BulTrans-2014
Proceedings
17-19 September 2014
Sozopol

ГЕОМЕТРИЧЕН МЕТОД ЗА ОТКРИВАНЕ НА КОНФЛИКТИ ВЪВ ВЪЗДУШНОТО ДВИЖЕНИЕ

A GEOMETRICAL AIR TRAFFIC CONFLICT DETECTION METHOD

ПЛАМЕН ПЕТРОВ
Катедра "Въздушен транспорт", Технически университет-
София, България
plamenp@tu-sofia.bg

Резюме:
Анализиран е един геометричен метод за откриване на конфликти във въздушното движение. Получените формули и зависимости могат да се приложат в алгоритми и компютърни програми за автоматизация.
Abstract:
An analysis of a Geometrical Conflict Detection Method is presented. Obtained formula and dependencies may be used in algorithms and automation software tools.
Ключови думи: *въздушно движение, конфликт*
Keywords: *air traffic, conflict*

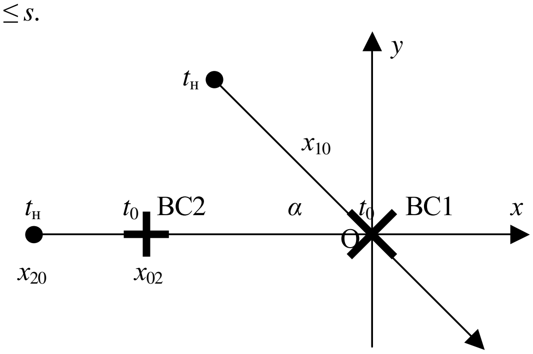
1. Задача

Основна цел на обслужването на въздушното движение (ОВД) е да не се допусне сблъсък на въздухоплавателните средства (ВС). Затова те трябва да бъдат раздалечени (сепарирани) на разстояния, които са по-големи от приети норми (безопасни минимуми). Нарушаването на тези норми се нарича *конфликт*.

Положението в пространството на две приближаващи се въздухоплавателните средства, при което разстоянието между тях е минимално, се нарича *минимално отстояние*. Разстоянието между ВС при минимално отстояние се нарича *минимално разстояние на сближение* (МРС, d).

Разглеждат се две ВС с означения ВС1 и ВС2, които летят с постоянни пътни скорости V_1 и V_2 в хоризонтална равнина по праволинейни траектории, пресичащи се в точка О под ъгъл α. В *началната позиция* в момента $t_н$, разстоянията от местоположенията на ВС до т. О са съответно x_{10} и x_{20}. Разглежда се за удобство *позиция за изчисление* в момента t_0 ($t_0 > t_н$), когато ВС1 е в т.О, а ВС2 е на разстояние x_{02} преди нея и се движи по абсцисната ос на правоъгълна координатна система с начало в т. О (фиг. 1.). В определен момент t^* двете ВС ще бъдат в положение на минимално отстояние. Времето $\tau^* = t^* - t_0$ се нарича *прогнозно време до МРС*.

Търси се минималното разстояние на сближение d между ВС и прогнозното време до МРС τ^*. Ако s е безопасния минимум за хоризонтална сепарация, конфликт ще има когато $d \le s$.



Фигура 1. Позиция за изчисление

2. Решение

Ако разглеждаме ВС1 и ВС2 като точки с координати (x_1, y_1) и (x_2, y_2) в правоъгълната координатна система xOy, то разстоянието между тях е:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (1)$$

В позицията за изчисление началните координати на ВС са:

$x_1(t_0) = 0,\ \ y_1(t_0) = 0\ ;\ \ x_2(t_0) = -x_{02},\ \ y_2(t_0) = 0$

Нека t е текущото време и $\tau = t - t_0$. Текущите координати на ВС са:

$x_1(\tau) = V_1.\tau.\cos\alpha,\ \ y_1(\tau) = -V_1.\tau.\sin\alpha\ ;$

$x_2(\tau) = -x_{02} + V_2.\tau\ ,\ \ y_2(\tau) \equiv 0.$

След заместването им в (1) за текущото разстоянието между ВС се получава:

$$l(\tau) = \sqrt{(-x_{02} + V_2\tau - V_1\tau\cos\alpha)^2 + (V_1\tau\sin\alpha)^2} \quad (2)$$

Функцията $l(\tau)$ има минимум $l_{min} = d = l(\tau^*)$, когато производната $\partial l/\partial\tau = 0$ за $\tau = \tau^*$. След диференциране на (2) по τ и приравняване на производната на нула за прогнозното време до МРС се получава:

$$\tau^* = \frac{x_{02}(V_2 - V_1\cos\alpha)}{V_2 - 2V_1V_2\cos\alpha + V_1^2} \quad (3)$$

Ако τ_1 и τ_2 са времената, за които ВС1 и ВС2 достигат от началната позиция до т. О, то:

$$\tau_1 = \frac{x_{10}}{V_1}\ ,\ \tau_2 = \frac{x_{20}}{V_2}\ ,\ \ \Delta\tau = \tau_2 - \tau_1,\ \ x_{02} = V_2.\Delta\tau \quad (4)$$

Пълното прогнозно време до МРС, отчетено от момента $t_н$, е

$$\tau_d = \tau_1 + \tau^*. \quad (5)$$

Заместването на (3) в (2) дава формулата за изчисляване на МРС:

$$d = \lambda.x_{02}\ , \quad (6)$$

в която участват константите:

$$\lambda = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{m^2 - 2m\cos\alpha + 1}} = const, \quad (7)$$

$$m = \frac{V_2}{V_1} = const\ . \quad (8)$$

Когато разглеждането е от началната позиция на ВС [4]:

$$d = \lambda.(x_{20} - m\,x_{10})\ . \quad (9)$$

3. Анализ на прогнозното време до МРС

Изразът (3) за прогнозното време до МРС може да се запише във вида:

$$\tau^* = c\frac{x_{02}}{V_1}, \qquad c = \frac{m - \cos\alpha}{m^2 - 2m\cos\alpha + 1}, \quad (10)$$

а след заместване на $x_{02} = V_2.\Delta\tau$ – в по-удобната форма:

$$\tau^* = k.\Delta\tau, \qquad k = m.c = \text{const}. \quad (11)$$

Прогнозното време до МРС е величина със знак.

Ако $\tau^* = t^* - t_0 > 0$, то $t^* > t_0$, което означава, че моментът t^* на минимално отстояние е след началния момент на разглеждането и ВС се приближават едно към друго.

Формулите (10), (11) показват, че $\tau^* > 0$, когато $c > 0$, а тогава и $k > 0$. Следователно:

3.1. Когато $k > 0$, ВС се приближават едно към друго.

Ако $\tau^* = t^* - t_0 = 0$ то $t^* = t_0$, т.е. ако прогнозното време до МРС е равно на нула, моментът на минимално отстояние съвпада с началния момент. С други думи:

3.2. Когато $k = 0$, ВС са на минимално разстояние едно от друго в позицията за изчисление и след това се раздалечават.

Ако $\tau^* = t^* - t_0 < 0$, то $t^* < t_0$, което означава, че моментът t^* на минимално отстояние е бил преди t_0.

Формула (11) показва, че $\tau^* < 0$, когато $k < 0$. Следователно:

3.3. Когато $k < 0$, ВС са били на минимално отстояние преди началния момент на разглеждането.

Знаменателят в израза за c от (10) е винаги положителен, защото

$$m^2 - 2m\cos\alpha + 1 = (m - \cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha > 0. \quad (12)$$

Следователно, $c < 0$, $k < 0$ и $\tau^* < 0$, когато числителят на c от (10) е отрицателен, т.е.

$$m < \cos\alpha < 1. \quad (13)$$

Граничният случай $m < \cos\alpha = 1$ няма практическо значение, защото означава $\alpha = 0$, $V_1 > V_2$, а това е движение на ВС точно едно след друго при нарастваща дистанция между тях.

Условието за отрицателно прогнозно време до МРС (13) е изпълнено, когато

$$V_1 > V_2 \quad \text{и} \quad \alpha < \arccos m < 90^0. \quad (14)$$

При отрицателно прогнозно време τ^* са възможни два случая.

3.3.а) Ако пълното прогнозно време до МРС τ_d е отрицателно (или нула), ВС са били на минималното отстояние преди (или в) началната позиция в момента $t_н$ и вече се раздалечават. Конфликт във времето след $t_н$ в този случай е невъзможен.

За да бъде $\tau_d = \tau_1 + \tau^* \le 0$ е необходимо $\tau^* < 0$ и $\tau_1 \le |\tau^*|$, т.е.

$$k < 0, \quad \tau_1 \le |\tau^*|. \quad (15)$$

3.3.б) Ако $\tau_1 > |\tau^*|$, $\tau_d > 0$ и ВС са на минимално отстояние след началната позиция, но преди позицията за изчисление, т.е. след момента $t_н$, но преди t_0 .

Този случай заслужава специално внимание, защото ВС рано, още преди t_0, се доближават максимално и конфликт може да настъпи скоро, след време $\tau_d = \tau_1 - \tau^*$. Условията за това са две:

$$k < 0, \qquad \tau_1 > |\tau^*|\ . \quad (16)$$

4. Къде са ВС при минимално отстояние

Анализ за настъпването на минималното отстояние може да се направи по отношение на пресечната точка на траекториите.

Да сравним времето $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, за което ВС2 достига т.О от позицията за изчисление, с прогнозното време до МРС τ^* от (10). При $V_1 > V_2$, $m < 1$ и може да се покаже, че $c < 1$, при какъвто и да е ъгъл α. Тогава от (4) и (10):

$$\Delta\tau = \frac{x_{02}}{V_2} > \frac{x_{02}}{V_1} > c\frac{x_{02}}{V_1} = \tau^*, \text{ т.е. } \Delta\tau > \tau^*. \quad (17)$$

Неравенството $\Delta\tau > \tau^*$ означава, че минималното отстояние настъпва преди ВС2 да е достигнало т.О.

Неравенствата (17) и (14) могат да се изкажат както следва.

4.1. Когато пътната скорост на ВС1 е по-голяма от тази на ВС2 ($V_1 > V_2$):

а) минималното отстояние настъпва преди ВС2 да е достигнало пресечната точка на траекториите, какъвто и да е ъгълът α ;

б) при съпосочни полети, когато $\alpha < \arccos m < 90^0$, минималното отстояние може да настъпи преди и двете ВС да са достигнали пресечната точка на траекториите.

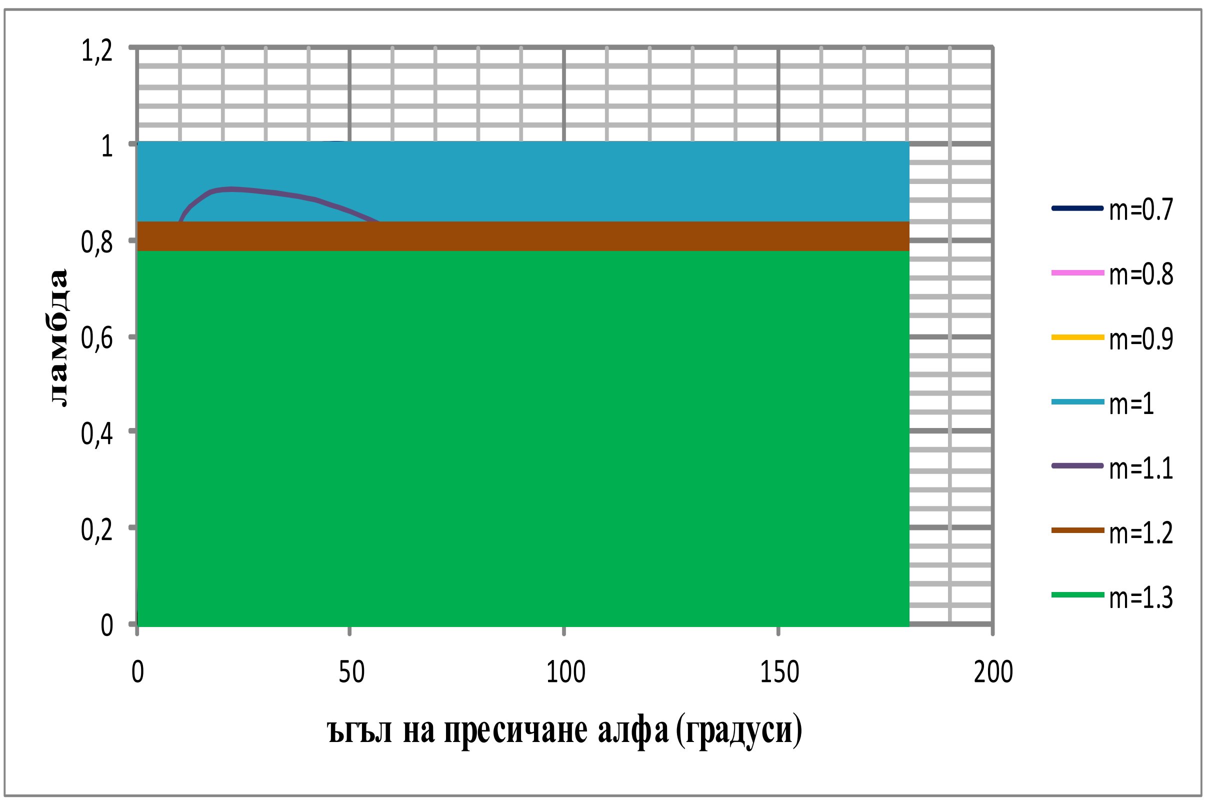
Когато $V_1 < V_2$, $m > 1$. Тъй като винаги $\cos\alpha \leq 1$, с отчитане на (10) следва, че $c > 0$, $k > 0$ и $\tau^* > 0$.

4.2. Когато пътната скорост на ВС1 е по-малка от тази на ВС2 ($V_1 < V_2$), при каквито и да са ъгли на пресичане на траекториите в положението на минимално отстояние ВС1 (или и двете ВС) е (са) след пресечната точка на траекториите.

5. Анализ на числото λ

От константата λ зависи съществено МРС d, съгласно (6) или (9). Ето защо е важно да се знае как числото λ се променя при различно съотношение на скоростите на ВС (т.е. при различно m) и различна геометрия на срещата (ъгъл α).

Ъгълът на пресичане на траекториите е по-малкият ъгъл между векторите на пътните скорости на ВС и има стойности от 0^0 до 180^0 ($0^0 \leq \alpha \leq 180^0$). В този интервал $\sin\alpha \geq 0$, т.е. числителят в (7) е неотрицателен, а знаменателят е положителен поради (12). Следователно λ е винаги неотрицателно число.



Фигура 1. Зависимост на λ от m и α

Да изследваме зависимостта на λ от m и α. Диференцирането на (7) по m дава:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial m} = -\frac{\sin\alpha(m-\cos\alpha)}{(m^2-2m\cos\alpha+1)^{\frac{3}{2}}}$$

Числото λ е най-голямо, когато $\frac{\partial\lambda}{\partial m} = 0$, т.е

$$m = \cos\alpha, \quad \alpha = \arccos m, \quad m \le 1 \qquad (18)$$

След заместване на (18) в (7) за максималната стойност на λ се получава:

$$\lambda_{max} = 1, \text{ когато } m \le 1. \qquad (19)$$

При $m = 1$ ($V_1 = V_2$), $\lambda = \cos\frac{\alpha}{2}$ и максимумът $\lambda_{max} = 1$ е при $\alpha = 0$.

Може да се покаже, че

$$\lambda < 1 \quad \text{при} \quad m > 1. \qquad (20)$$

В този случай λ има максимум при $\alpha = \text{arccotg}\, m$.

От (19) и (20) може да се направи следният извод.

4.1. Числото λ е неотрицателно и никога не надвишава единица:

$$0 \le \lambda \le 1. \qquad (21)$$

Зависимостта на λ от α и m е показана на Фигура 1.

5. Автоматично откриване на конфликти

Координатите на ВС се измерват непрекъснато от обзорната подсистема на системата за ОВД. От измерените данни със средствата на оценяването и филтрацията могат да се оценят пътните скорости на ВС V_1 и V_2, ъгълът на пресичане на траекториите α и др. С получената информация се изчисляват текущите разстояния l между всяка двойка ВС в зоната на отговорност по формула (1), МРС по формула (9) и прогнозното време до МРС.

По-лесно се открива автоматично вече настъпил (реален) конфликт. Ако l е текущото разстояния между ВС1 и ВС2, s е безопасният минимум за хоризонтална сепарация, то решаващото правило на автоматичния откривател е:

ако $l \le s$ алармирай за настъпил конфликт.

По-сложно е автоматичното прогнозиране на (потенциални) конфликти. След като е изчислено МРС d, логично е то да се сравнява с нормата за сепарация s. Предсказването на конфликт се основава на прогнозирането на траекториите на ВС. Задачата се усложнява от неточни текущи измервания на параметрите на движението, неточно пилотиране и навигация, маневри по инициатива на пилота или РП, непредвидени промени на скоростта и посоката на вятъра и т.н. В резултат на всичко това, предсказването на конфликта става все по-несигурно с нарастване на прогнозното време. Тази несигурност се намалява чрез въвеждане на един безопасен буфер, наречен *праг на сработване* $S \ne s$ на автоматичния откривател. Той може да зависи от прогнозното време τ до МРС, т.е. $S = S(\tau)$. Правилото за взимане на решение при автоматично прогнозиране на конфликти е:

ако $d \le S$ алармирай за предстоящ конфликт.

Прагът на сработване $S(\tau)$ се избира експериментално.

Когато се използват вероятностни модели на грешките при прогнозиране на траекториите на ВС може да се изчисли вероятността $p_к$ МРС да бъде по-малко от нормата за сепарация [1]. Ако P е избрана прагова стойност, решаващото правило е:

ако $p_к \ge P$ алармирай за предстоящ конфликт.

Чрез теоретично определяне на праговата стойност P може да се постигне желан компромис между взаимно противоречивите основни показатели на качеството на автоматичния откривател на конфликти: вероятност за правилно откриване и честота на лъжлива тревога [2].

Заедно с алармено съобщение на РП се предоставят местоположението на конфликта, позивните на ВС, за които се отнася и прогнозно време до МРС.

5. Заключение

В настоящата работа е изследван един геометричен метод за откриване на конфликти във въздушното движение. Получените формули и извършеният анализ могат да се използват за съставяне на алгоритми както за автоматични откриватели на конфликти във въздушното движение, така и за решаване без автоматизация на тази основна задача на РП.

6. Литература

[1] Петров П. Г., Автоматизация на управлението на въздушното движение, част втора, ТУ-София, 2004.

[2] Петров П. Г. и др. Показатели на качеството при автоматизирано откриване и решаване на конфликти, Trans&MOTAUTO-2008, Созопол.

[3] Унгурян С. Г., и др., Анализ и моделирование систем управления воздушным движением, Транспорт, Москва, 1980.

[4] Irvine R., A Geometrical Approach to Conflict Probability Estimation, Air Traffic Control Quarterly, Vol. 10 (2), 2002.