U_p\right) \frac{\partial \chi}{\partial x} + \left(y^j V_p\right) \frac{\partial \chi}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(y^j \frac{v_{tp}}{Sc_t} \frac{\partial \chi}{\partial y}\right) \quad (25)$$

$$\left(y^j \rho_g U_g c_{pg}\right) \frac{\partial T_g}{\partial x} + \left(y^j \rho_g V_g c_{pg}\right) \frac{\partial T_g}{\partial y} = \left(y^j \rho_g c_{pg} \frac{v_{tg}}{Pr_t} \frac{\partial T_g}{\partial y}\right) + Q_y^j + F_x y^j (U_g - U_p) \quad (26)$$

$$\left(y^j \rho_p U_p c_{pp}\right) \frac{\partial T_p}{\partial x} + \left(y^j \rho_p V_p c_{pp}\right) \frac{\partial T_p}{\partial y} = \left(y^j \rho_p c_{pp} \frac{v_{tp}}{Sc_t} \frac{\partial x}{\partial y}\right) \frac{\partial T_p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(y^j \rho_p c_{pp} \frac{v_{tp}}{Pr_t} \frac{\partial T_p}{\partial y}\right) + Q_y^j \quad (27)$$

$$p = \chi R T_g \quad (28)$$

### Методи за решение

Решението на системата уравн. 21÷28 може да се осъществи по два основни метода:

- Интегрален с трансформация на уравн. 21÷28 в система от интегрални условия, при което системата частни диференциални уравнения се преработва в обикновена
- С използване на метода на крайните разлики

И при двата метода става въпрос за числена симулация при използване на собствени програмни продукта, които са на разположение в катедра "Хидроаеродинамика и хидравлични машини".

За затваряне на системата уравнения за движение и при двата метода се използват подходящи за целта модели на турбулентност[1]

### Заклучение

В настоящата работа са дадени в удобна за по-нататъшни числени симулации основни уравнения, моделиращи движение на газове(въздушни) течения, носещи вредности и разпространяващи се в околната среда. На тяхната база ще продължи процеса за решаване на задачата, при съответен подбор на подходящи начални и гранични условия, валидни за конкретния случай.

### Литература

1. Антонов И., Приложна механика на флуидите, София 2010
2. Антонов И.С., Х.Д. Лиен .Т. Нам, Числено моделиране на двуфазни неизотермични турбулентни струи. Интегрален метод на изследване. Юбл. Научна сесия „50 години ТУ-София“11-12 октомври,1995
3. Гавин, Л.Б., А.С.Мульги, В.В. Шор, Численное и экспериментальное исследование неизотермической турбулентной струи с тяжелой примесью, ИФЖ – Т.5. 1986, стр. 735-742
4. Гавин, Л.Б., С.В. Медведев, Двупараметрическая модель двуфазной турбулентной неизотермической струи с частицами горящими в парофазном режиме, ИФЖ – 1989 стр. 62-69
5. Невенкин С.Т., Н. Начев, Термодинамични свойства на влажния въздух, София, Техника 1982г. Стр.135-160
6. Себеси Т., П. Бредшоу, Конвективны топлообмен,М.,Мир,1987
7. Шрайбер А.А., Л. Б. Гавин, В. А. Наумов, В. П. Яценко, Турбулентные течения газозвеси, Киев, Наукова Думка, 1987

Докт. Камен Николов, Технически университет – София, катедра „ХАД и ХМ“, email: [kamen.nikolaev.nikolov@gmail.com](mailto:kamen.nikolaev.nikolov@gmail.com)

Доц. д-р Росица Величкова, Технически университет – София, катедра „ХАД и ХМ“, email: [rositsavelichkova@abv.bg](mailto:rositsavelichkova@abv.bg)

Доц. Хуан Дъг Лиен , Ханойски агротехнически университет, Виетнам, email: [hdlien@hau1.edu.vn](mailto:hdlien@hau1.edu.vn)

Проф. д-р Иван Славйков Антонов – Технически университет – София, катедра „ХАД и ХМ“, e-mail: [mfantonov@abv.bg](mailto:mfantonov@abv.bg)

Статията е финансирана по договор N 152ПД055-02 на тема Моделиране разпространението на замърсители в околната среда“.