



TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA
ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ



FACULTY OF MACHINE TECHNOLOGY
МАШИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ

XXVI INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

65 YEARS

FACULTY OF MACHINE TECHNOLOGY

**100 BIRTH ANNIVERSARY OF
ACAD. ANGEL BALEVSKI**

PROCEEDINGS

XXVI МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ

65 ГОДИНИ

МАШИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ

**100 ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА
АКАД. АНГЕЛ БАЛЕВСКИ**

СБОРНИК ДОКЛАДИ

13-16 SEPTEMBER, 2010
SOZOPOL, BULGARIA

13-16 СЕПТЕМВРИ, 2010
СОЗОПОЛ, БЪЛГАРИЯ

<http://mtf65.tu-sofia.bg>

XXVI INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

65 YEARS

FACULTY OF MACHINE TECHNOLOGY

**100 BIRTH ANNIVERSARY OF
ACAD. ANGEL BALEVSKI**

PROCEEDINGS

СБОРНИК ДОКЛАДИ

XXVI МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ

65 ГОДИНИ

МАШИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ

**100 ГОДИНИ ОТ РОЖДЕНИЕТО НА
АКАД. АНГЕЛ БАЛЕВСКИ**

Sozopol, Bulgaria
September, 2010

Созопол, България
Септември, 2010

Отпечатването на настоящия сборник е по договор за частично финансиране на научни форуми №101дн244-5/2010 г. между НИС при ТУ-София и МТФ.

Сборникът, включващ докладите от XXVI МЕЖДУНАРОДНА НАУЧНА КОНФЕРЕНЦИЯ „65 ГОДИНИ МАШИННО-ТЕХНОЛОГИЧЕН ФАКУЛТЕТ, е обработен и подготвен от гл. ас. д-р, д-р инж. Яна СТОЯНОВА с активното съдействие на доц. д-р инж. мат. Николай НИКОЛОВ, доц. д-р инж. Мара КАНДЕВА, доц. д-р инж. Йорданка ПЕТРОВА, доц. д-р инж. Валентин КАМБУРОВ и доц. д-р инж. Манахил ТОНГОВ. Докладите са рецензирани по секции от членовете на организационния комитет.

МТФ при ТУ-София
1000 София
бул. „Кл. Охридски” №8, бл.3
тел./факс: (+359) 2 965 25 36
e-mail: mtf-k@tu-sofia.bg

ISBN: 978-954-438-854-6

Тираж 100 бр.
Печат Издателство на ТУ-София

СЪДЪРЖАНИЕ

| | |
|---|-----------|
| ПЛЕНАРНИ ДОКЛАДИ | 19 |
| <i>Димитър БУЧКОВ</i> | |
| Слово за личността и човека Ангел Балевски | 21 |
| <i>Jivka OVTCHAROVA</i> | |
| A Systematic Approach towards Virtual Engineering | 25 |
| <i>Stefan DIMOV</i> | |
| Micro And Nano Manufacturing: Challenges and Opportunities | 33 |
| <i>Йовка ДРАГИЕВА</i> | |
| Наноразмерно състояние – единство на живата и нежива материя | 34 |
| МАТЕРИАЛОЗНАНИЕ И ТЕХНОЛОГИЯ НА МЕТАЛИТЕ | 35 |
| <i>Александър ЖЕЛЕВ, Георги САЕВ</i> | |
| Относно концепцията на приложните хармонизирани стандарти за осигуряване на качеството на заварените конструкции - I част: Категоризиране на заварените съединения/конструкции | 37 |
| <i>Александър ЖЕЛЕВ, Георги САЕВ</i> | |
| Относно концепцията на приложните хармонизирани стандарти за осигуряване на качеството на заварените конструкции - II част: Изисквания и доказване на съответствието | 45 |
| <i>M. KIRCHGABNER, Ivan MARKOVSKI</i> | |
| Innovative Wearfacing Solutions as Part of Comprehensive Maintenance Concepts | 58 |
| <i>Теофил ЯМБОЛИЕВ, Димитър ДИМИТРОВ</i> | |
| Влияние на честотата на тока върху свойствата на съединението при импулсно ВИГ заваряване | 66 |
| <i>Серафим СЕРАФИМОВ, Красимир ТОДОРОВ, Румяна БАРЪМОВА</i> | |
| Оптимизиране на технологичните процеси при фабрикация и монтаж на резервоари в петролни терминали | 72 |

| | |
|---|------------|
| СИНТЕЗ И АНАЛИЗ НА МЕХАНИЗМИ И МАШИНИ | 319 |
| <i>Miloš MILOŠEVIĆ, Dalibor PETKOVIĆ, Nenad D. PAVLOVIĆ</i> | |
| Development of Mechanism for Legs Position Adjusting at Multifunctional Hospital Bed | 321 |
| <i>Георги ТОДОРОВ, Венелин ЖИВКОВ, Николай НИКОЛОВ, Константин КАМБЕРОВ, Светослав СТОЕВ</i> | |
| Възможности за използване на кинетично акумулирана енергия. Приложимост | 327 |
| <i>Костадин СТОИЧКОВ, Венелин ЖИВКОВ</i> | |
| Динамичен анализ на агрегат за задвижване на автомобил с кинетичен акумулатор на енергия при различни режими на движение на автомобила | 334 |
| <i>Костадин СТОИЧКОВ, Венелин ЖИВКОВ</i> | |
| Управление на агрегат за задвижване на автомобил с кинетичен акумулатор на енергия посредством фрикционен вариатор при различни режими на движение | 341 |
| Стефан ГАРАБИТОВ | |
| Една възможност за числено решаване на задачата за оптимално управление | 348 |
| МЕХАТРОНИКА И МЕХАТРОННИ СИСТЕМИ | 355 |
| <i>Petko KIRIAZOV, Ivanka VENEVA</i> | |
| Dynamics and Optimisation in Mechatronics | 357 |
| <i>Димитър КАРАСТОЯНОВ, Станислав СИМЕОНОВ</i> | |
| Вградена система за достъп на незрящи до компютърни ресурси | 363 |
| <i>Todor NESHKOV, Lubomir DIMITROV</i> | |
| Education in Mechatronics at the Technical University of Sofia | 368 |



ONE POSSIBILITY FOR THE NUMERICAL SOLUTION OF THE PROBLEM FOR OPTIMAL CONTROL

Stefan GARABITOW

Abstract: *The article examines the state of the object described by a system of ordinary differential equations and changing under the influence of external factors - controls. If it is necessary to go from one state to another condition by optimal way, the problem is very complicated. Analytical solvable tasks are few and even the slightest deviation from their original form, greatly complicates the decision. Several direct numerical methods for determining the optimal management has developed, but only few can be used for practical tasks.*

Key Words: *Numerical solution, optimal control.*

ЕДНА ВЪЗМОЖНОСТ ЗА ЧИСЛЕНО РЕШАВАНЕ НА ЗАДАЧАТА ЗА ОПТИМАЛНО УПРАВЛЕНИЕ

Стефан ГАРАБИТОВ

Резюме: *При необходимост един управляем обект, описан с диференциални уравнения, да премине по оптимален критерий от едно начално състояние в друго състояние, то следва да бъде определена кривата в пространството на състоянията по която да стане преместването. В общия случай управлението не може да се избира произволно, тъй като реални технически условия му налагат определени ограничения. Теоретичното решение на такива задачи е неимоверно сложно и се налага използването на числени методи.*

Ключови думи: *числено решение, оптимален контрол.*

1. ВЪВЕДЕНИЕ В ПРОБЛЕМА

Състоянието на обект, описано със система от обикновени диференциални уравнения се изменя под въздействие на външни въздействия – управления. Функциите описващи състоянието на обекта – фазовите координати на обекта, зависят от фазовия вектор, който от своя страна е дефиниран във фазовото пространство. Състоянието на обекта зависи от големината на управляващите въздействия, които се обединяват във вектор на управлението в пространството на управлението.

Ако е необходимо обекта да премине от едно начално състояние в друго състояние, то кривата в пространството на състоянията, по която става това е траекторията, която следва да бъде определена. В общия случай управлението не може да се избира произволно, тъй като реални технически условия му налагат определени ограничения.

Новото състояние е достижимо, ако съществува допустимо управление, което довежда системата от началното състояние в крайното.

При еднакви начални състояния на дадената динамична система, но при различни допустими управления се получават в общия случай различни функции на състоянието и, следователно различни процеси. Затова има смисъл да се говори за такъв процес, който е оптимален в определен смисъл. Съответстващото на оптималния процес е оптималното управление, съответстващото състояние е оптимално, а съответната траектория е оптимална. В конкретните задачи често трябва да се реализира управление за достигане целта за минималното възможно време, или с минимални разходи на енергия, или с максимален икономически ефект и пр.

2. ПРОБЛЕМ

За решаване на подобни задачи се е развил математически раздел, изучаващ неklasически вариационни задачи. Задачите, които позволяват обаче аналитично решение, са малко на брой и

дори малкото отклонение от първоначалния им вид усложнява решението неимоверно. Има разработени и няколко преки метода за числено определяне на оптималното управление, като едва напоследък, вследствие нарастващата мощ на изчислителните машини, могат да се използват за практически задачи. Тази статия е един опит за прилагане на класически числов метод в среда на МАТЛАБ без ограниченията върху броя на променливите, налагани в класиката.

Дискретно оптимално управление [1,2].

Зададена е динамична система, описана с дискретните уравнения:

$$x_{i+1} - x_i = f_i(x_i, u_i), x_i \in \mathfrak{R}^V, u_i \in \mathfrak{R}^\mu, i = 0, 1, \dots, k-1, \quad (1)$$

където x_i - е фазовото състояние на системата, а u_i - действащото на системата управление в момент i . Да се намери последователността от управления:

$$U = (u_0, u_1, \dots, u_{k-1}) \quad (2)$$

и съответстващата и траектория:

$$X = (x_0, x_1, \dots, x_k), \quad (3)$$

определено от (1), минимизиращо целевата функция:

$$\sum_{i=1}^{u-1} f_i^0(x_i, u_i) + \phi(x_k), \text{ при ограниченията } \begin{aligned} s_i(u_i) &\leq 0, & i = 0, 1, \dots, k-1 \\ g_i(x_i) &= 0, & i = 0, 1, \dots, k \\ q_i(x_i) &\leq 0, & i = 0, 1, \dots, k-1 \end{aligned} \quad (4)$$

Тук всички функции $f_i: \mathfrak{R}^V \times \mathfrak{R}^\mu \rightarrow \mathfrak{R}^V$, $f_i^0: \mathfrak{R}^V \times \mathfrak{R}^\mu \rightarrow \mathfrak{R}^1$, $\phi: \mathfrak{R}^V \rightarrow \mathfrak{R}^1$, $s_i: \mathfrak{R}^\mu \rightarrow \mathfrak{R}^{\mu_i}$, $g_i: \mathfrak{R}^V \rightarrow \mathfrak{R}^{l_i}$, $q_i: \mathfrak{R}^V \rightarrow \mathfrak{R}^{m_i}$ са непрекъснато диференцируеми. Цялото число k задава продължителността на управляемия процес.

3. ПРЕДЛАГАНО РЕШЕНИЕ

За зададената динамична система:

$$r = f(x_0, x_1, \dots, x_k, u_0, u_1, \dots, u_{k-1}) \quad (5)$$

се въвежда се вектор:

$$z = (x_0, x_1, \dots, x_k, u_0, u_1, \dots, u_{k-1}) \quad (6)$$

и се полага:

$$f(z) = \sum_{i=1}^{u-1} f_i^0(x_i, u_i) + \phi(x_k) \quad (7)$$

$$r(z) = \begin{pmatrix} x_1 - x_0 - f_0(x_0, u_0) \\ \vdots \\ x_k - x_{k-1} - f_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) \\ g_0(x_0) \\ \vdots \\ g_k(x_k) \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$f(z) = \begin{pmatrix} q_0(x_0) \\ \vdots \\ q_k(x_k) \\ s_0(u_0) \\ \vdots \\ s_{k-1}(u_{k-1}) \end{pmatrix} \tag{9}$$

Тогава задачата за дискретното оптимално управление добива вида на задача от нелинейното програмиране:

$$\min\{f^0(z) \mid f(z) \leq 0, r(z) = 0\} \tag{10}$$

Тази задача може да се реши лесно с готовите пакети на приложните програми като MATLAB, Mathematica и др.

4. ПРИМЕР

4.1. Аналитично решение:

За поясняване на предлагания метод може да се разгледа пример на базата на аналитично решим пример за оптимално управление. Зададената механична система се описва с:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= v \\ \dot{v} &= u \\ y(0) = v(0) &= 0, \quad y(1) = v(1) = 1. \end{aligned} \tag{11}$$

Да се намери оптимално управление, при което се минимизира интеграла:

$$\mathfrak{J} = \int_0^1 u^2 dt. \tag{12}$$

След решение, според принципа за максимума на Понтрягин[3], се получава:

$$u(t) = -6t + 4 \tag{13}$$

4.2. Числено решение:

Първоначално за изясняване на процеса са избрани само 5 интервала на разделяне на изследвания период.

$$k = 5, \quad \Delta t = \frac{1}{5}, \quad z = (y_1, y_2, \dots, y_5, v_1, v_2, \dots, v_5, u_1, u_2, \dots, u_5) \tag{14}$$

$$r(z) = \begin{pmatrix} \frac{y_1 - y_0}{\Delta t} = v_1 \\ \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = u_0 \cdot v_0 + k \cdot y_1 \\ \dots \\ \frac{y_5 - y_4}{\Delta t} = v_5 \\ \frac{v_5 - v_4}{\Delta t} = u_4 \cdot v_4 + k \cdot y_5 \end{pmatrix} \quad r(z) = \begin{pmatrix} \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = x_8 \\ \frac{x_8 - x_7}{\Delta t} = x_{13} \cdot x_7 + k \cdot x_2 \\ \dots \\ \frac{x_6 - x_5}{\Delta t} = x_{12} \\ \frac{x_{12} - x_{11}}{\Delta t} = x_{17} \cdot x_{11} + k \cdot x_6 \end{pmatrix}$$

$$r(z) = \begin{cases} x_2 - x_1 - x_8 \Delta t = 0 \\ x_3 - x_2 - x_9 \Delta t = 0 \\ x_4 - x_3 - x_{10} \Delta t = 0 \\ x_5 - x_4 - x_{11} \Delta t = 0 \\ x_6 - x_5 - x_{12} \Delta t = 0 \\ x_8 - x_7 - x_{13} \cdot x_7 \cdot \Delta t - k \cdot x_2 \cdot \Delta t = 0 \\ x_9 - x_8 - x_{14} \cdot x_8 \cdot \Delta t - k \cdot x_3 \cdot \Delta t = 0 \\ x_{10} - x_9 - x_{15} \cdot x_9 \cdot \Delta t - k \cdot x_4 \cdot \Delta t = 0 \\ x_{11} - x_{10} - x_{16} \cdot x_{10} \cdot \Delta t - k \cdot x_5 \cdot \Delta t = 0 \\ x_{12} - x_{11} - x_{17} \cdot x_{11} \cdot \Delta t - k \cdot x_6 \cdot \Delta t = 0 \\ x_1 = 1 \\ x_7 = 1 \\ x_6 = 0 \\ x_{12} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

Задачата се свежда до минимизация на:

$$\mathfrak{J} = \int_0^1 u^2 dt = \left(\sum_{13}^{17} x_i^2 \right), \quad (16)$$

$$\vec{A} \times \vec{X} = \vec{b}, \quad (17)$$

$$\vec{X} = (x_1, x_2, \dots, x_{12}), \quad (18)$$

$$\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_{12}), \quad (19)$$

$$\vec{A} (14 \times 17) \text{ се определят от } \begin{cases} \frac{1}{\Delta t} x_1 - \frac{1}{\Delta t} x_0 - v_0 = 0 \\ \frac{1}{\Delta t} x_2 - \frac{1}{\Delta t} x_1 - v_1 = 0 \\ \frac{1}{\Delta t} x_{i+1} - \frac{1}{\Delta t} x_i - v_i = 0 \\ \dots \\ y_0 = 0 \\ v_0 = 0 \\ y_5 = 1 \\ v_5 = 1 \end{cases} \quad (20)$$

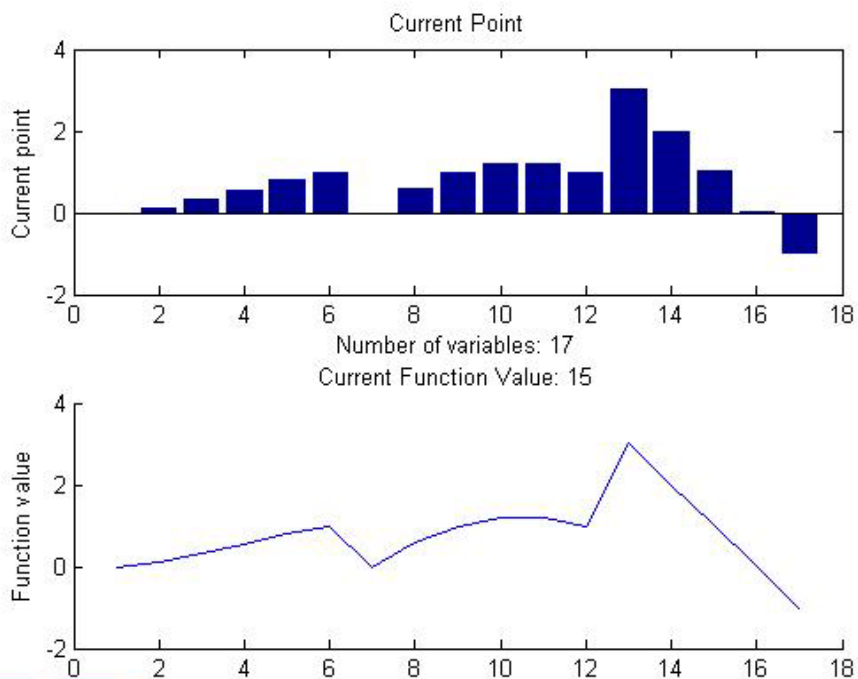
$$\vec{A} =$$

| | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | x_9 | x_{10} | x_{11} | x_{12} | x_{13} | x_{14} | x_{15} | x_{16} | x_{17} |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | y_0 | y_1 | y_2 | y_3 | y_4 | y_5 | v_0 | v_1 | v_2 | v_3 | v_4 | v_5 | u_0 | u_1 | u_2 | u_3 | u_4 |
| 1 | -1 | 1 | | | | | | -1/k | | | | | | | | | |
| 2 | | -1 | 1 | | | | | | -1/k | | | | | | | | |
| 3 | | | -1 | 1 | | | | | | -1/k | | | | | | | |
| 4 | | | | -1 | 1 | | | | | | -1/k | | | | | | |
| 5 | | | | | -1 | 1 | | | | | | -1/k | | | | | |
| 6 | | | | | | | -1 | 1 | | | | | -1/k | | | | |
| 7 | | | | | | | | -1 | 1 | | | | | -1/k | | | |
| 8 | | | | | | | | | -1 | 1 | | | | | -1/k | | |
| 9 | | | | | | | | | | -1 | 1 | | | | | -1/k | |
| 10 | | | | | | | | | | | -1 | 1 | | | | | -1/k |
| 11 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | |

$$\vec{b} =$$

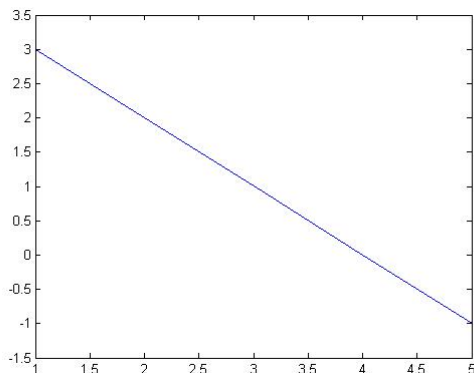
| b_1 | b_2 | b_3 | b_4 | b_5 | b_6 | b_7 | b_8 | b_9 | b_{10} | b_{11} | b_{12} | b_{13} | b_{14} | b_{15} | b_{16} | b_{17} |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Резултатите след оптимизацията са показани на Фиг. 1.



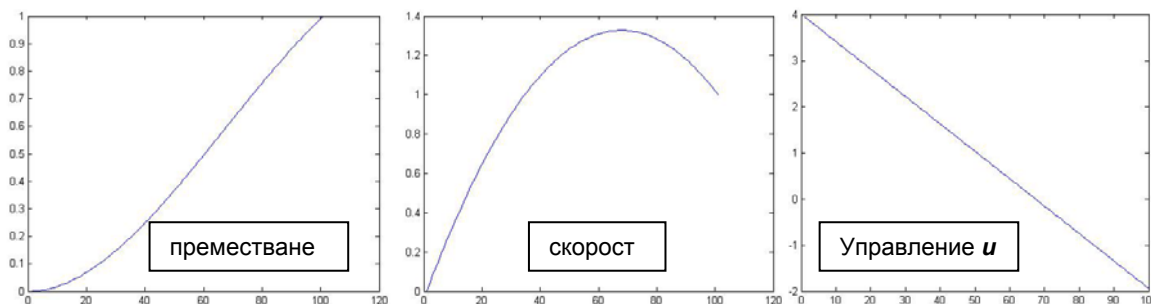
Фиг. 1. Резултати след оптимизацията

Полученото оптимално управление $u = f(t)$ е показано на Фиг. 2.



Фиг. 2. Резултати след оптимизацията

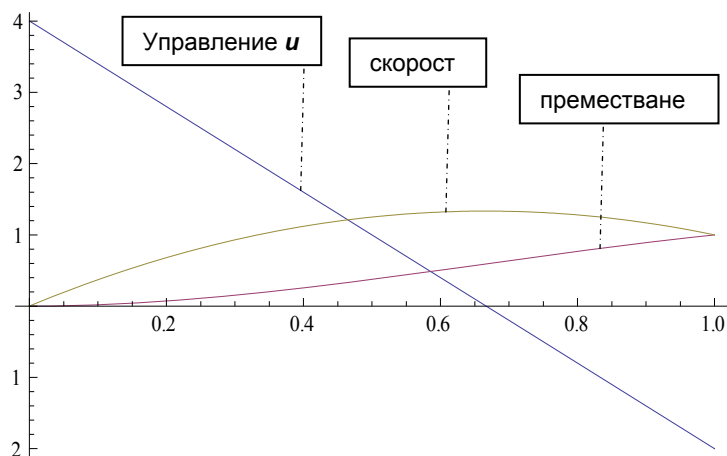
Посоченият брой на интервалите е само за обяснение на процеса. За по точно решение на задачата интервала е разделен на 100 т.е. $k = 100$. Резултатите след оптимизацията са показани на Фиг. 3.:



Фиг. 3. Резултати след оптимизацията при $k=100$

5. СРАВНЕНИЕ НА РЕЗУЛТАТИТЕ

Сравняването на теоретичното решение, чиято графика е показана на Фиг. 4, с полученото чрез числено решение, чиято графика е показана на Фиг. 3, показва пълно съвпадение при брой на интервалите $k = 100$.



Фиг. 4. Резултати от теоретичното решение