

## КИНЕМАТИЧЕН АНАЛИЗ НА СДВОЕН СЪЕДИНИТЕЛ НА ХУК

Стефан ГАРАБИТОВ<sup>1</sup> Валери ИВАНОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>катедра „Теория на механизмите и машините“, Технически университет - София, България  
e-mail: [stefang@tu-sofia.bg](mailto:stefang@tu-sofia.bg)

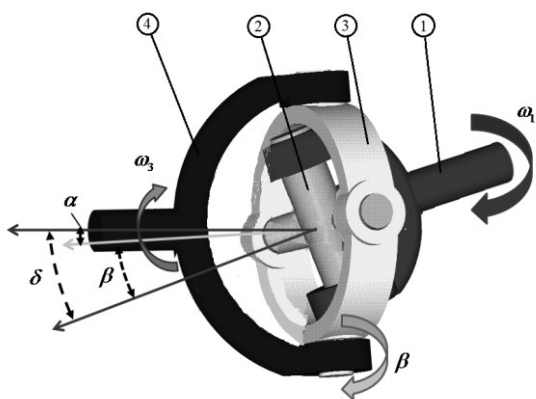
<sup>2</sup>катедра „Теория на механизмите и машините“, Технически университет - София, България  
e-mail: [valio23@yahoo.com](mailto:valio23@yahoo.com)

**Резюме:** Шарнира на Хук или известен също като Карданов съединител е компенсиращ съединител позволяващ свързването на два вала с наличие на ъглово изместване. Конструкцията е проста и надеждна, но има ред недостатъци, които са добре известни и анализирани. В статията се прави едно предложение за подобряване на качествените показатели на механизма и по специално на най големия недостатък на съединителя на Хук - неравномерността на изходящите обороти при постоянни входящи обороти и при наличие на ъглово отместване на входящия и изходящия вал. Предлаганата конструкция, на базата на два съединителя свързани последователно и удачно управление на допълнителната степен на свобода подобрява значително този показател при запазване на останалите преимущества на съединителя.

**Ключови думи:** съединител, Кардан, Хук, неравномерност

### 1. ПОСТАНОВКА НА ЗАДАЧАТА

Най големия недостатък на съединителя на Хук е неравномерността на изходящите обороти при постоянни входящи обороти при наличие на ъглово отместване на входящия и изходящия вал. Предлаганата конструкция, на базата на два съединителя свързани последователно. Тази конструкция внася една допълнителна степен на свобода в целия механизъм. Удачното управление на допълнителната степен на свобода може да подобри значително този показател. [1,2,3,4,5].



фиг.1 Общ вид на CAD модела на шарнира

### 2. ИЗГРАЖДАНЕ НА МОДЕЛ

Към водещия вал 1 е закрепено звено 2 като връзката между тях е въртяща и е

перпендикулярна на въртящата връзка на водещия вал. Звеното 3 е свързано с звеното 2 също с въртяща връзка, която е перпендикулярна на предходната но по другата ос. Звеното 3 е свързано и с изходящия вал 4 също с въртяща връзка, перпендикулярна на предходната. Образува се сферичен механизъм при който всички звена се движат по сфери, които са концентрични една спрямо друга. Образно казано това са два съединителя на Хук един след друг с общо междинно звено.

Механизмът има две степени на свобода тъй като има повтарящи се ограничения. Едната от тях се консумира от водещото движение – ротацията на водещия вал, втората е възможността за въртене на звено 3 около изходящия вал – ъгъл  $\beta$ . Промяната на положението на това звено довежда да промяна на предавателното отношение на целия механизъм. Идеята е с промяната на положението на звеното 3 да се регулира неравномерността на предавателното отношение между входящия вал и изходящия вал.

Предавателните отношения в аналитичен вид за шарнира на Хук са известни [1,2,3]. Чрез двукратно прилагане се получават предавателните отношения на въпросния механизъм. Проблем представлява единствено определянето на ъгъла на завъртане на звено 2, който е необходим за окончателното

предавателно отношение. Този ъгъл е получен чрез диференциране на израза за ъгловата скорост. Посочените формули са преработени за

да отразяват същността на разглеждания проблем. По надолу са показани само тези, който имат пряко отношение към настоящата работа.

$$tg(\varphi_3) = tg(\varphi_1) \cos(\beta) \quad (1)$$

$$\varphi_3 = Arctg(tg(\varphi_1) \cos(\beta)) \quad (2)$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\cos(\beta) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \sin(\varphi_1) \omega_1}{1 - [\sin(\beta)]^2 [\sin(\varphi_1)]^2} \quad (3)$$

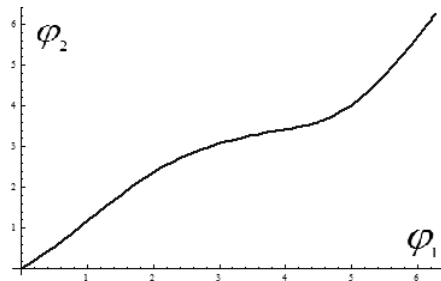
$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{\cos(\beta) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \sin(\varphi_1) \varphi_1}{1 - [\sin(\beta)]^2 [\sin(\varphi_1)]^2} \quad (4)$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_2 \cos(\alpha)}{1 - [\sin(\alpha)]^2 [\sin(\varphi_2)]^2} \quad (5)$$

$$\omega_4 = \frac{\cos(\beta - \delta) \left( \omega_1 + \frac{\cos(\beta) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \sin(\varphi_1) \omega_1}{1 - \sin^2(\beta) \sin^2(\varphi_1)} \right)}{1 - \sin^2(\beta - \delta) \sin^2 \left( \varphi_1 + \frac{\cos(\beta) \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) \sin(\varphi_1) \varphi_1}{1 - \sin^2(\beta) \sin^2(\varphi_1)} \right)} \quad (6)$$

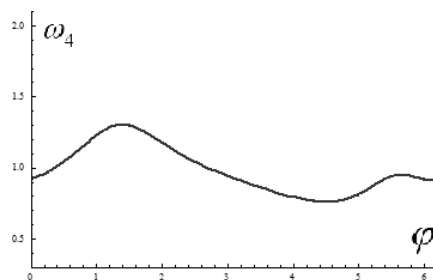
### 3. РЕЗУЛТАТИ ОТ ЧИСЛЕНОТО МОДЕЛИРАНЕ

Първата част от съединителя, която по същество е обикновен съединител на Хук, преобразува движението до вида известен от теорията. Формата на графиката на зависимостта на  $\varphi_2$  от  $\varphi_1$  при ъгъл на наклона  $\beta=30^\circ$  е показана на фиг.2, а тази на  $\omega_2$  от  $\varphi_1$  на фиг.3. Втората част на механизма, преобразува движението до това посочено на фиг.4 и формули(1,2,3,4,5).

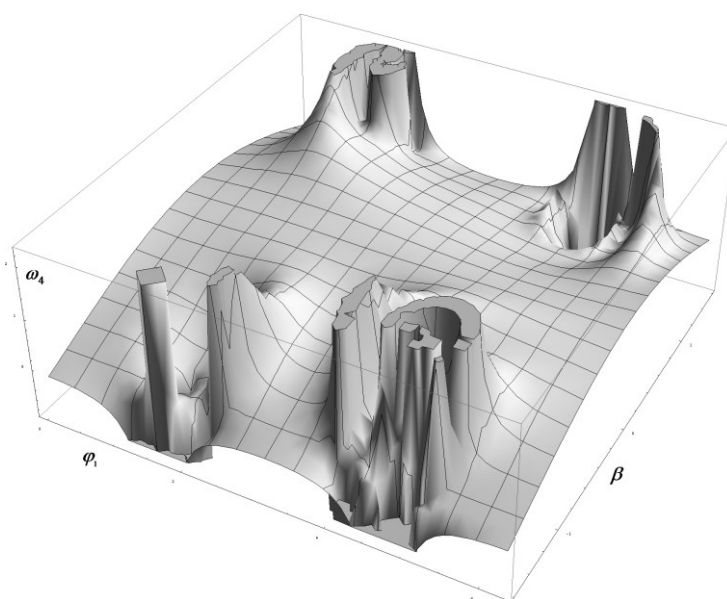




фиг.3 Зависимост на ъгловата скорост  $\omega_2$  от  $\varphi_1$



фиг.4 Зависимост на ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\varphi_1$



фиг.5 Зависимост на ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\varphi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=45^\circ$

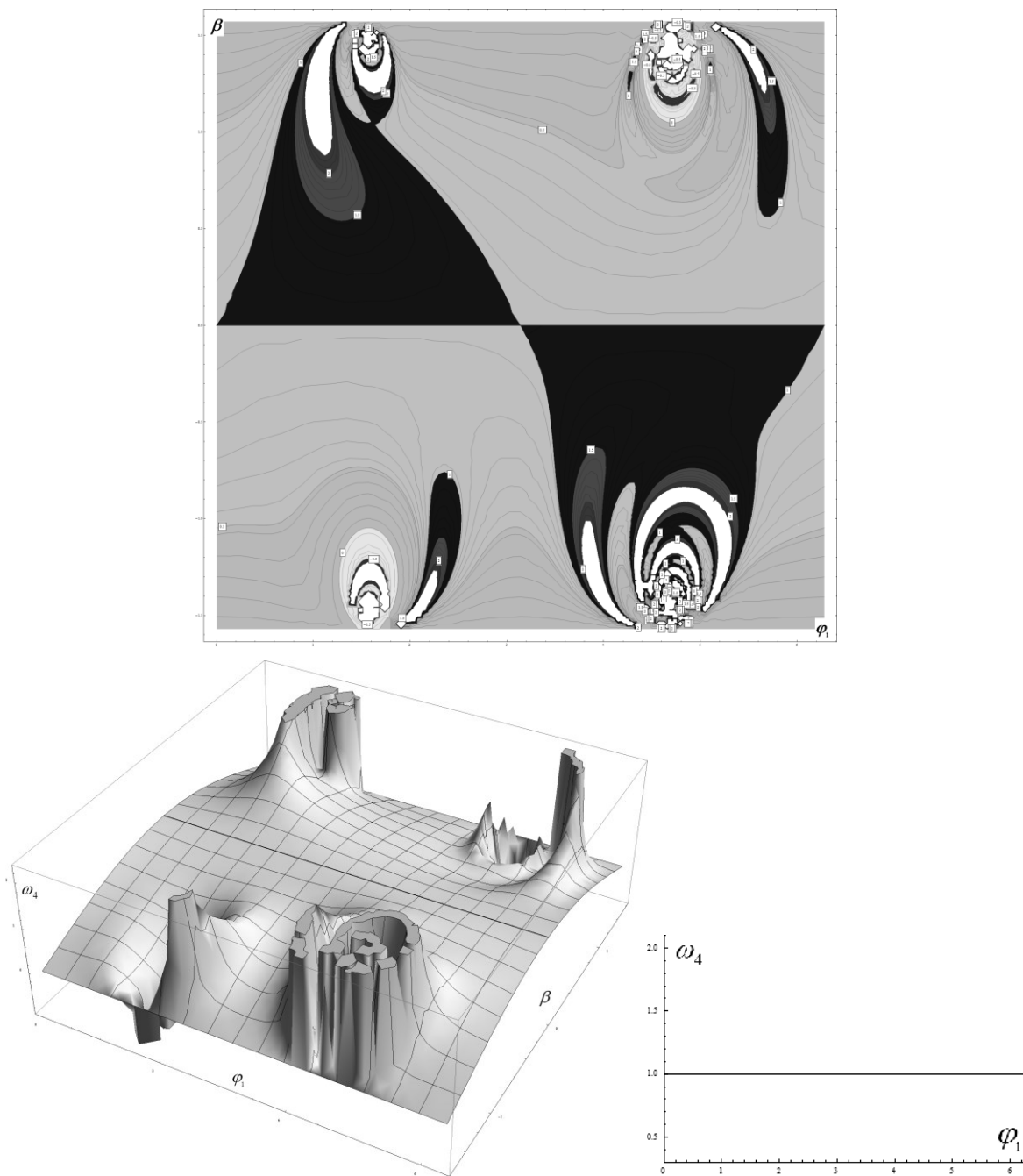
При наличието на втората степен на свобода т.е. ъгъла на завъртане  $\beta$  графиката на ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\varphi_1$  и зависимостта на  $\omega_4$  от  $\beta$  при  $\delta=45^\circ$  е показана на фиг. 5. Графиката е пространствена поради двете степени на свобода и формулата отразяваща зависимостта е (6).

При промяна на ъгъла  $\delta$  формата на зависимостта се променя, но се запазва характера на неравномерността. Интересна е графиката при стойност на  $\delta=0^\circ$ , показана на фиг. 6. При стойност на  $\beta=0^\circ$  стойността на  $\omega_4$  е константна и равна на 1. Т.е. при липса на ъглово отклонение предавателното отношение е равно на 1. Няколко случая при други стойности на  $\delta$  в плътностна 3D

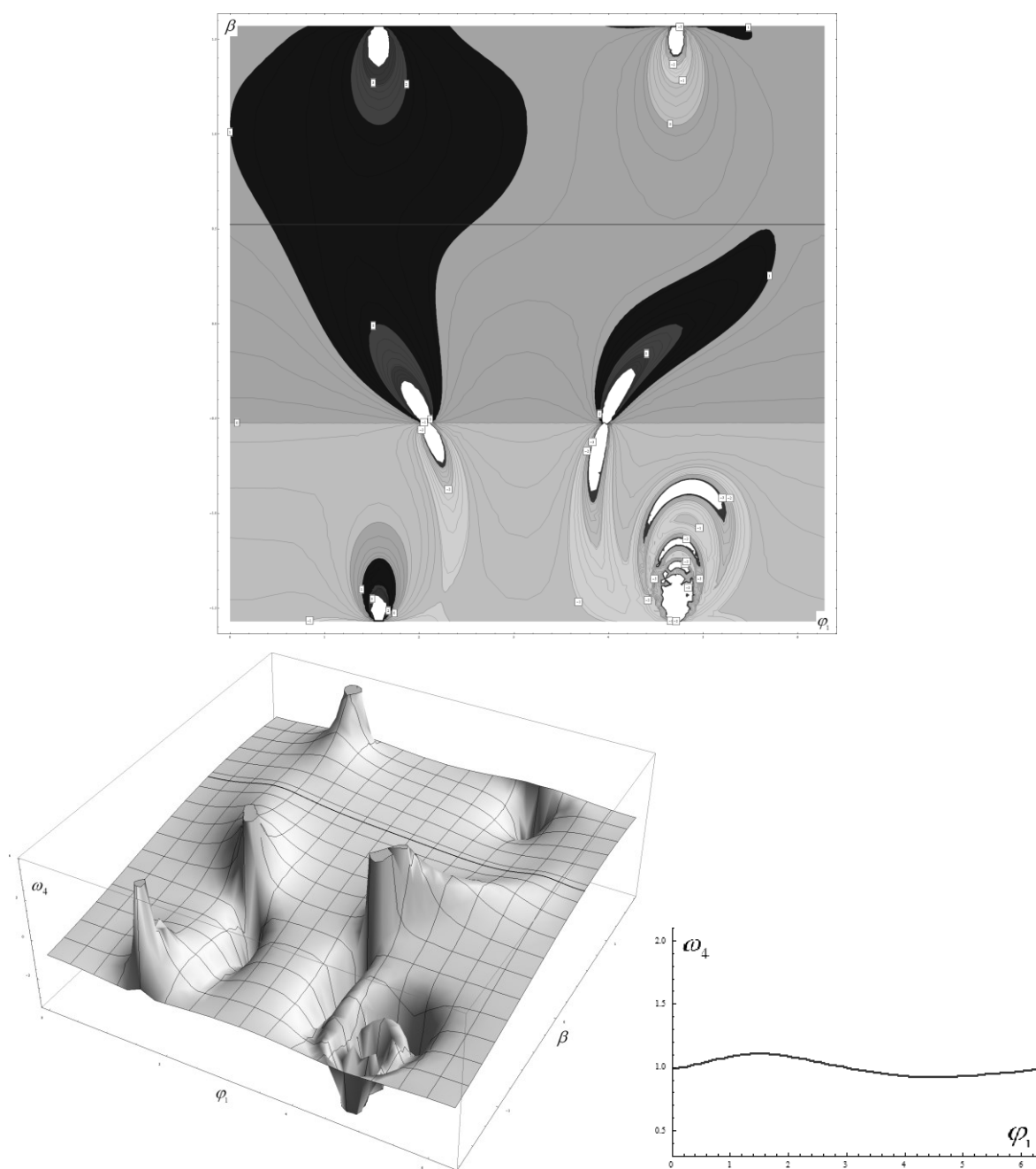
графика са показани на фиг.7, фиг. 8, фиг.9 и фиг.10.

Ако искаме чрез изменението на ъгъла  $\beta$  в процеса на движение да коригираме неравномерността на ъгловата скорост, то следва да изберем подходящ закон за изменение на ъгъла или пък подходяща стойност в рамките на случая. Трябва да се осигури движение на ъгловата скорост по траектория с най малки отклонения. Ако се гледа на 3D графиката като на планина, то пътеката трябва да бъде с най малка сумарна денивелация. При различните случаи на наклон  $\delta$  се оказва (само визуално - засега не е доказано), че при стойност на  $\beta=(\delta/2)^\circ$  неравномерността е

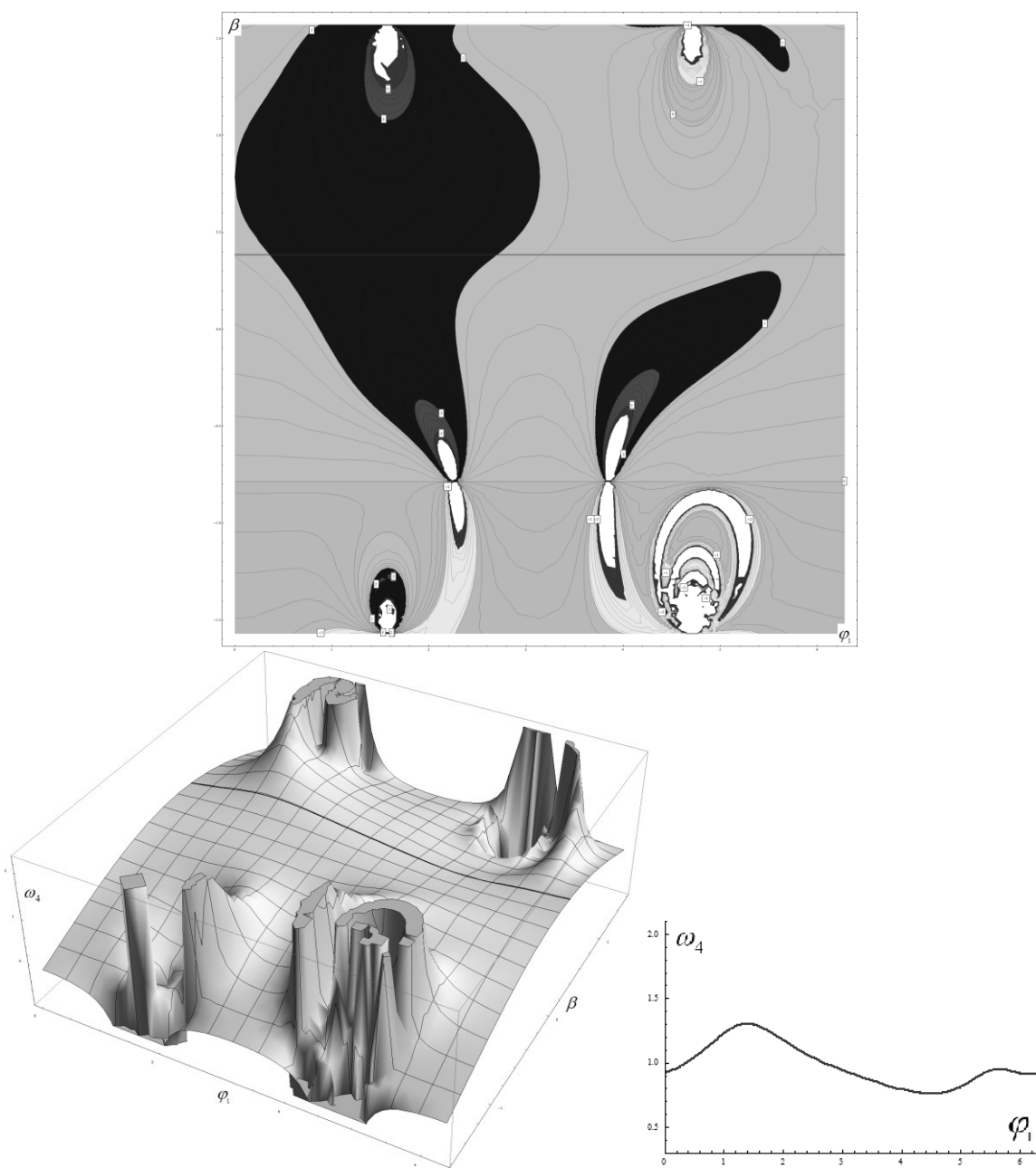
най малка. Тези предложени стойности са отразени на фигурите с по плътна линия.



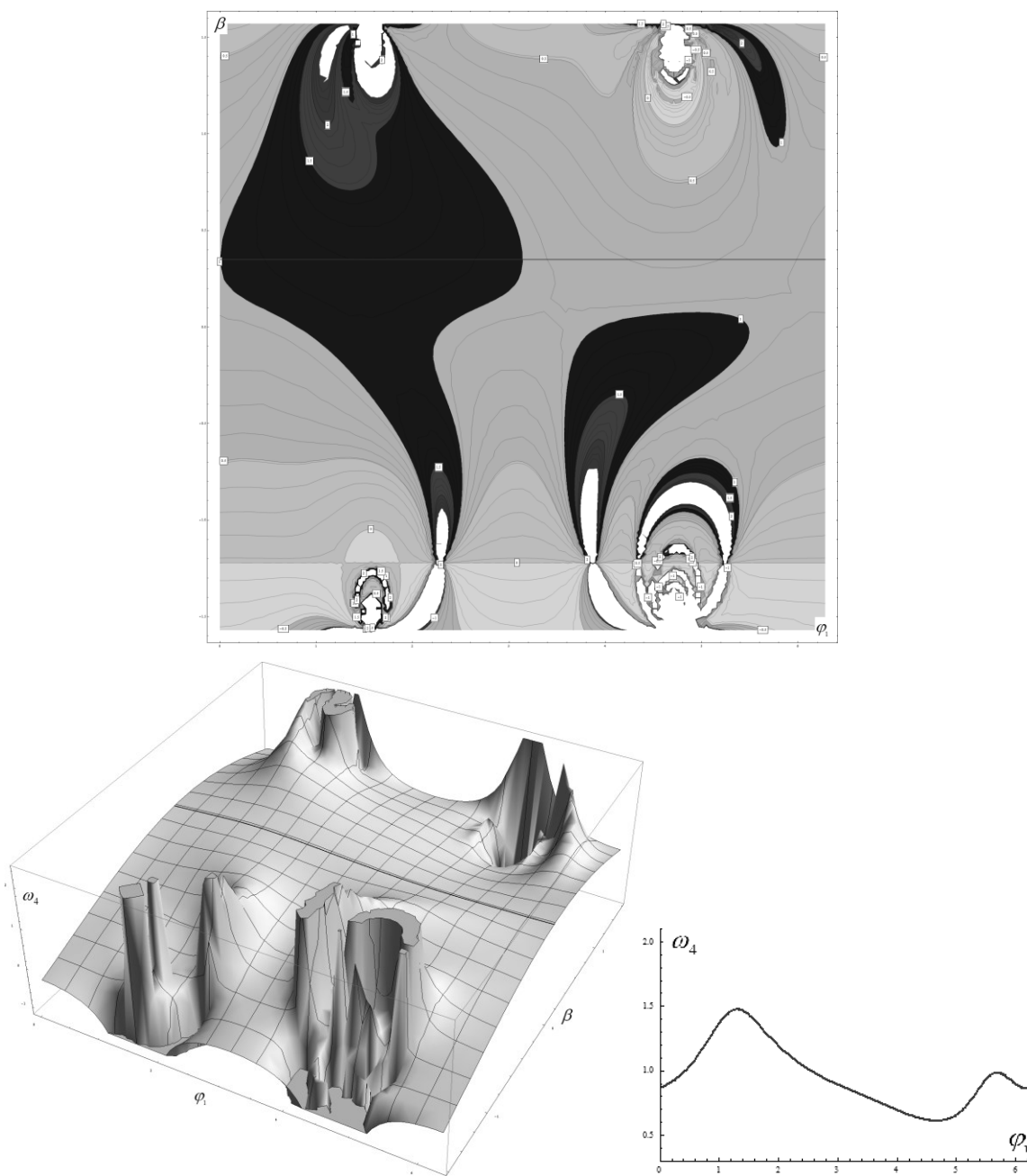
фиг.6 Ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\phi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=0^0$ . С черно е показана стойността при  $\beta=0^0$ .



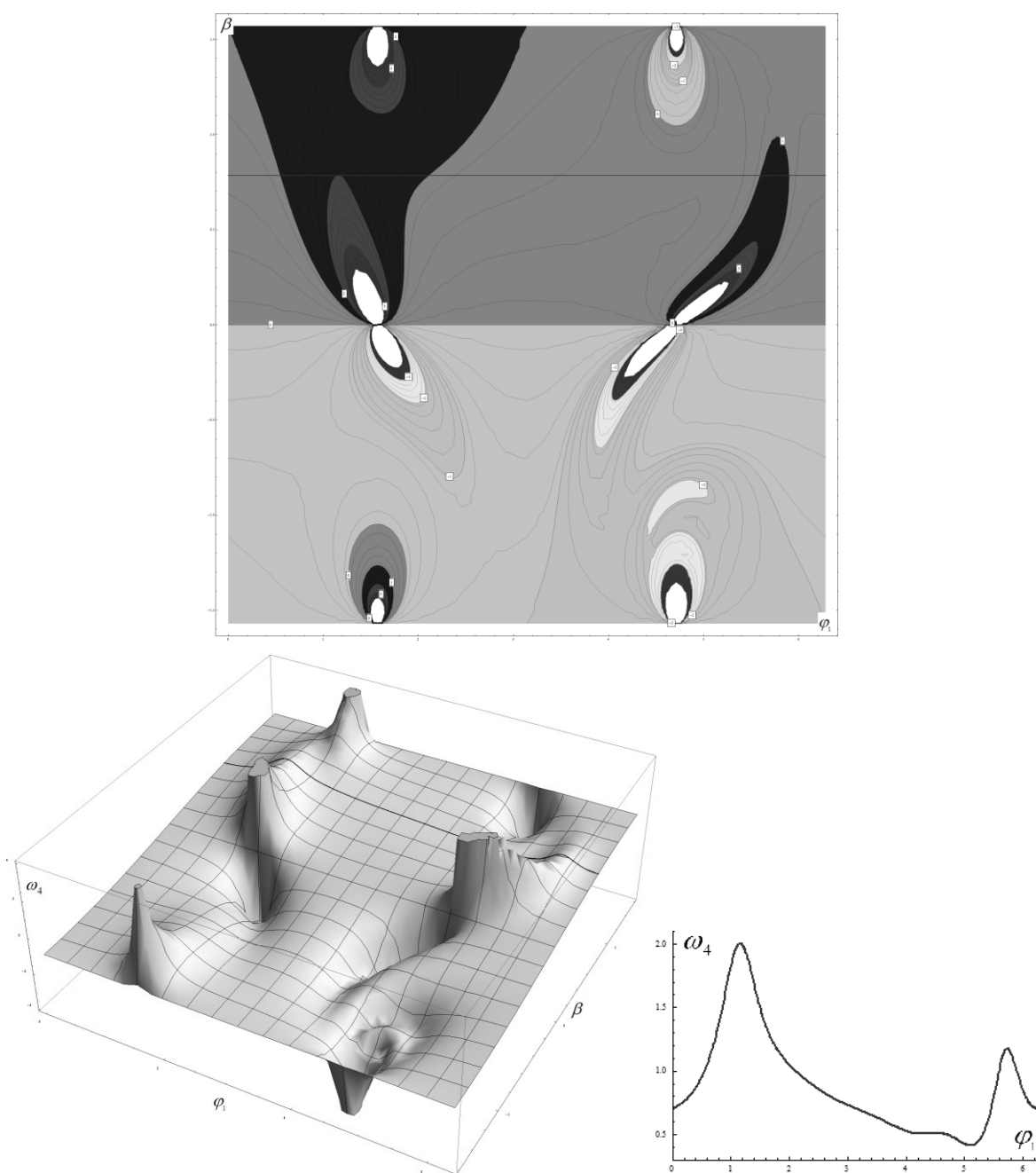
фиг.7 Ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\phi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=20^\circ$ . С черно е показана стойността при  $\beta=10^\circ$ .



фиг.8 Ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\varphi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=45^\circ$ . С черно е показана стойността при  $\beta=22^\circ$ .



фиг.9 Ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\phi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=60^\circ$ . С черно е показана стойността при  $\beta=30^\circ$ .



фиг.10 Ъгловата скорост  $\omega_4$  от  $\varphi_1$  и от  $\beta$  при  $\delta=90^\circ$ . С черно е показана стойността при  $\beta=45^\circ$ .



#### 4. АНАЛИЗ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

При анализа на резултатите ясно се вижда тенденцията на намаляване на относителната неравномерност на изходящата ъглова скорост при правилно избрана стойност на управляващата крива. При избор на фиксирана стойност в рамките на определено ъглово отклонение е ясна тенденцията при стойност на ъгъла на свободното звено  $\beta=(\delta/2)^\circ$  да се получава най малка относителна неравномерност. Това е установено с числени експерименти, но все още не е доказано аналитично. Остава проблемът с реализирането на тази крива, или този ъгъл, което е сложна задача в практически реализиран механизъм. Цялата група осигуряваща закона на изменение трябва да се върти заедно с основния механизъм. Това може да се изпълни с използването на специално конструиран сферичен механизъм.

#### Благодарности

Научните изследвания, резултатите от които са представени в настоящата публикация са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ-София – №142ПД0003-05.

#### Литература

1. I. I. Artobolevsky, Mechanisms in modern engineering design, (N. Weinstein, Trans.) Moscow: Mir Publisher, (1900).
2. H. I. F. Evernden, The propeller shaft or hooke's coupling and the Cardan joint, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Automotive Division, 2 (1) (Jan. 1948)100-110.
3. E. R. Wagner and C. E. Cooney, Universal joint and driveshaft design manual, Advances in Engineering Series, No. 7, Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA (1979).
- 4 I. S. Fischer, Internal force and torque transmission in a Cardan joint with manufacturing tolerances, Eng. Sci. D.Dissertation, Columbia University, New York (1985).
5. J. E. Shigley and C. R. Mischke, Standard handbook of machine design, McGraw-Hill, New York (1986).

## KINEMATIC ANALYSIS OF PAIRED HOOKE JOINT

Stefan GARABITOV<sup>1</sup> Valeri IVANOV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>dept. „ Theory of Mechanisms and Machines ”, Technical University - Sofia, Bulgaria

e-mail: [stefang@tu-sofia.bg](mailto:stefang@tu-sofia.bg)

<sup>2</sup>dept. „ Theory of Mechanisms and Machines ”, Technical University - Sofia, Bulgaria

e-mail: [valio23@yahoo.com](mailto:valio23@yahoo.com)

**Abstract:** The Hooke's joint or also known as Cardan coupling are associated with power transmission systems. They are commonly used when there is needs for angular deviations in the rotating shafts. The construction is simple and reliable, but it has a number disadvantages that are well known and analyzed. The article makes a proposal to improve the quality parameters of the mechanism and in particular of the biggest disadvantage of clutch Hook - variability of output angular velocity at constant input velocity. This happens in the case in an angular displacement of the input and output shaft. The proposed structure is based on a spatial mechanism, and appropriate management of the additional degree of freedom. This significantly improves the smoothness of the rotation of the output shaft while retaining the other advantages of the mechanism.

**Keywords:** Hooke, Cardan, Quality parameters

---