АЛГОРИТЪМ ЗА ПРЕСМЯТАНЕ ПЛАВНОСТТА НА ДВИЖЕНИЕ ЗА ДВУ, ТРИ И МНОГООСНИ ЕДНОЗВЕННИ ТРАНСПОРТНИ СРЕДСТВА С ОТЧИТАНЕ СХЕМАТИЗАЦИЯТА НА МНОГОМАСОВИТЕ ДИНАМИЧНИ МОДЕЛИ ЧАСТ II

Красимир НЕДЕЛЧЕВ
Krasined@tu-sofia.bg

Лило КУНЧЕВ
Lkunchev@tu-sofia.bg

катедра "ДАТТ", Технически университет – София, 1000, БЪЛГАРИЯ
катедра "ДАТТ", Технически университет – София, 1000, БЪЛГАРИЯ

Статията разглежда възможността за автоматизирано определяне на членовете на инерционната, еластичната и матрицата на нелинейните съпротивления (M,C и B) за динамични системи, чието движение се описва със система матрични уравнения от вида $M\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = F(t)$.

Ключови думи: динамика, транспортно средство, плавност на движение, моделиране

1.Увод

Настоящата работа е естествено продължение на работата [Кунчев и др.2003, Кунчев и др.2005]. Тук на основата на анализите направени в [Кунчев и др.2003, Кунчев и др.2005] се търсят аналитични зависимости, чрез които да бъдат определени членовете на матриците *M, B* и *C* на матричното уравнение:

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = F(t)\,. \tag{1}$$

Алгоритъма се изпълнява в две основни стъпки. В **първата** стъпка от процеса на машинно определяне на членовете на споменатите матрици е въвеждането на входните данни на динамичната система представена в [Кунчев и др.2005]. **Втора** стъпка е организирането на елементите на матриците *M, B* и *C* по стойност и разположение. От направените на фигурата в [Кунчев и др.2005] обозначения, и в последвалите анализи се вижда, че входните данните могат да се представят като:

- структурни – определящи броя на мостовете (броя на опорите), броя на надподресорените маси (подресорената маса е винаги една);
- геометрични – определящи положението на еластичните опори и масовите центрове (опорите на демпфиращите елементи съвпадат с тези на еластичните елементи);
- масови – определящи масите и инерционните моменти на участващите в системата неподресорени, подресорени и надподресорени маси;
- еластични – определящи коефициентите на еластичност на еластичните връзки между масите;
- демпфиращи – определящи нелинейните съпротивления (връзки) между масите.

Създаването на алгоритъм за генериране на елементите на матриците *M, B* и *C* изисква организирането на входните данни на механичната система по строго определен начин съобразен със съответния алгоритъм.

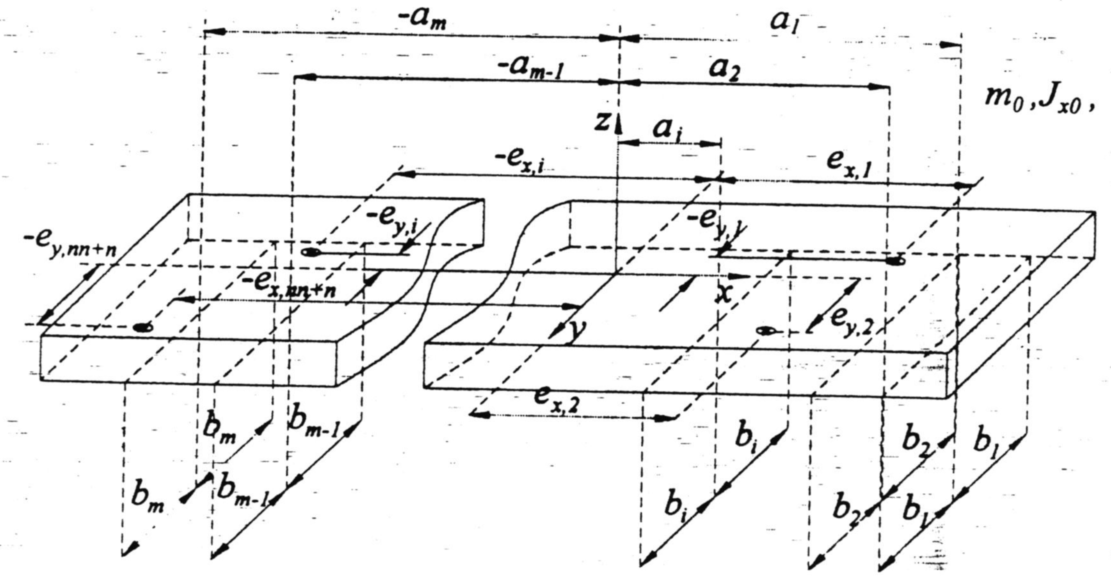
Разположението на елементите във входните матриците определя еднозначно всеки един от тях чрез номерата им. След получаване на необходимата информация за конкретните стойности може да се осъществи автоматично попълване на клетките на елементи на подматриците. В последния етап от процедурата се извършва пренареждане на елементите от подматриците $[m_{i,j}]$,$[c_{i,j}]$.и $[b_{i,j}]$ като елементи от матриците M,C и B. Това дава възможност по-нататък към системата (1) да се приложат стандартните методи за получаване на нейните параметри.

На база на [Кунчев и др. 2005] могат да се определят зависимости, които позволяват да се автоматизира процесът на създаване и запълване на елементите на инерционната, демпфиращата и еластичната матрица на механичната система.

Структурните параметри дават възможност за определяне на размера на матриците M, B и C.

В най – общия случай размера е:

(2) $(pp.nn+n+p+pq.2.q)$.



Фиг.1. Схема за определяне знаците на координатите на различните елементи.

За тази цел предварително входните параметри се разделят на няколко групи. Те се оформят във вид на матрици с определена структура, което позволява да се осъществи връзката между геометричните параметри с останалите (коефициентите на еластичност и демпфиране).

2. Организиране въвеждането на входните данни.

2.1 Организиране въвеждането на структурните параметри.

Предварително като входни данни на системата е необходимо да се зададат:

- брой мостове "q", от които се определя броя на неподресорените маси - $2.q$;
- брой надподресорени маси "$nn+n$", където nn е брой на четириопорните маси, а n е брой на едноопорнте маси;
- брой подресорени маси за разглежданият вид механични системи винаги "1";
- степени на свобода на подресорените маси "p", може да има стойности 2 или 3;
- степени на свобода на надподресорените маси "pp", има винаги стойност $p=1$ зедно опорните маси и 2 или три за четири опорните;
- степени на свобода на неподресорените маси "pq", в конкретния случаи транспортното средство се представя с независимо окачване, което определя $pq=1$;

Пример: Апроксимираната механичната система за лека кола с двигател, два моста (четири колела) и четири пътника има следните структурни параметри: $pp=3$ са степените на свобода четириопорните маси в случая на двигателят, т.е. $nn=1$; $n=4$ е броя на надподресорените едноопрни маси в случая пътниците; $p=3$ са степените на свобода на подресорената маса за тримерен модел; $q=2$ е броя на мостовете. Размерът на всяка една от матриците M, B и C за тази система ще е 14x14 ($3.1+4+3+2.2=14$).

2.2 Организиране въвеждането на геометричните параметри.

За създаване на еднозначност при определяне и въвеждане на геометричните параметри се използва фиг.1.

При въвеждането на входните геометрични параметри те се записват със знака си в зависимост от разположението на опората спрямо координатната система (масовия център) в която се определят. Разстоянията a_i до мостовете на транспортното средство които се намират от дясната страна на оста Z (Z_i) са с положителен знак, а тези от лявата с отрицателен. Същото важи и за e_{xi} разстоянията определящи разположението на масовите центрове на надподресорените маси по ос X. Разстоянията e_{yi} които са отдясно на оста Z са с положителен знак, а тези от лявата с отрицателен, като се застане с лице по посока на движението на транспортното средство. Направлението на оста X определя посоката на движение напред.

Изключение е само размерът b който винаги се взема с положителен знак. Това е резултат от симетрия на опорите на отделните маси от системата спрямо надлъжните им вертикални равнини.

Разположението на опорите на многоопорните надподресорени маси спрямо масовия им център към които са свързани се дава с входните матрици ***an*** и ***bn***. В матрицата ***an*** на всеки ред се въвеждат елементите свързани към една надподресорената маса с индекс равен на индекса на масата. Индексът за колона в матрицата определя до кои еластичен елемент е разстоянието по оста O_ix_i от локалната координатна система на масата определяща първия индекс на елементите (елементът от първата колона, определя разстоянието до еластичния елемент, които се намира най-вдясно от началото на координатната система по оста O_ix_i, а всеки следващ по-наляво от него $a_{11}>a_{12}>a_{13}>...>a_{1i}$, а последният най-вдясно от масовия център O_i гледано отстрани).

Разположението на опорите на подресорената маса спрямо началото на координатната система, която е поставена в масовия и център се дава с входните матрици ***ar*** и ***br***. Индексът на елемента от векторните матрици се определя от поредният номер на моста, чието разположение те определят. Моста с индекс *"1"* се намира най – вдясно спрямо масовия център на подресорената маса, а всеки следващ по наляво то него. Последният мост с индекс q се намира най – вляво от масовия център на подресорената маса.

При входните матрици *Ex* и *Ey* първо се въвеждат разстоянията, определящи разположението на масовите центрове на четири (много) опорните след което на едно опорните маси. В матрицата вектор индекса на елемента отговаря на индекса на масата, на която се определя местоположението на масовия център спрямо координатната система *Oxyz* от подресорената маса.

Матриците на разположението на еластичните връзки имат вида:

$$ar = \lfloor a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_i \quad \cdots \quad a_q \rfloor,$$
$$br = \lfloor b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad \cdots \quad b_i \quad \cdots \quad b_q \rfloor,$$

$$an = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3,j} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ a_{i,1} & a_{i,2} & a_{i,3} & \cdots & a_{i,j} & a_{i,nc} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ a_{nn,1} & a_{nn,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$bn = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & \cdots & b_{3,j} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \cdots & 0 \\ b_{i,1} & b_{i,2} & b_{i,3} & \cdots & b_{i,j} & b_{i,nc} \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ b_{nn,1} & b_{nn,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Ex = \lfloor e_{x1} \quad e_{x2} \quad e_{x3} \quad \cdots \quad e_{xi} \quad \cdots \quad e_{x(n+nn)} \rfloor,$$
$$Ey = \lfloor e_{y1} \quad e_{y2} \quad e_{y3} \quad \cdots \quad e_{yi} \quad \cdots \quad e_{y(n+nn)} \rfloor,$$

където:

an – матрица от размери, определящи разположението на еластичните елементи на надподресорените маси, спрямо масовите им центрове по надлъжната ос O_ix_i;

bn– матрица от размери, определящи разположението на еластичните елементи на надподресорените маси, спрямо масовите им центрове по напречната ос O_iy_i;

ar – матрица от размери, определящи разположението на еластичните елементи на неподресорените маси, спрямо масовите им центрове по надлъжната ос Ox;

br – матрица от размери, определящи разположението на еластичните елементи на неподресорените маси, спрямо масовите им центрове по напречната ос Oy;

Ex – матрица от размери, определящи разположението на масовите центрове на надподресорените маси, спрямо масовия център на подресорената маса по надлъжната ос Ox;

Ey – матрица от размери, определящи разположението на масовите центрове на надподресорените маси, спрямо масовия център на подресорената маса по напречната ос Oy;

$a_{i,j}$ – разстояние от масовия център на $i^{-тата}$ надресорена маса, до $j^{-тата}$ и опора по надлъжната ос X [Кунчев и др.2005]];

$b_{i,j}$ – разстояние от масовия център на $i^{-тата}$ надресорена маса, до $j^{-тата}$ и опора по напречната ос Y [Кунчев и др.2005]];

e_{xi} – разстояние от масовия център на тялото на ТС до масовия център на $i^{-тата}$ надподресорена маса по надлъжната ос X;

e_{yi} – разстояние от масовия център на тялото на ТС до масовия център на $i^{-тата}$ надподресорена маса по напречната ос Y;

2.3 Организиране въвеждането на масовите параметри.

Масовите параметри се въвеждат в четири векторни матрици M_1, M_2, M_3 и M_4, в зависимост от разположението си в динамичната система и в зависимост от броя на еластичните връзки. Първо се формира матрицата на многоопорните надресорени маси. След това се формира матрицата на едноопорните надподресорени маси, следва матрицата на подресорената маса и накрая матрицата на неподресорените маси. Разположението на масовите параметри в матриците е свързано с техните индекси. В първата матрица M_1 първия елемент е на надподресорената маса с номер едно, втория елемент е инерционния и момент около ос X, а третия около ос Y, четвъртия на надподресорената маса с номер две и т.н. Първият елемент от втората матрица е първата едноопорната надподресорена маса с номер $(nn+1)$, втория елемент е едноопорна надресорена маса с номер $(nn+2)$ и т.н. Третата матрица M_3 съдържа параметрите на подресорената маса. Първият и елемент е масата, вторият е инерционния момент около ос X, а третия инерционния момент около ос Y. В последната четвърта входна масова матрица M_4 първия елемент е масата на едното колело от първия (предния) мост. Индексът на елемента на матрицата отговаря на поредния номер на моста от които е масата на колелото (най-десният мост е с номер едно, номерата им нарастват последователно от дясно наляво).

$$M_1 = \lfloor m_1 \quad J_{x1} \quad J_{y1} \quad \cdots \quad m_{nn} \quad J_{xnn} \quad J_{ynn} \rfloor$$

$$(3) \qquad M_2 = \lfloor m_{nn+1} \quad \cdots \quad m_i \quad \cdots \quad m_{nn+n} \rfloor$$

$$M_3 = \lfloor m_0 \quad J_{x0} \quad J_{y0} \rfloor$$

$$M_4 = \lfloor m_{g1} \quad \cdots \quad m_{gi} \quad \cdots \quad m_{gq} \rfloor$$

където M_1 е инерционната матрица на многоопорните надподресорени маси; M_2 е инерционната матрица на едноопорните надподресорени маси; M_3 е инерционната матрица на основната подресорена маса; M_4 е инерционната матрица на неподресорените маси.

Параметрите в матриците $M_1 \ldots M_4$ са входни масови параметри и се въвеждат в началото на програмата.

2.4 Организиране въвеждането на еластичните параметри.

Еластичните параметри се въвеждат в три матрици cc, c_r и c_g. В матрицата cc на всеки ред се въвеждат елементите свързани към една надподресорената маса с индекс равен на индекса на масата. Индексът за колона в матрицата определя разположението на еластичния елемент спрямо оста X_i от локалната система на масата определяща първия индекс на елементите (първият се намира най-вдясно от масовия център на подресорената маса към която са свързани еластичните елементи, а всеки следващ по-наляво). Първо се въвеждат коефициентите на еластичност на четири (или много) опорните след което на всеки следващ ред започват да се въвеждат и коефициентите на еластичност на едно опорните. Броят на ненулевите елементи на четири (много) опорните надподресорени маси определя половината от опорите с които са свързани с подресорената маса.

Матриците на еластичните връзки имат вида:

(4)

$$cc = \begin{bmatrix} cc_{11} & cc_{12} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ cc_{21} & cc_{22} & cc_{33} & \cdots & cc_{3,nci} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ cc_{i,1} & \cdots & cc_{i,j} & \cdots & cc_{i,nci-1} & cc_{i,nci} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ cc_{nn,1} & cc_{nn,2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ cc_{nn+jj,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ cc_{n+nn,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c_r = \lfloor c_{r1} \quad c_{r2} \quad c_{r3} \quad \cdots \quad c_{ri} \quad \cdots \quad c_{r2.q} \rfloor,$$

$$c_g = \lfloor c_{g1} \quad c_{g2} \quad c_{g3} \quad \cdots \quad c_{gi} \quad \cdots \quad c_{g2.q} \rfloor,$$

където:

cc – матрица от коефициентите на еластичност на надподресорените маси;

c_r – матрица от коефициентите на еластичност на ресорите на транспортната машина;

c_g – матрица от коефициентите на еластичност на гумите на транспортната машина;

q – брой на мостовете на транспортното средство;

n – брой на едно опорните надподресорени маси;

nn – брой на четири опорните надподресорени маси;

nci – половината от опорите на много опорната надресорена маса с най – голям брой опори;

$cc_{i,j}$ – коефициент на еластичност на $j^{-тата}$ опора от $i^{-тата}$ надподресорена маса;

$c_{r,i}$ – коефициент на еластичност на $i^{-тия}$ ресор;

$c_{g,i}$ – коефициент на еластичност на $i^{-тата}$ гума;

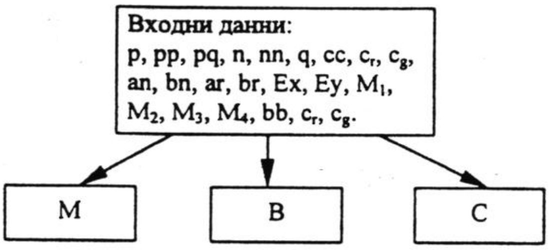
2.5 Организиране въвеждането на демпфиращите параметри.

Входните матрици на демпфиращите елементи са аналогични на матриците на еластичните връзки.

Описаното по горе формиране на входните матрици става автоматизирано.

3. Определяне на елементите на матриците *M, B* и *C* по стойност и разположение.

Стойностите на елементите на матриците *M,B* и *C* се определят от общи изрази съгласно [Кунчев и др.2005].



Фиг.2. Принципно схема на преобразуване на данните на системата в членове на M, B и C.

3.1 Организиране на елементите на инерционната матрица *M* по стойност и разположение.

От матриците *M, B* и *C* за разглежданият вид механична система най-лесно се създава инерционната матрица, като се спазва условието заложено в [Кунчев и др.2005] за наличието само на последователни еластични връзки между масите. При нея последователно се подреждат масите и инерционните моменти на отделните тела изграждащи системата в матрица ред *M* (5), която се състои от четирите матрици на масовите входни параметри (3). С помощта на стандартна функция тя се превръща в диагонална матрица с размер определен от (2) и има вида $M[(pp.nn+n+p+q)\text{x}(pp.nn+n+p+q)]$.

(5) $$M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad M_4],$$

където *M* е инерционната матрица вектор ред на телата от механичната система.

3.2. Организиране на елементите на еластичната матрица *C* по стойност и разположение.

Еластичната матрица $[c_{11}]$ за случая когато имаме nn на брой многоопорни надподресорена маса и n на брой едноопорни, има вида (21) от [Кунчев и др.2005].

От подматрицата на многоопорните надподресорените маси $cn_{i,i}$ от [Кунчев и др.2005] могат да се съставят зависимости, които позволяват да се определят отделните елементи $c_{i,i}$ на матрицата. Всяка подматрица се състои от четири различни елемента, които се описват със зависимостите:

(6) $$c_{ii,ii} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}\ ,\ c_{ii,ii+2} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}a_{k,r}\ ,$$
$$c_{ii+1,ii+1} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}b_{k,r}^2\ ,\ c_{ii+2,ii+2} = c_{ii+2,ii}\ ,$$
$$c_{ii+2,ii+2} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}a_{k,r}^2\ .$$

Подматрицата на едноопорните надподресорените маси $cn_{i,i}$ могат да се съставят зависимости, които позволяват да се определи елемента $c_{i,i}$ на матрицата. Описва се със зависимостта

(7) $$c_{pp.nn+jj,pp.nn+jj} = cc_{nn+jj,1}\ .$$

При определянето на индексите на елементите на матрицата C се използват допълнително няколко променливи:

$nni=1,2,3\dots nn$ – допълнителна променлива за определяне на променливите ii и κ;

$ii = 1,4,7\dots[3(nn\text{-}1)+1]$ *или* $[pp.nni\text{-}p+1]$ – променлива, приемаща определени стойности броят на които зависи от броя на многоопорните маси;

$k = ii - 2(nni\text{-}1)$ – допълнителна променлива за определяне на индекса на коефициента на еластичност даващ информация за масата която подържа еластичния елемент;

$jj = 1,\ 2,\ 3\ \dots\ n$ – променлива определяща едноопорните надподресорени маси;

Пример: За една четири и една едноопорна надподресорена маса с помощта на зависимостите (6) и (7) може да се определят елементите на под матрицата $[c_{11}]$, като елементи от еластичната матрица *C*. За да се определят изразите на отделните елементи на матрицата е необходимо да се определят някои параметри, като: $pp = 3$ – степените на свобода на надподресорената маса; $p = 3$ – степените на свобода на подресорената маса; $nn = 1$ – брой на многоопорните надподресорени маси; $n = 1$ – брой на едноопорните надподресорени маси; $nci = 2$ – половината от опорите на многоопорните надподресорени маси (за всяка една от масите); $ii=1$ ($[pp.nni-p+1]=3.1-3+1=1$), ако има повече от една многоопорна надподресорена маса стойностите на ii се получават като в израза $[pp.nni-p+1]$, nni се замести със стойностите 1,2,3… nn; $k = ii - 2(nni-1)=1 - 2(1-1) = 1$, за всяка стойност на ii пресмятаме стойността на k; $jj = 1$, тъй като имаме само една еднoопорна маса (при две $jj = 1, 2$ и т.н.).

$$c_{ii,ii} = c_{1,1} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r} = 2\sum_{r=1}^{2} cc_{1,r} = 2(cc_{1,1} + cc_{1,2})$$

$$c_{ii,ii+2} = c_{1,3} = 2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}a_{k,r} = 2\sum_{r=1}^{2} cc_{1,r}a_{1,r} = = 2(cc_{1,1}a_{1,2} - cc_{1,1}a_{1,2})$$

Еластичната матрица $[c_{12}]$ за случая когато имаме nn на брой многоопорни надподресорена маса и n на брой еднoопорни, има вида (26) от [Кунчев и др.2005].

От подматрицата на многоопорните надподресорените маси $[cn_{i,nn+n+1}]$ от [Кунчев 2005], могат да се съставят зависимости, които позволяват да се определят отделните елементи $c_{i,i}$ на матрицата. Всяка подматрица на многоопорните надподресорени маси се състои от седем различни елемента, които се описват със зависимостите (8), а тези на еднoопорните надподресорени маси се състои от три различни елемента обобщеният запис на които се представя със зависимостите (9).

$$\begin{aligned}
c_{ii,pp.nn+n+1} &= -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}\,, \\
c_{ii,pp.nn+n+2} &= -2e_{yk}\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}\,, \\
c_{ii,pp.nn+n+3} &= -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}(e_{xk} + a_{k,r})\,, \\
c_{ii+1,pp.nn+n+2} &= -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}b_{k,r}^2\,, \\
c_{ii+2,pp.nn+n+1} &= -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}a_{k,r}\,, \\
c_{ii+2,pp.nn+n+2} &= -2e_{yk}\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}a_{k,r}\,, \\
c_{ii+2,pp.nn+n+3} &= -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r}(e_{xk}a_{k,r} + a_{k,r}^2)
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
c_{pp.nn+j,pp.nn+n+1} &= -cc_{(nn+j),1}\,, \\
c_{pp.nn+j,pp.nn+n+2} &= e_{y(nn+j)}cc_{(nn+j),1}\,, \\
c_{pp.nn+j,pp.nn+n+3} &= e_{x(nn+j)}cc_{(nn+j),1}\,.
\end{aligned} \tag{9}$$

Пример: за една четири и една еднoопорна надподресорена маса с помощта на зависимостите (8) и (9) може да се определят елементите на под матрицата $[c_{12}]$, като елементи от еластичната матрица C.

Необходими параметри за случая са: $pp = 3$; $nn = 1$; $nci = 2$; $ii=1$; $k = 1$; $jj = 1$.

$$c_{ii,pp.nn+n+1} = c_{1,5} = -2\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r} = -2\sum_{r=1}^{2} cc_{1,r} = -2(cc_{1,1} + cc_{1,2})$$

$$c_{ii,pp.nn+n+2} = c_{1,6} = -2e_{yk}\sum_{r=1}^{nci} cc_{k,r} = -2e_{y1}\sum_{r=1}^{2} cc_{1,r} = -2e_{y1}(cc_{1,1} + cc_{1,2})$$

Матрицата на еластичност $[c_{13}] = [c_{31}]^T$ от [Кунчев и др.2005] са нулеви за разглеждания вид механични системи. Същите отразяват липсата на пряка еластична връзка между надподресорени и неподресорените маси. Тъй като те не са начална или крайна матрица от главния диагонал нулите в тях се генерират автоматично.

Матрицата $[c_{22}]$ от [Кунчев и др.2005], се записва в общ вид (10), където $c_{i,j}$ са елементите на матрицата, а p са степените на свобода на основната маса. За разглежданите случаи тя може да заема стойности 2, когато се разглежда механичната система в една от равнините Oxz, Oyz или 3, когато се разглежда в пространството.

$$c_{22} = \begin{bmatrix} c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+1} & \cdots & c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{pp.nn+n+p,pp.nn+n+1} & \cdots & c_{pp.nn+n+p,pp.nn+n+p} \end{bmatrix} \tag{10}$$

Подматрицата $[c_{22}]$ е централна за матрицата на еластичност C и е симетрична спрямо главния диагонал. Тя отразява връзката между отделните маси на системата, които са непосредствено свързани с нея. Тъй като тя не може да се раздели на под матрици представянето и посредством под матриците $[cn]$ има вида $\left[c_{22}\right]=\left[cn_{nn+n+1,nn+n+1}\right]$.

Съгласно (26) от [Кунчев и др.2005], обобщените зависимости (11) описващи матрицата $[c_{22}]$ за механична система от разглеждания вид с $n+nn$ на брой надподресорени маси и m на брой моста. Представен е вид за тримерният случаи ако разглеждаме системата в двумерното пространство отпада колона две или три от матрицата. В зависимост от това в коя равнина разглеждаме системата.

(11)

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+1}=2\sum_{t=1}^{2.q}c_{r,t}+2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}cc_{k,s}+\sum_{d=1}^{n}cc_{d,1}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+2}=2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}e_{y,k}cc_{k,s}+\sum_{d=nn+1}^{nn+n}e_{y,d}cc_{d,1}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+3}=2\sum_{t=1}^{2.q}c_{r,t}a_t+$$

$$+2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}cc_{k,s}(e_{x,k}+a_{k,s})+\sum_{d=nn+1}^{nn+n}e_{x,d}cc_{d,1}$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nn+n+2}=2\sum_{t=1}^{2.q}c_{r,t}b_t^2+$$

$$+2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}c_{k,s}(e_{y,k}^2+b_{k,s}^2)+\sum_{d=nn+1}^{nn+n}e_{y,d}^2c_{d,1}$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nn+n+3}=\sum_{d=nn+1}^{nn+n}e_{x,d}e_{y,d}cc_{d,1}+$$

$$+2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}\left[e_{y,k}cc_{k,s}a_{k,s}+e_{x,k}e_{y,k}cc_{k,s}\right]+$$

$$c_{pp.nn+n+3,pp.nn+n+3}=2\sum_{t=1}^{2.q}c_{r,t}a_t^2+$$

$$+2\sum_{k=1}^{nn}\sum_{s=1}^{mn}cc_{k,s}(e_{x,k}+a_{k,s})^2+\sum_{d=nn+1}^{nn+n}e_{x,d}^2cc_{d,1}$$

Пример: За една четири и една едноопорна надподресорена маса с помощта на зависимостите (11) може да се определят елементите на под матрицата $[c_{22}]$, като елементи от еластичната матрица C.

Необходими параметри за случая са: $pp = 3$; $nn = 1$; $mn = 2$; $ii=1$; $k = 1$; $jj = 1$.

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+1}=c_{5,5}=2\sum_{t=1}^{2}c_{r,t}+2\sum_{k=1}^{1}\sum_{s=1}^{2}cc_{k,s}$$

$$+\sum_{d=2}^{2}cc_{d,1}=2(c_{r,1}+c_{r,1})+2(cc_{1,1}+cc_{1,2})+cc_{2,1}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+2}=c_{5,6}=\sum_{k=1}^{1}\sum_{s=1}^{2}e_{y,k}cc_{k,s}+$$

$$+\sum_{d=2}^{2}e_{y,d}cc_{d,1}=2e_{y,1}(cc_{1,1}+cc_{1,2})-e_{y,2}cc_{2,1}$$

Еластичната матрица $[c_{23}]$ за случая когато имаме $2.q$ на брой неподресорени маси матрицата, има вида (30) от [Кунчев и др.2005].

От (30) от [Кунчев и др.2005], могат да се напишат обобщените зависимости (12) описващи матрицата $[c_{23}]$ за механична система от разглеждания вид с q на брой моста. Представената матрица важи за случая когато имаме приведено независимо окачване на всеки мост и всяко едно от колелата извършва само вертикални движения по ос O_jz_j.

(12)

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm}=-c_{r,j}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm+1}=-c_{r,j}$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nnn+n+p+jm}=c_{r,j}b_j$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nn+n+p+jm+1}=-c_{r,j}b_j$$

$$c_{pp.nn+n+3,pp.nn+n+p+jm}=-c_{r,j}a_j$$

$$c_{pp.nn+n+3,pp.nn+n+p+jm+1}=-c_{r,j}a_j$$

където $jm=2.j-1$ е допълнителна променлива за определяне на индексите на елементите на матрицата $[c_{23}]$, като елементи от матрицата C.

Пример: За транспортното средство е с два моста с помощта на зависимостите (12) може да се определят елементите на под матрицата $[c_{23}]$, като елементи от еластичната матрица C.

Необходими параметри за случая са: $m = 2$; $j=1, 2$.

$j=1; jm=1$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm}=c_{5,8}=-c_{r,j}=-c_{r,1}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm+1}=c_{5,9}=-c_{r,j}=-c_{r,1}$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nnn+n+p+jm}=c_{6,8}=c_{r,j}b_j=c_{r,1}b_1$$

$j=2; jm=3$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm}=c_{5,10}=-c_{r,j}=-c_{r,2}$$

$$c_{pp.nn+n+1,pp.nn+n+p+jm+1}=c_{5,11}=-c_{r,j}=-c_{r,2}$$

$$c_{pp.nn+n+2,pp.nnn+n+p+jm}=c_{6,10}=c_{r,j}b_j=c_{r,2}b_2$$

Еластичната матрица $[c_{33}]$ за случая когато имаме $2.q$ на брой неподресорени маси матрицата, има вида (33) [Кунчев и др.2005].

От (33) от [Кунчев и др.2005], могат да се напишат обобщените зависимости (13) описващи матрицата $[c_{33}]$ за механична система от разглеждания вид с q на брой моста. Представената матрица важи за случая когато имаме приведено независимо окачване на всеки мост и всяко едно от колелата извършва само вертикални движения по ос $O_j z_j$.

(13) $$c_{pp.nn+n+p+jm,pp.nn+n+p+jm} = c_{r,j} + c_{g,j}$$
$$c_{pp.nn+n+p+jm+1,pp.nn+n+p+jm+1} = c_{r,j} + c_{g,j},$$

Пример: За транспортното средство е с два моста с помощта на зависимостите (58) може да се определят елементите на под матрицата $[c_{33}]$, като елементи от еластичната матрица C.

Необходими параметри за случая са: $q = 2$; $j=1, 2$.

$j=1; jm=1$

$$c_{pp.nn+n+p+jm,pp.nn+n+p+jm} = c_{8,8} = c_{r,j} + c_{g,j} = c_{r,1} + c_{g,1}$$

$j=2; jm=3$

$$c_{pp.nn+n+p+jm,pp.nn+n+p+jm} = c_{10,10} = c_{r,j} + c_{g,j} = = c_{r,2} + c_{g,2}$$

3.2. Организиране на елементите на матрицата на нелинейните съпротивления B по стойност и разположение.

Създаването матрица отразяваща нелинейните съпротивления B и запълването на елементите и е аналогично на матрицата на еластичността C.

4. Заключение

Представеното разглеждане дава възможност за формализиране моделирането на един клас динамични транспортни системи, отговарящи на споменатите по-горе ограничителни условия без да се минава през етапа на задължителното извеждане на диференциалните уравнения на движение. Това е възможно на основа на доказаните връзки в [Кунчев и др.2005], които съществуват в матриците и закономерността с която нарастват техните членове.

ЛИТЕРАТУРА

Кунчев Л.П., Неделчев К.И.., Схематизация на процеса на изследване на плавността на движение за дву, три и многоосни транспортни средства с отчитане окачването на надподресорените маси,, ПМ'05, 2005.

Кунчев Л.П., Яначков Г.М., Схематизация на процеса на изследване на плавността на движение за дву, три и четириосни автомобили, Мотауто'05, 2005.

Фурунжиев Р.И., Автоматизированное проектирование колебательных систем, Минск, Вышэйшая школа, 1977

Genta G., Motor vehicle dynamics, London, Word Scientific, 1997

Castillo J.M., Pintado P., Benitez F.G., Optimization for vehicle suspension, Vehicle System Dynamics, 19 (1990) , pp.331-352

Sharp R.S. Use of the symbolic multibody modeling code AUTOSIM for vehicle dynamics, Automotive Vehicle Technologies, AUTOTECH'97, Mech. Eng. Publ., 1997-7, pp. 189-197

ALGORITHM FOR COMPUTING THE DYNAMIC COMFORT FOR SINGLE VEHICLES WITH TWO, THREE AND MORE DRIVING (DRIVEN) AXLES AND USING FORMAL PRESENTING THE MATRICES OF EQUATIONS PART II

Krasimir NEDELCHEV Krasined@tu-sofia.bg

Lilo KUNCHEV Lkunchev@tu-sofia.bg

Dept. Engines, Automobiles and Transport, Technical University - Sofia, 1000, BULGARIA

Dept. Engines, Automobiles and Transport, Technical University - Sofia, 1000, BULGARIA

The paper investigates possibility to create algorithm for obtaining the differential equations of mo[...] for one class of transport dynamical system, without using Lagrange's method. In the work is shown [...] method gives connections between parameters of vehicles and members of matrices M, B and C [...] elements of equation $M\ddot{q} + B\dot{q} + Cq = F(t)$.