

САМОВЪЗБУЖДАЩИ ФРИКЦИОННИ ТРЕПТЕНИЯ НА ЖЕЛЕЗОПЪТНА РЕЛСА

Петко СИНАПОВ Иван КРАЛОВ Игнат ИГНАТОВ Красимир НЕДЕЛЧЕВ

p_sinapov@abv.bg kralov@tu-sofia.bg i_ignatov@tu-sofia.bg krasined@tu-sofia.bg

Технически университет - София, катедра "Механика", София, бул. "Св. Кл. Охридски" № 8

Резюме: В работата са изследвани самовъзбуждащи се фрикционни трептения на железопътна релса при движение на подвижен железопътен състав при вписване в крива.

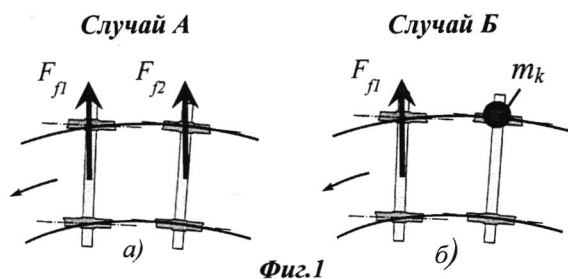
Обектът на изследването е моделиран като система с разпределени параметри. Трептенията на релсата се възбуждат от нелинейната сила на триене, зависеща от релативната скорост на плъзгане между колелото и релсата. Задачата е решена в Matlab, в среда Simulink.

Ключови думи: Фрикционни трептения, системи с разпределени параметри, МКЕ.

1 Въведение

Част от самовъзбуждащите се фрикционни трептения от движението на подвижния жп състав (ПЖПС) в крива, са предизвикани от приплъзването на колелата спрямо релсата в напречна посока [Glocker, 2009, Chen, 2007, Chiello, 2006]. Според правилото на Rudd, шум от движение на ПЖПС в крива няма да възникне ако радиусът ѝ е $R > 100b$ (където b е базата на талигата). Като цяло явлението не се проявява при криволинеен участък с радиус по-голям от 500 м, докато при такъв с радиус по-малък от 200 м то е характерно [Thompson 2009].

На фиг. 1 са представени два възможни случая при вписване на талига в крива. На фиг. 1а е представен случаят, в който двете колооси плъзват в напречна посока на релсата, а на фиг. 1б е представен случай, при който плъзга само едната, а другата е неподвижна спрямо релсата в този момент. По-нататък ще се разглеждат съответно като случай А и случай Б.



Фиг.1

Целта на работата е да се изследват фрикционните трептения на релсата в двата случая. Обектът на изследването е моделиран

като система с разпределени параметри, с отчитане на вътрешното съпротивление. Като възбудител на трептенията се взема предвид само проекцията на силата на триене в напречна посока на релсата (фиг. 1).

2 Динамичен модел

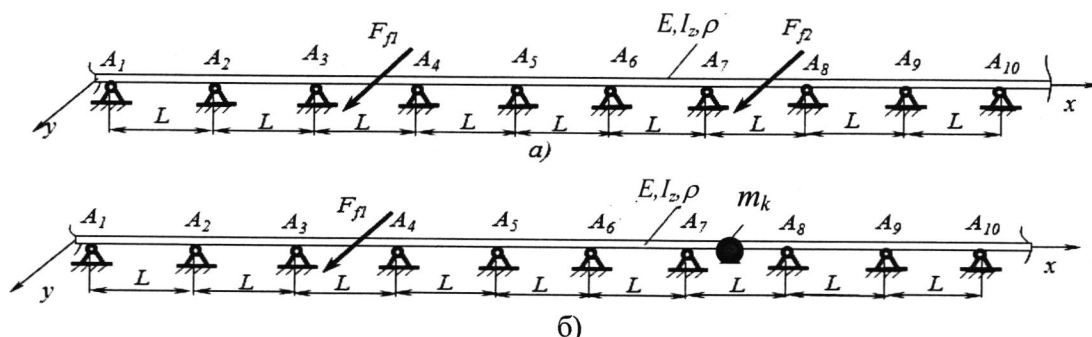
Динамичните модели на релсата в двата случая са показани на фиг. 2, като на фиг. 2а са приложени две сили на триене (Случай А) действащи по оста y , а на фиг. 2б е свързана допълнителна маса m_k към релсата, с която се моделира присъединената към релсата колоос. Изследва се външната релса, която е представена като многоопорна еластична греда. Разстоянието между опорите е L и е съобразено с действащите стандарти. Релсата е тип UIC60 [TSI 2006]. Опорите A_i са приети за идеални. Поради относително малката дължина на изследвания обект спрямо радиуса на кривина на пътя, релсата е моделирана като права греда. Тази предпоставка не променя съществено собствените честоти на системата, които са основен критерий при изследването на фрикционни трептения [Sinapov, 2010, Koponenko, 1980]. От силите, действащи между колелото и релсата, основно влияние за автотрептенията има проекцията на силата на триене при плъзгане (F_f) в напречна посока на релсата [Thompson 2009]. Прието е, че F_f е с постоянно направление ($F_f \parallel y$), като в модела изследват само напречните трептения на релсата, възбудени от променливата фрик-

сионна сила. Усукването и огъването във вертикална посока на релсата не са отчитани.

Трептенията на гредата в двата случая (А и Б), се описват със система частни диференциални уравнения от четвърти ред [Belnikolovsky, 2008]:

Зависимостта на силите на триене от скоростта на плъзгане е показана на фиг. 3.

В падащия участък те са описани с кубично уравнение [Kononenko, 1980]:



Фиг. 2

$$(1) \quad EI_z \frac{\partial^4 y_k(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y_k(x,t)}{\partial t^2} = 0,$$

където $k=1 \div 11$ определя участъка, и:

ρ - плътността на материала;

E - модул на еластичност на материала;

A - лицето на сечението;

I_z - инерционен момент.

Граничните условия за точките на закрепване за модела на фиг. 2а са:

$$(2) \quad y_{Ai}(x_{Ai}, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y_{Ai}(x_{Ai}, t)}{\partial x^2} = 0.$$

Граничните условия за точките, в които са приложени силите на триене, съгласно фиг. 2а (Случай А) при $x=5/2L$ и $x=13/2L$ са:

$$(3) \quad EI_z \frac{\partial^3 y_4(\frac{5}{2}L, t)}{\partial x^3} - EI_z \frac{\partial^3 y_3(\frac{5}{2}L, t)}{\partial x^3} = Q_4 - Q_3 = F_{f1},$$

$$(4) \quad EI_z \frac{\partial^3 y_9(\frac{13}{2}L, t)}{\partial x^3} - EI_z \frac{\partial^3 y_8(\frac{13}{2}L, t)}{\partial x^3} = Q_9 - Q_8 = F_{f2},$$

Граничните условия за случай Б (фиг. 2б) при $x=5/2L$ и $x=13/2L$ съответно са:

$$(5) \quad EI_z \frac{\partial^3 y_4(\frac{5}{2}L, t)}{\partial x^3} - EI_z \frac{\partial^3 y_3(\frac{5}{2}L, t)}{\partial x^3} = Q_4 - Q_3 = F_f,$$

$$(6) \quad EI_z \frac{\partial^3 y_4(\frac{13}{2}L, t)}{\partial x^3} - EI_z \frac{\partial^3 y_3(\frac{13}{2}L, t)}{\partial x^3} = m_k \ddot{y}(\frac{13}{2}L, t).$$

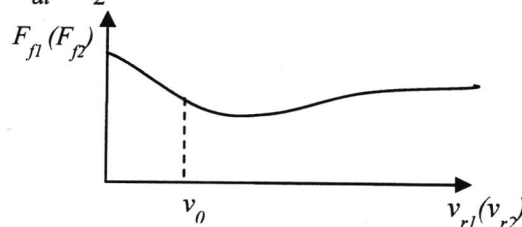
Начални условия са:

$$(7) \quad y(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial y(x, 0)}{\partial t} = 0.$$

$$(8) \quad F_{f1} = b_0 - b_1 v_{r1} + b_2 v_{r1}^2 + b_3 v_{r1}^3,$$

$$(9) \quad F_{f2} = b_0 - b_1 v_{r2} + b_2 v_{r2}^2 + b_3 v_{r2}^3,$$

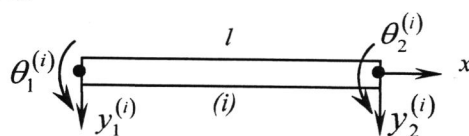
където $v_{r1} = v_0 - \frac{d}{dt}[y(\frac{5}{2}L, t)]$, $v_{r2} = v_0 - \frac{d}{dt}[y(\frac{13}{2}L, t)]$ са релативните скорости на плъзгане между колелата и релсата, v_0 е скоростта на плъзгане на колелото в аксиална посока, а b_0, b_1, b_2, b_3 са положителни константи. За намаляване на изчислителната работа е прието, че триенето е само при плъзгане, т.е. $v_0 > \frac{d}{dt}[y(\frac{5}{2}L, t)]$ и $v_0 > \frac{d}{dt}[y(\frac{13}{2}L, t)]$.



Фиг. 3

3 Моделиране с МКЕ

За решението на уравненията, описващи двата случая, се използва МКЕ, като гредата се разделя на n на брой крайни елементи (фиг. 4) [Singiresu 2004, Reddy 1984, Nikolov, 2008], във всеки възел на които има по две степени на свобода – преместване $y_i(x, t)$ и завъртане $\theta_i(x, t)$ около ос z .



Фиг. 4

Матриците на масата и на еластичността на крайния елемент са:

$$(10) \quad M^{(e)} = \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \frac{\rho A l}{420}, K^{(e)} = \begin{bmatrix} 6 & 3l & -6 & 3l \\ 3l & 2l^2 & -3l & l^2 \\ -6 & -3l & 6 & -3l \\ 3l & l^2 & -3l & 2l^2 \end{bmatrix} \frac{2EI_z}{l^3}$$

При формирането на глобалните матрици се работи с глобални координати:

$$(11) \quad \begin{aligned} y_1^{(1)} &= u_1, \theta_1^{(1)} = u_2, y_2^{(1)} = y_1^{(2)} = u_3, \\ \theta_2^{(1)} &= \theta_1^{(2)} = u_4, \dots, y_2^{(i-1)} = y_1^{(i)} = u_{2i-1} \\ \theta_2^{(i-1)} &= \theta_1^{(i)} = u_{2i}, \dots, y_2^{(n)} = u_{2n+2}, \theta_2^{(n)} = u_{2n+2}, \end{aligned}$$

където с u_j ($j=1, \dots, 2n+2$) са обозначени глобалните степени на свобода. По този начин диференциалните уравнения се представят като система от $2n+2$ обикновени диференциални уравнения от втори ред и след това се изваждат граничните условия. Диференциалните уравнения за двата случая (А и Б) добиват вида

$$(12) \quad [M^*]\{\ddot{u}\} + [C^*]\{\dot{u}\} + [K^*]\{u\} = \{F^*\},$$

където с $[M^*]$ и $[K^*]$ за означени съответно матриците на масите и еластичностите (с извадени гранични условия). С $\{u\}$ и $\{F^*\}$ са означени съответно векторите на възловите премествания и възловите сили.

$[C^*] = \alpha[M^*] + \beta[K^*]$ - е матрицата на демпфиране на Rayleigh [Chankov 2007].

4. Числено решение

Използват се следните параметри за численото решение [TSI 2006]: $L=0,58 \text{ m}$, $E=2,1 \cdot 10^{11}$; $I_z=515 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $v_0=6 \text{ m/s}$, $S=75,87 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $b_0=3750$, $b_1=325$, $b_2=0$, $b_3=1,75$, $\alpha=0$, $\beta=3,4589 \cdot 10^{-7} \text{ m}_k=2500 \text{ kg}$.

Собствените честоти на системата са пресметнати с Matlab чрез решение на хомогенната част на уравнение (12), без отчитане на демпфирането. Стойностите на собствените честоти в двата случая са дадени в таблица 1:

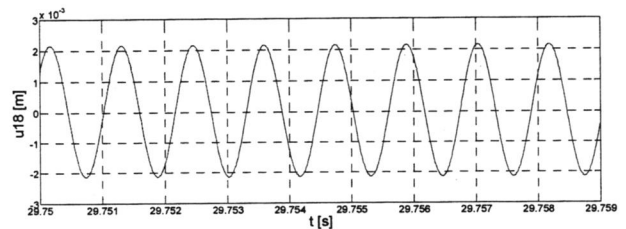
Таблица 1

| Случай | А Hz | Б Hz |
|--------|---------|---------|
| 1 | 629 | 97 |
| 2 | 651 | 641 |
| 3 | 714 | 691 |
| 4 | 807 | 727 |
| 5 | 921 | 874 |
| 6 | 1048 | 1048 |
| 7 | 1179 | 1071 |
| 8 | 1300 | 1232 |
| 9 | 1392 | 1373 |
| 10 | 2527 | 1873 |

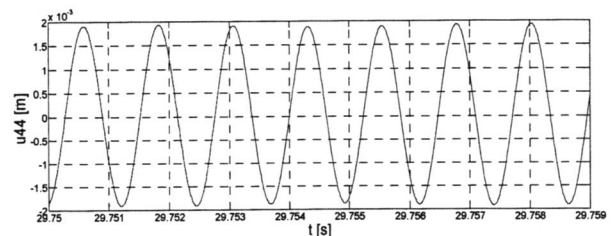
Уравнения (12) са решени с помощта на Matlab-Simulink. На фиг. 5 и фиг. 6 са представени решенията за случай А. На фиг. 5 е

представено преместването $y(\frac{5}{2}L, t)$, отговарящо на главна координата ($u18$), а на фиг. 6 е показано преместването $y(\frac{13}{2}L, t)$, отговарящо на главна координата ($u44$). На фиг. 7 е показан спектралния анализ на численото решение. От резултата се вижда, че честотата на трептенията съвпада с четвъртата собствена честота на механичната система (Табл. 1, Случай А).

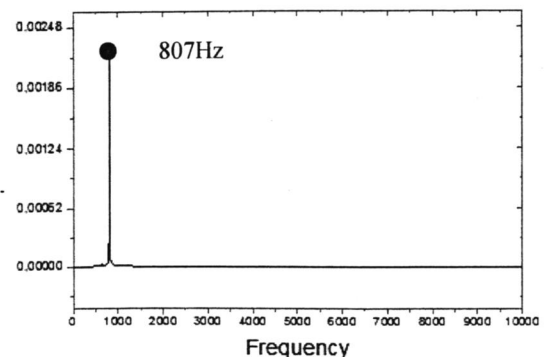
На фиг. 8 и фиг. 9, са представени съответно преместването и спектралния анализ на възел с главна координата $u18 = y(\frac{5}{2}L, t)$ за случай Б (динамичния модел на фиг. 2б), и възел с главна координата $u44 = y(\frac{13}{2}L, t)$. На фиг.10 е показан извършения спектрален анализ на решението, като резултатът показва че системата трепти с честота 872 Hz, което е приблизително петата собствена честота съгласно табл. 1, Случай Б.



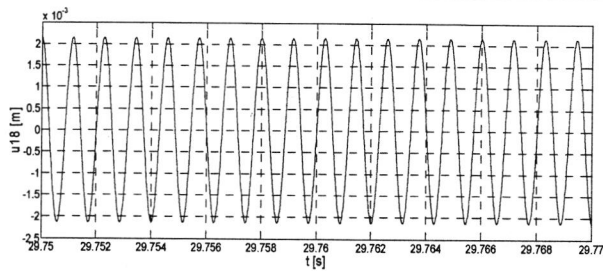
Фиг. 5



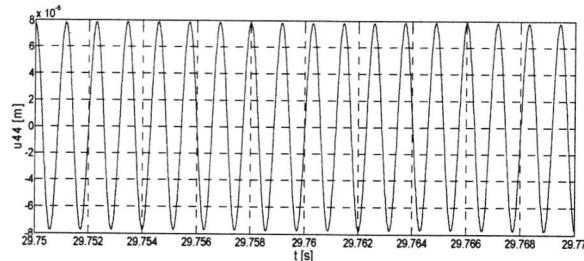
Фиг. 6



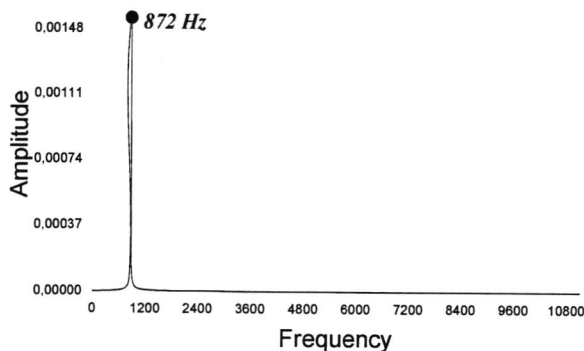
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

4 Заключение

В работата са изследвани фрикционни самовъзбуждащи се трептения на система с разпределени параметри (железопътна релса), моделирана с МКЕ. Изследва се установен режим (стационарен процес) с отчитане на вътрешното демпфиране на системата. На база на численото решение се установи:

- в *Случай А* системата трепти с честота 807 Hz, приблизително равна на четвъртата собствена честота;
- в *Случай Б* системата трепти с честота 872 Hz, приблизително равна на петата собствена честота.

За двата случая честотите са с различни, но с близки стойности, което трябва да се има предвид в бъдещи изследвания.

ЛИТЕРАТУРА

Belnikolovsky B., Particular Chapters in Mechanics, Sofia, Technical University of Sofia, 2008, (in Bulgarian).

Chankov, E., G. Venkov, G. Stoychev, An elastic beam mounted to a spring-mass dynamic system, AIP Conference Proceedings, Pp. 145-152, Vol. 946, 2007.

Chen G. X., J. B. Xiao, Q.Y. Liu, Z.R. Zhou, Complex Eigenvalue Analysis of Railway Curve Squeal, Noise and Vibration Mitigation for Rail Transportation, Systems, Proceedings of the 9th International Workshop on Railway Noise, Munich, Germany, pp. 433-439 September 2007.

Ch. Glocker, E. Cataldi-Spinola, R. Leine, Curve squealing of trains: Measurement, modelling and simulation, Journal of Sound and Vibration 324 (2009) 365-386.

Chiello O., J.-B. Ayasse, N. Vincent, J.R. Koch, Curvesqueal of urban rolling stock—Part 3: Theoretical model, Journal of Sound and Vibration, Vol. 293, Issues 3-5, 13 June 2006, Pp. 710-727.

Kononenko M., Non-linear vibrations of the mechanical systems, Keiv, 1980, (in Russian).

Nikolov, V., V. Stoilov, Modeling and structural analysis of the axels of electrical locomotive series 46. XVIII Scientific Conference "Transport 2008", Sofia 2008, (in Bulgarian).

Reddy J., An Introduction to the Finite Element Method, McGraw-Hill Book Company, 1984.

Sinapov, P., I. Kralov, K. Nedelchev, Mass Moments of Inertia Effect on Friction Oscillations Endurance in Two-component Mechanical System, AIP Proceedings, Vol. 1293, 2010, pp. 21-29.

Singiresu S. Rao, The Finite Element Method in Engineering, Elsevier Science & Technology Books, December 2004.

Thompson D. J., Railway Noise and Vibration, Elsevier, 2009.

ТСІ—Подвижен състав, товарни вагони, 28.06.2006

Благодарности

* *Научните изследвания, които са представени в настоящата публикация са финансирани от Фонд научни изследвания по договор ДМУ 03/8.*

FRICITION INDUCED VIBRATIONS OF A RAIL

Petko SINAPOV Ivan KRALOV Ignat IGNATOV Krasimir NEDELICHEV
p_sinapov@abv.bg kralov@tu-sofia.bg i_ignatov@tu-sofia.bg
krasined@tu-sofia.bg

Technical University Sofia, Department of Mechanics

Abstract: A model of rail, considered as multiple supported beam, subjected on friction induced vibration is studied in this work using FEM. The model is presented as continuous system and the mass and elastic properties of a real object are taken into account. The friction forces are nonlinear functions of the relative velocity during slipping. The problem is solved using Matlab Simulink.

Key words: friction vibrations, continuous systems, FEM.