

МОДЕЛИ НА ТРАНСПОРТНИЯ ТРАФИК В АВТОМАГИСТРАЛИ -част I

Василка Стоилова

***Резюме-** Направен е обзор на математически модели и формални апарати на прилагани при формализация на процеси в транспортен трафик. Тези формални модели се използват при дефиниране и решаване на задачи за управление на транспортни потоци с различни приложения. Моделите са класифицирани според различни прилагани критерии.*

***Ключови думи-** Транспортен трафик, модели на транспортния трафик*

HIGHWAY TRAFFIC MODELS -Part I

Vassilka Stoilova

***Abstract-** An overview is presented concerning the different mathematical models and formal relations used for the formalization of the system behavior in transport flows. These formal models are implemented for the definition and solution control problems for traffic flows with various applications. The models are classified applying several sets of criteria.*

***Keywords-** Transport traffic, traffic models*

Въведение

Транспортните потоци, към които се отнася и транспортния трафик в автомагистрала, са сложни системи, за чието формализиране се прилагат различни модели и формални апарати. Областта на приложение на моделите влияе върху конкретния избор на прилагани зависимости.

В настоящия обзор, цел на настоящата разработка, е направена класификация на прилаганите формални модели използвани в областта на транспортни системи. Работата е представена в две неразривно свързани части. Това е първата, която съдържа: въведението; класификацията на моделите според: нивото на детайлизиране, типа на променливите, функционалността на моделите, начина на представяне на физическите процеси, други критерии; анализа на микроскопичните, мезоскопичните, макроскопичните модели от първи ред. Втората част е посветена на: анализа на макроскопичните от втори ред и хидродинамичните модели; анализ и литература.

Систематизираните модели са оценявани според избраните критерии: ниво на детайлизиране; типа на променливите; функционалността; начина на представяне на физическите процеси; други критерии;

2. Класификация на видовете модели на трафика в автомагистралаи

2.1. Класификация на моделите според нивото на детайлизиране

Нивото на детайлизация на моделите на транспортния трафик, е един от най-често използваните методи за разграничаване на различните модели

- *Макроскопични модели*: базира се на потока на флуиди.
- *Мезоскопични модели*: разглежда динамиката на група от превозни средства.
- *Микроскопичен модел*: базира се на динамиката на индивидуалните превозни средства.

2.2. Класификация според типа на променливите

Според типа на променливите, използвани в математическото описание моделите са *непрекъснати* и *дискретни*. Непрекъснатите модели се дефинират в като непрекъснати функции на времето [Lighthill 1955], [Payne 1971], [Helbing 1995], [Hoogendoorn 2001]. Независимо от аналитичното им описание тези модели са сложни за решаване и прилагане за цели на управление в реално време. Затова аналитичните модели се дискретизират и такива дискретни модели са използвани в работите на [Daganzo 1994, 1995c], [Wolf 1999], [Helbing 1999c]. Особеност на дискретните модели е, че при тях се използват числени итеративни изчислителни алгоритми. Прилагат се и смесени модели (полудискретни) [Smulders 1990].

2.3. Класификация според функционалността на моделите

Функционалността на моделите се дефинира според вида на получаваното решение: *аналитично решение* или *програмно симулирано решение*. Аналитичните решения имат вида на система линейни или нелинейни уравнения, които описват динамиката на системата като функция на времето. Аналитичните модели [Awashti 2004] представят комбинация на променливи на състоянието и на управлението, критерии и зависимости между тези елементи. Обикновено при управлението се прилага само един критерии, а останалите се отчитат под формата на условия и ограничения. Аналитичните модели целят да се намери зависимостта между променливите на състоянието и управлението. Симулираните програмни решения прилагат числени аналитични зависимости, но изпълнявани в случаен ред съгласно програма за симулация. Програмните системи повтарят по програмен път явленията в транспортните системи, събират статистика за брой и вид възникнали събития и предоставят статистически анализ за появата на такива събития. Чрез тях се подпомага прякото тестване на управляващи алгоритми без тези алгоритми да са използвани в реални транспортни системи.

2.4. Класификация според начина на представяне на физическите процеси

Формалното описание на трафика, разглеждан като процес за управление може да се представи формално като *детерминиран* или *стохастичен* процес. Детерминирания подход се основава на точни зависимости, описващи състоянието на обекта. Не се отчитат появата на случайни смущения и въздействия върху транспортната система това позволява да се намират точни зависимости между параметрите на системата, но това не отразява повечето реални условия. В прак-

тиката транспортните системи винаги са под въздействие на случайни явления: изменение в трафика поради инцидент промяна на атмосферни условия и др. За отчитане на случайни смущения се прилагат стохастични модели. При стохастичния подход се отчитат присъствия на случайни променливи, които имат силно влияние върху поведението на системата.

2.5. Класификация според други критерии

Според [De Schutter 1999] основно се прилагат *статични* и *динамични* модели на поведението на трафика. Статичните модели отчитат, че променливите на потока са константни поне за един интервал на разглеждане. Динамичността на системите се отчита неявно. Променливите на системата независимо, че зависят от времето, за определен интервал от време тези променливите се считат като постоянни по стойност. Така динамичните системи се разглеждат по части във времето като статични. Това намалява изчислителната сложност на динамичните модели. Ако се разглеждат детайли на обекта тези модели могат да са *хомогенни* и *хетерогенни*. За хомогенните модели не е необходимо да се опростяват тъй като взаимодействията на обектите са предварително дефинирани. При хетерогенните модели трябва да се разглеждат различни нива на детайлизация.

3. Анализ на микроскопичните модели

Тези модели са възникнали за отчитане по-голяма детайлност на отделни транспортни системи. При микроскопичните модели динамиката на движение се разглежда за отделно превозно средство или няколко такива, които едновременно се движат. Движението се разглежда в подробности и отчитане на въздействия върху всяко превозно средство. При тези модели обикновено се използват числени зависимости за изменение динамиката на поведение на отделните превозно средства. Микроскопичните модели използват зависимости като разстоянията между колите, относителната скорост на движение на колите при отчитане явления като изпреварване, спиране, следване в ред и др. Поведението на групата автомобили дефинира различни режими на каране за всеки автомобил. До 60те години изследователите са се концентрирали върху моделите водеща-следваща кола/коли, поведение на водач- поведение на преследващ го и др. Моделите тип 'car- following' целят поддържането на безопасна минимална дистанция между колите; намаляване на спирачен път; избягване на допълнителни ускорения, за да се икономисва гориво и ресурси. Един първи модел на микроскопична транспортна система е представен в [Pipes 1953] и подобрен такъв в [Forbes 1958]. Те определят автоматично линейно нарастване на безопасното разстояние между колите при увеличаване на скоростта на тяхното движение. Използвана е аналитичната зависимост за безопасното разстояние D_n на кола n следваща предна кола D_{n-1} чрез (1), където L_n е дължината на колата, а v е скоростта.

$$D_n(v) = L_n \left(1 + \frac{v}{16,1} \right) \quad (1)$$

Подобрен динамичен модел е разработен и в [Leutzbach 1988] където се отчитат три параметъра: време за оценка на разстоянието между колите, време за взимане на решение от водача и време за спиране/намаляване скоростта на движение

на автомобила. Общото време на реакция T включва и реакцията на шофьора да спре без да провокира колизия със задно движещия се автомобил при внезапно спиране на превозното средство движещо се отпред. Безопасното разстояние между такива два автомобила се дава с уравнение (2),

$$D_n(v) = L_n + T \cdot v + v^2 / (2 \cdot \mu \cdot g) \quad (2)$$

където μ е сцепление на автомобила с пътя; g е ускорението за спиране на автомобила; T и v са време за реакция и скорост на движение. Към тази зависимост [Jepsen 1998] добавя допълнителен рисков фактор F . Този фактор определя връзка между скоростта и опитността на шофьорите според тяхната, възраст, физическо състояние, спазване условията на пътищата, потенциал на опитност и др. Този нов модел представя зависимостта (3) за безопасното разстояние

$$D_n(v) = L_n + d_{min} + v(T + v \cdot F) \quad (3)$$

където d_{min} е параметър за възможно минимално разстояние между две последователни коли. Друг модифициран модел от типа 'car-following' се основава на модела стимул -реакция. Реакцията се състои в спиране или ускоряване на преследващия автомобил. В [Chandler 1958] такъв модел е представен чрез (4),

$$a_n(t + T) = \gamma(v_{n-1}(t) - v_n(t)) \quad (4)$$

където v_n е скоростта на автомобила, a_n е ускорението, γ е функция на чувствителността. Тази функция се апроксимира съгласно [Gazis 1961] чрез (5)

$$\gamma = \frac{c(v_n(t + T))^m}{(x_{n-1}(t) - x_n(t))} \quad (5)$$

където x_n е позицията на задната кола, а x_{n-1} на предната кола; m е избран ред на системата; T е времето за реакция на водача; t е текущо време.

Недостатъците на тези модели идват от допускането, че потокът от коли е хомогенен и че шофьорите реагират винаги адекватно на промяната на скоростта на предната кола. Тези модели не отчитат феномена за промяна на геометрията на пътното платно и се прилагат само за идеализиран случай на шосе с едно платно [Newell 1961], [Hermann 1959], [May 1990].

Друг формален апарат прилаган в микроскопични модели е този на крайните автомати. В [Nagel 1998], [Wolf 1999] пътят е разделен на сегменти с дължина 7,5м като всеки сегмент е в динамично състояние „празен“ или „зает“ от колата. Дискретата на времето е фиксирана на една секунда, което съответства на време за реакция на водача.

При детерминирани микроскопични модели, изменението на скоростта се отчита в два случая: ускорение за достигане необходимата скорост на движение на колата; намаление/отрицателно ускорение за избягване на риск от колизии/сблъскване между водещ- следващ автомобили. Към тези два динамични случая може да се добави и трети процес за случайно намаляване на скоростта от непредвидени обстоятелства. Тези модели се наричат 'particle hopping' [Nagel 1996]. Движението на автомобилите се разглежда като последователност от движения по дискретни „клетки“ на шосето. Движението на автомобила се формализира като преминаване от клетка в клетка за всяко дискретна стойност на времето. Скоростта на колите може да взема различни стойности от предварително дефинирано множество, а не напълно произволни стойности. При зада-

дени скорост v_n и v_{n-1} и местоположение x_n и x_{n-1} на две последователни коли n и $n-1$, разстоянието d_i между тях изразено чрез брой свободни клетки се задава с уравнението:

$$d_i = x_{n-1} - x_n$$

С прилагане законите на промяната на крайните автомати се дефинират следните правила на изменение динамиката на движение:

- 1) При скорост $v_n < v_{\max}$, текущата скорост на кола n се увеличава с една стъпка, че скоростта на кола n се увеличава с една стъпка.: $v_n(t) \rightarrow \min(v_n + 1, v_{\max})$;
- 2) Отчитане на случайно смущение върху скоростта: скоростта на кола n се намалява по случаен начин с вероятност R за отчитане на случайното смущение: $v_n(t) \rightarrow \max(v_{\max} - 1, 0)$;
- 3) Отчитане на намаляване на ускорението: прилага се зависимостта $\text{round}(d_i + (1-\alpha)v_n - 1) < v_n$. Тази зависимост отчита, че скоростта на кола n , $v_n(t)$ се намалява до нивото $\min[v_n$ или $\text{round}(d_i + (1-\alpha)v_n - 1)]$, $\alpha \in [0, 1]$,

4) Движението на колата е дефинирано като преместване напред от клетка в клетка със средна скорост v_n определена от предишните три точки $x_n \rightarrow x_n + v_n$. Прилагането на формалния апарат на крайните автомати позволява да се разработят модели за трафик между последователност от коли; програмите са симулиращи движението имат проста динамика и могат бързо да моделират. Те позволяват да се възпроизведат различни феномени като вълни на шок или нестабилност на трафика. Недостатък на тези модели е трудността да се калибрират с реални данни. Областта им на приложение включва прогнозиране на трафик, анализ на един поток от данни, анализ за няколко потока по една улица и др. Моделите за симулация могат да се разширят и за мрежа от автомобилни улици. В този случай автомобилите се разглеждат като материални частици чрез агрегиране на материалните частици се цели да се моделира поток от транспортни средства. Численото решаване на агрегирани материални потоци се използва за описание на транспортния трафик. Модели за дискретизация са прилагани в [Hockney 1988]. В системата INTEGRATOR такива модели са прилагани и за описание стохастичното движение на пешеходци [Hoogendorn 2000].

4. Мезоскопични модели

Това е междинно ниво за моделирането на транспортен трафик. Описанието на системата се прави с функции с вероятностно разпределение за отделните превозни средства. Разпределението на вероятността се прилага за оценяване на движението на автомобилите. Отчитат се фактори като поведението на шофьора, ускорението на автомобила, промяна на местоположението на автомобила на пътно платно, отчитане на взаимодействие между колите (изпреварване). Мезоскопичните модели използват аналогията за динамиката на газово частици (кинетика на газ). В литература [Paveri-Fontana 1975], [Hoogendorn 2000a], [Branston 1976], [Buckley 1968] движението на автомобилите в пространството се описва като поведение на клъстър (група автомобили). Параметрите на клъстъра отразяват плътността на автомобилите в пространството, скоростта на клъстъра, координиране на автомобилите в клъстъра. Формалните зависимости на тези модели произтичат от статистическата физика и формализи-

рат изменението на плътността на транспортния макроскопичен поток. В [Prigogine 1961, 1971] мезоскопичните кинетични модели дефинират вероятностна функция за разпределение на скоростта за една или за две коли. Тези модели отчитат, че промяната на плътността на автомобилите ρ в времето и пространството се влияят от процеси на конвекция, ускорение до желана скорост; намаляване на ускорение до взаимодействие с другите коли при което скоростта е малка. Модел за кинетиката на газ се дава от уравнението с частни производни (6), където първата компонента $(\partial_t \rho)_{int}$ представя взаимодействията, а втората компонента $(\partial_t \rho)_{acc}$ ускорението. Тези два процеса отделно се представят от уравнение на колизията (7) и на релаксацията (8), където τ е времето за ускорение, V_0 е желаното разпределение на скоростта, w - скорост на вълната на задръстването.

$$\partial_t \rho + v \partial_x \rho = (\partial_t \rho)_{int} + (\partial_t \rho)_{acc} \quad (6)$$

$$(\partial_t \rho)_{int} = (1 - \pi) \rho(x, v, t) \int (w - v) \rho(x, w, t) dw \quad (7)$$

$$(\partial_t \rho)_{acc} = -\partial_v (\rho(V^0(v|x, t) - v)/\tau) \quad (8)$$

Различни подобрения на кинетичните модели са правени от [Paveri-Fontana 1975], [Nelson 1995, 1997, 1998], [Beylich 1978]. Те пренебрегват предположението, че скоростта на забавяща движението кола и спираща кола не са корелирани (нямат връзка една с друга). Приема се, че кола с намаляваща скорост или спираща кола са корелирани състояния и имат връзка една с друга. Други версии за много класове [Hoogendorn 1998] и повече платна [Helbing 1996] и [Klar 1998] също са разработени. [Hoogendorn 2000] разработва общ модел, който отчита непрекъснати и дискретни характеристики на желаната скорост, на класа на автомобила, на платното на пътя, крайната точка на пътя и други. Тези уравнения формализират явления като конвекция, ускорение, прекъсвания на процеса. Подобрения модел съдържа желаната скорост v^0 като независима променлива в (9).

$$(\partial_t \rho)_{acc} = -\partial_v (\rho(v^0 - v)/\tau) \quad (9)$$

За отчитане вероятностно разпределение на плътността на автомобилите [Hoogendorn 1998] разработва модел и за много класове s коли. Моделът е (10) като процесът за ускорение се дава с (11), а взаимодействието между колите се представя с (12). Параметърът u е класът на колата; $I_{u,s}$ $R_{u,s}$ описват динамичното изменение на колите за същия клас и различни класове с различно u .

$$\partial_t \rho_u + v \partial_x \rho_u = (\partial_t \rho_u)_{int} + (\partial_t \rho_u)_{acc} \quad (10)$$

$$(\partial_t \rho_u)_{acc} = -\partial_v (\rho_u(v^0 - v)/\tau_u) \quad (11)$$

$$(\partial_t \rho_u)_{int} = -(1 - \pi_u) \sum_s (I_{u,s}(x, t) - R_{u,s}(x, t)) \quad (12)$$

В (13) за случай с много платна на пътя в [Helbing 1999a] се отчитат три аспекта на потока като се въвеждат три компонента допълнително към модела.

$$\partial_t \rho_j + v \partial_x \rho_j = (\partial_t \rho_j)_{int} + (\partial_t \rho_j)_{acc} + (\partial_t \rho_j)_{dv} + (\partial_t \rho_j)_{cv} + v_j^+ - v_j^- \quad (13)$$

Първият компонент отчита дифузията на скоростта и за нейните флуктуации, породени от спецификата на всеки шофьор. Вторият термин отчита промените в платното на движение. Третият компонент отчита разсейването, разпръсването на колите. Усложняването на моделите се търси чрез групиране на вериги от коли, като се отчитат фактори за много платна на шосето и много класове коли. Групирането на коли в [Eskafi 1995] се прави за коли, които се придвижват съвместно; приема се, че взаимодействието между колите е в рамките на една верига; взаимодействие с другите вериги е възможно само извън текущата верига. Колата най-отпред е лидер във веригата, а другите са следващи я. Частен случай е една кола една верига.

5. Макроскопични модели

Тези модели са разработени на базата на аналогия с хидродинамиката, според която потокът автомобили може да се приеме като движение на флуид при непрекъснатото му придвижване. Базирано се на принципи, основаващи се на динамиката на газ. При макроскопичните модели трафикът се описва с агрегирани термини, като се отчита плътността ρ , средна скорост v , дебит q и др. Макроскопичните модели имат голямо значение за текущата практика и управление за транспортни системи. Според макроскопичните модели поведението на шофьорите зависи от фактори на прякото обкръжение. Моделите макроскопично се писват с частни диференциални уравнения, независимите променливи от този тип са времето t и местоположението x по дължината на един пътен участък. Зависимите променливи са поток (дебит) q , плътност ρ , скорост v и се разглеждат за отделна секция на пътя. Някои модели могат да се представят с частни диференциални уравнения, които отчитат налягането на дебита q или налягането на скоростта v . Макроскопичните модели започват с уравнения от първа степен-моделът на Lighthill-Whitham-Richards свързан с изменението на плътността, а моделът от втори ред на Payne взема в предвид скоростта, моделът предложен от Helbing е за изменение на три променливи. При макроскопичните модели отделните коли се разглеждат като частици, чиито размери, както и разстоянията между тях са пренебрежими. Дължината на разглеждания участък, който може да е различен от съставлящата инфраструктура също е пренебрежим. Така основните променливи на трафика са: дебит q , скорост v и плътност ρ , които представляват непрекъснати променливи във времето и пространството. В действителност непрекъснатостта на потока коли е само една апроксимация на реалността, но за макроскопичното ниво това допускане е адекватно и е прецизно за регулиране на магистралния трафик. Теорията на трафика не може точно да опише явленията в съответна физическа или математическа област. Законът за консервативността на материята е единственото уравнение, което съответства на реално физическо явление и се отчита при потокът от коли. Другите уравнения представят груби апроксимации и интуитивни идеализации за различни имперични наблюдения. Независимо, че уравнението за непрекъснатост на потока е критикувано [Papageorgiou 1997] този закон винаги се използва при симулации и за макроскопични модели от първи ред. Тези модели са валидирани в изследователски работи както и в практически приложения.

5.1. Модел от първи ред Lighthill-Whitham-Richards

Първи макроскопични модели са дадени независимо в работите на Lighthill и Whitham [Lighthill 1955] и Richards [Richards 1956]. Те прилагат аналогия между потока от коли и потока на флуид, за да създадат един модел с не голяма сложност и широка приложимост. Моделите от типа LWR използват фундаменталната зависимост (14). Уравнението за консервативността (15) и предположението, че скоростта е известна функция на плътността (16). Всъщност (15) е едно уравнение, което позволява да се определи потокът от коли независимо коя секция от пътя се разглежда и включва зависимост между дебит и плътност като функции на независимите аргументи време и пространство.

$$q(x, t) = \rho(x, t) \cdot v(x, t) \quad (14)$$

$$\frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (15)$$

$$v(x, t) = F(\rho(x, t)) \quad (16)$$

Тези модели имат много недостатъци [Daganzo 1995b], [Papageorgiu 1998a], които се основават на много нереалистични допускания. Първото е, че скоростта се адаптира мигновено на желана скорост и че дебита на изхода от вълни на задръствания или стесняване на пътя е равен на капацитета на инфраструктурата. Друга допускание, което не се доказване е да се приеме, че плътността на една вълна от задръствания има по-малка скорост от скоростта, където плътността е по-слаба. Това означава, че опашката ще стигне тялото на шока, което е нереалистично. Моделът LWR не позволява да се представят нестабилностите като тип на трафик 'stop and go' (последователности от ускорения и спиращи пътища при задръствания).

Това е първата част на разработката. Втората част е посветена на: анализа на макроскопичните от втори ред и хидродинамичните модели; заключение и литература.

БЛАГОДАРНОСТИ

Научните изследвания, резултатите от които са представени в настоящата публикация, са по договор № 132ПД0043-08 от 01.04.2013 на НИС на Технически Университет - София за научен проект „Изследване на възможностите на фрактални алгоритми в системите за управление на транспорт“ в помощ на докторанти

Автор: Василка Стоилова, маг. инж. докторант - катедра „Автоматизация на Непрекъснатите Производства“, Факултет Автоматика, Технически Университет - София, E-mail address: vassilka_stoilova@hotmail.com

Постъпила на 15.05.2013

Рецензент проф. д-н Е. Николов