# ОПРЕДЕЛЯНЕ НА УСЛОВИЯТА ЗА ПРАЗЕН ХОД НА ШЕСТЗВЕНЕН ЛОСТОВ МЕХАНИЗЪМ НА ИМПУЛСЕН ВАРИАТОР

Любомир ЦОНОВ<sup>1</sup> Тодор Тодоров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>катедра "Машинни елементи и неметални материали", Технически университет - София, България e-mail: <u>tsonov@tu-sofia.bg</u>

<sup>2</sup>катедра "Теория на механизмите и машините", Технически университет - София, България e-mail: <u>tst@tu-sofia.bg</u>

**Резюме:** В статията се разглежда кинематиката на шестзвенен механизъм с променлива структура и регулируема геометрия, намиращ приложение в импулсните вариатори. Акцентирано е на изследването състоянието на вариатора наречено празен ход, при което въпреки непрекъснатата ротация на входното звено ъгловата скорост на изхода е нула. Намерени са конструктивни решения, при които въпреки липсата на престой на изходното звено, механизмът осигурява празен ход.

Ключови думи: импулсен вариатор, кинематичен анализ, празен ход

#### 1.ВЪВЕДЕНИЕ

Импулсните вариатори с лостови механизми се използват за плавно редуциране и или мултиплициране на входната ъглова скорост чрез регулиране функции. предавателните на Изходното звено, което извършва осцилираща ротация е свързано с изходящия вал чрез еднопосочен съединител. Тази връзка предизвиква импулсно завъртане на изходящия вал за един оборот на входното звено. Неравномерността на изхода се намалява кинематично чрез мултиплициране и дефазиране на изходните импулси като се добавят геометрично равномерно дефазирани идентични механизми. От друга страна плавността на движението зависи и от динамични показатели, които не са предмет на тази публикация. Предавателното отношение

$$i(a) = \frac{W_1}{W_5} \tag{1}$$

на импулсните вариатори е отношението на входящата ъглова скорост  $W_1$  към изходящата  $W_5$ и зависи от стойността на регулиращ геометричен параметър *a*, който е ъгъл, или линейна позиция.

Структурата и геометрията на механизма може да се синтезира, така че за дадена стойност на управляващия параметър да се постигне престой за изходното звено. В този случай изходната ъгловата скорост  $W_5 = 0$ , въпреки че на

входа има непрекъсната ротация. Такова поведение на механизма се прието да се нарича работа на празен ход. Поради конструктивни ограничения идеални условия за празен ход (равнозначно на престой на изходното звено) трудно се постигат.

В настоящата статия чрез кинематичен анализ се прави оценка на възможностите за реализиране на празен ход при регулируем механизъм с шестзвенна структура тип Wat II.

Интересни резултати в тази насока са дадени публикацията Pennock et al. 2009 [9]. Авторите разглеждат шестзвенен лостов механизъм за приложение в импулсни предавки с променливо предавателно отношение. Изходящият вал е свързан с осцилиращо изходно звено чрез еднопосочен съединител. Кинематичният анализ се основава на нов метод, при който са получени кинематични коефициенти спрямо независима променлива. След инверсия, кинематичните коефициенти са изразени във функция на входната променлива на механизма. Така е постигнато декуплиране на позиционните уравнения и е определен механизма за регулиране. Изразен е ъгъла на осцилация в зависимост положението на регулиращото звено и са изследвани екстремните положения. Решена е и обратната задача за определяне вида и размерите на регулиращото звено.

В публикацията на Митрев от 2008 [3], е показан кинематичен анализ на шестзвенен механизъм, намиращ приложение в подемно транспортна машина. Уравненията на позиционния анализ са решени числено, след което са изведени и решени уравненията за скоростите и ускоренията. За пресмятане и анализ на получените уравнения е използван продукта MathCAD.

Приложение на специализирания софтуерен продукт Catia за кинематичен анализ на шестзвенен механизъм е дадена от Shelare et al 2012. Авторите са извели позиционните и предавателните функции. В резултат на подходящ избор на параметрите е постигнато постоянно предавателно отношение за относително голям ход на изходното звено [11].

Romero G et al. 2006 описват оригинален метод за кинематичен анализ, базиран на теория на графите и спецификата на движението на механизмите с една степен на свобода. Авторите прилагат успешно метода за анализ на движението на елементарни механизми от втори клас. Дадено е приложение на метода за осемзвенни механизми [10].

Delyová et all 2011 и Anis A., 2012 в своите публикации демонстрират възможностите на продукта MSC.ADAMS за анализ на лостови механизми [5,4].

Въпреки безспорните предимства на цитираните методи за кинематичен анализ, в настоящата статия се използват класическите методи, които дават решенията в аналитичен вид, с всички улеснения, които следват от това [1,2]. За спецификата на следващи изследвания, касаещи синтеза на механизма кинематичният анализ е сведен метода на Фройденщайн [6,7].

#### 2. СТРУКТУРНА И КИНЕМАТИЧНА СХЕМА. ОСОБЕНОСТИ И ЗАДАЧИ НА КИНЕМАТИЧНИЯ АНАЛИЗ.

Кинематично-конструктивна схема на механичния импулсен вариатор е показана на фиг.1. Той се състои от преобразуващ механизъм, регулиращ механизъм и механизъм за еднопосочен ход. Преобразуващият механизъм включващ звената 1, 2, 3, 4 и 5 е предназначен да преобразува въртеливото движение с постоянна входяща ъглова скорост  $w_1$  на звено 1, във възвратно въртеливото движение (осцилиране) на звено 5. Амплитудата на трептене на звено 5 се променя от регулиращ механизъм, включващ звено 9 и застопоряващ механизъм, намиращ се обикновено в точка  $B_0$ , чрез който точка C заема отделни дискретни стойности от окръжността и остава неподвижна по време на работа. Трептенето на звено 5 се превръща във въртене в една посока от механизма за еднопосочен ход, съставен от изходящият вал 7, лагеруван в стойката 6, заклинващите тела 8 и уголеменият шарнир на звено 5. По време на работния ход, телата 8 са заклинени и превръщат звеното 5 и валът 7 в едно цяло звено. При обратния ход телата 8 са отцепени и звеното 5 и валът 7 могат да се въртят в различни посоки Наличието на механизъм за еднопосочен ход превръща механизма от шестзвенен с една степен на свобода по време на работния ход в механизъм със седем звена и две степени на свобода при обратния ход. Така, от структурна гледна точка механизмът се класифицира като, механизъм с променлива структура, а наличието на регулиращ механизъм, го определя и като механизъм с променлива геометрия. Структурата по време на работа отговаря на структурна схема Watt II, с още една особеност – в шарнира В са свързани звена 2, 3 и 4. Той е сдвоен и равнозначен на два шарнира. В този си вид структурата е изградена от едно тернарно и пет бинарни звена. Описаната структура е подходяща за работа на импулсния вариатор в режим на редукция с променливо предавателно отношение, т. е. за i(a) > 1.

При положение регулиращия на механизъм, реализиращо  $W_5 = 0$ , може да се смята, че  $i = \infty$ . Този случай, наречен "работа на празен ход" е особено важен при използването на вариатора за задвижване на различни мобилни машини, трактори, косачки и автомобили, понеже премахва необходимостта от използването на съединител. На практика, при този режим на работа, в някои импулсни вариатори ce наблюдава известно увличане на изходящия вал, т. е. ω<sub>5</sub> е близка, но не е равна на нула. Затова е необходимо това състояние при кинематичния анализ да се разгледа по-обстойно. B публикацията [10], за друг тип шестзвенна структура, е обърнато внимание на този случай, но предложението на авторите е трудно осъшествимо в реална конструкция.



Фиг.1. Конструктивно-кинематична схема на механичния импулсен вариатор.

# 3. КИНЕМАТИЧЕН АНАЛИЗ

На фиг. 2 е показана кинематичната схема на механизма. Приети са означенията: OA = r, AB = l, BC = R,  $OC = d_1$ , BD = L, DE = k,  $CE = d_2$ , FC = m.

Положението на точка C се определя, чрез завъртане на лост FC на ъгъл a около неподвижната точка F, от което следва

$$x_C = x_F + m\cos a, \quad y_C = y_F + m\sin a.$$
 (2)

Ъгълът a се фиксира в определен интервал  $a_s \le a \le a_f$  и тук се приема за даден. В този случай за дължините на стойката са в сила зависимостите:

$$d_1 = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}, \ d_2 = \sqrt{\left(x_C - x_E\right)^2 + \left(y_C - y_E\right)^2}.$$
 (3)

За улесняване на анализа са приети следните означения

$$f_1 = j_1 - a_1$$
  $f_2 = j_2 - a_1$   $f_3 = j_3 - a_1$  (4)

<sup>H</sup>  
$$f_{3}^{H} = j_{3} - a_{2}$$
  $f_{4} = j_{4} - a_{2}$   $f_{5} = j_{5} - a_{2}$  (5)

където

$$a_1 = \arctan \frac{y_C}{x_C}$$
  $a_2 = \arctan \frac{y_C}{x_E - x_C}$ . (6)

Проектира се векторното уравнение

$$r + l + R = d_1$$
 (7)

върху лъча ОС и лъча перпендикулярен на ОС минаващ през точка О, откъдето следва системата тригонометрични уравнения

$$\begin{vmatrix} r\cos f_1 + l\cos f_2 + R\cos f_3 = d_1 \\ r\sin f_1 + l\sin f_2 + R\sin f_3 = 0, \end{vmatrix}$$
(8)

която се представя във вида

$$l\cos f_{2} = d_{1} - r\cos f_{1} - R\cos f_{3}$$
  

$$l\sin f_{2} + = -r\sin f_{1} - R\sin f_{3}.$$
(9)



Фиг.2 Кинематична схема на механизма.

Двете уравнения се повдигат на квадрат и се сумират, от което е получено

От уравнение (13) е изведено

$$l^{2} = d_{1}^{2} - r^{2} - R^{2} + 2rR\cos f_{1}\cos f_{3} + 2rR\sin f_{1}\sin f_{3} - 2d_{1}r\cos f_{1} - 2d_{1}R\cos f_{3}$$
(10)

Горният израз е преобразуван до

$$d_1^2 - l^2 - r^2 - R^2 + 2rR\cos(f_1 - f_3) - -2d_1r\cos f_1 - 2d_1R\cos f_3 = 0$$
(11)

След разделяне на 2*rR* и полагане на

$$p_1 = \frac{d_1^2 - l^2 - r^2 - R^2}{2Rr} \quad p_2 = \frac{d_1}{R} \quad p_3 = \frac{d_1}{r} \quad (12)$$

уравнение (11) е записано във вида

$$p_1 - p_2 \cos f_1 - p_3 \cos f_3 + \cos(f_1 - f_3) = 0, \quad (13)$$

което е уравнението на Фройденщайн (Ferdinand Freudenstein 1926–2006) за шарнирен четиризвенник *OABC* [6,7].

$$f_{3} = \arctan_{2}\left[\frac{1}{\sin f_{1}Z_{1}}(p_{1} - p_{2}\cos f_{1} \pm p_{3}S_{1} + p_{2}\cos^{3}f_{1} - p_{1}\cos^{2}f_{1} \pm \cos f_{1}S_{1}), (14), \frac{1}{Z_{1}}(p_{2}\cos f_{1}^{2} + p_{3}p_{1} - p_{1}\cos f_{1} - p_{2}p_{3}\cos f_{1} \pm S_{1})]\right]$$

където

$$Z_1 = p_3^2 + 2p_3 \cos f_1 - 1, \tag{15}$$

$$S_1 = \sin f_1 \sqrt{\left(p_2 \cos f_1 - p_1\right)^2 + Z_1},$$
 (16)

Векторния контур

$$R - L - k = d_2$$
 (17)

се проектира върху лъч СЕ и лъча перпендикулярен на СЕ минаващ през точка С, от където е получена системата

$$R\cos f_{3}^{\prime} - L\cos f_{4} - k\cos f_{5} = d_{2}$$

$$R\sin f_{3}^{\prime} - L\sin f_{4} - k\sin f_{5} = 0,$$
(18)

която е записана във формата

$$-L\cos f_4 = d_2 - R\cos f_3^2 + k\cos f_5$$
  
-L\sin f\_4 = -R\sin f\_3^2 + k\sin f\_5, (19)

След повдигане на втора степен и сумиране на двете уравнения и аналогични преобразувания е изведено

$$d_{2}^{2} - L^{2} - k^{2} + R^{2} - 2Rk\cos(f_{5} - f_{3}^{\prime}) - -2d_{2}R\cos f_{3}^{\prime} - 2d_{2}k\cos f_{5} = 0$$
(20)

В горното уравнение са положени

$$p_4 = \frac{d_2^2 - L^2 + k^2 + R^2}{2Rk}$$
;  $p_5 = \frac{d_2}{k}$ ;  $p_6 = \frac{d_2}{R}$ 

(21)

(22)

$$p_4 - p_5 \cos f_3 - p_6 \cos f_5 - \cos (f_5 - f_3) = 0.$$

Това е уравнението на Фройденщайн за контура *CBDE*.

Аналогично на формула (14) е изразено

$$f_{5} = \arctan_{2}\left[\frac{1}{\sin f_{3}^{6}Z_{2}}(p_{4} - p_{5}\cos f_{3}^{6} \pm p_{6}S_{2} - p_{4}\cos^{2} f_{3}^{6} + p_{5}\cos^{3} f_{3} \pm \cos f_{3}^{6}S_{2}), -p_{4}\cos^{2} f_{3}^{6} + p_{5}\cos^{3} f_{3} \pm \cos f_{3}^{6}S_{2}), -\frac{1}{Z_{2}}\left(p_{5}\cos f_{3}^{6} - p_{6}p_{4} + p_{4}\cos f_{3}^{6} - p_{5}p_{6}\cos f_{3}^{6} \pm S_{2}\right)\right]$$

$$(23)$$

където

$$Z_2 = p_6^2 + 2p_5 \cos t_3^{\prime\prime} + 1, \qquad (24)$$

$$S_2 = \sin \frac{p_0}{p_0} \sqrt{\left(p_5 \cos \frac{p_0}{3} - p_4\right)^2 - Z_2}, \quad (25)$$

От формули (4) и (5) следва

$$j_3 = f_3 + a_1 = f_3^{\nu_0} + a_2,$$
 (26)

$$f_3^{h} = f_3 + a_1 - a_2. \tag{27}$$

След заместване на формули (27) и (14) в израза (23) се намира функцията на положението  $f_5 = f_5(f_1)$ , която след като се вземат предвид трансформациите (4) и (5) приема вида  $j_5 = j_5(j_1)$ .

Първите предавателни функции се намират след диференциране на уравнения (13) и (22) спрямо  $f_1$ .

$$\frac{d}{df_1} \Big[ p_1 - p_2 \cos f_1 - p_3 \cos f_3 + \cos (f_1 - f_3) \Big] = 0, (28)$$

$$p_2 \sin f_1 + p_3 \sin f_3 f_3' - \sin \left( f_1 - f_3 \right) f_3' = 0, \quad (29)$$

$$f'_{3} = \frac{\left[p_{2}\sin f_{1}\right]}{\sin\left(f_{1} - f_{3}\right) - p_{3}\sin f_{3}},$$
(30)

$$\frac{d}{df_1}[p_4 - p_5\cos(f_3 + a_1 - a_2) - (31) - p_6\cos f_5 - \cos(f_5 - f_3 - a_1 + a_2)] = 0,$$

$$p_{5}\sin(f_{3}+a_{1}-a_{2})f'_{3}+p_{6}\sin f_{5}f'_{5}++\sin(f_{5}-f_{3}-a_{1}+a_{2})(f'_{5}-f'_{3})=0,$$
(32)

$$f_{5}' = \frac{\sin(f_{5} - f_{3} - a_{1} + a_{2}) - f_{3}' [p_{5} \sin(f_{3} + a_{1} - a_{2})]}{\sin(f_{5} - f_{3} - a_{1} + a_{2}) + p_{6} \sin f_{5}}$$
(33)

Вторите предавателни функции са изведени след повторно диференциране на уравнения (13) и (26) и решаване на получените линейни уравнения спрямо  $f_3''$  и  $f_5''$ .

Понеже във формули (4) и (5)  $f_3$  и  $f_5$  се различават от  $j_3$  и  $j_5$  с константи, следва че

(34)

$$j'_{3} = f'_{3} \quad j''_{3} = f''_{3}$$

$$j'_{5} = f'_{5} \quad j''_{5} = f''_{5}.$$
 (35)

Освен решенията (14) и (23), в литературата например Khrurmi et al [4] уравнението на Фройденщайн се извежда в друга по-популярна форма.

Използвайки горните уравнения е създадена програма, с която се решават уравненията и изчертават графиките, като са използвани данните на реален механизъм.

#### 4. РЕЗУЛТАТИ ОТ КИНЕМАТИЧНИЯ АНАЛИЗ.

При работа в режим на празен ход, при въртене на входното звено 1 с каквато и да е ъглова скорост, изходящото звено 5, не трябва да извършва никакво движение т.е.  $\omega_5=0$ . Празен ход се реализира, когато, точка С, ротирайки около точка F, е заела положение  $C_0$  върху правата BD и звената 3 и 4 се припокриват. Това положение е показано на Фиг. 3, като за начално е прието положението ОА0В0D0. Ъгълът заключен между правите  $OA_0$  и OE е означен с  $\varphi_{I(0)}$  и това е началното положение, като посоката на въртене е по часовниковата стрелка. Ъгълът заключен между вертикалната права минаваща през точка Е и правата  $ED_0$  е означен с  $\varphi_{5(0)}$ , а ъгълът между BCи хоризонталната права минаваща през точка F е означен с α<sub>0</sub>. Анализът извършен за това положение на точка С и въртене на звено 1 по часовниковата, с начало точка  $A_0$  е показан на графиките на фиг. 4, 5 и 6. На фиг. 4 е показано



Фиг. 3. Положение на механизма при работа на празен ход



**Фиг. 4.** Функция на положението  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$ .







изменението  $\varphi_5$  във функция от  $\varphi_1$ . Вижда се, че за едно завъртане на звено 1, ъгълът  $\varphi_5$  два пъти достига максимум, като първата стойност е по-малка от втората. Първата стойност се получава при 270<sup>0</sup> или 85<sup>0</sup> от началото (точка  $A_0$ ) и нарастването е  $\Delta \varphi_5 = 0,26^0$ . Вторият пик е при  $100^0$  или 260<sup>0</sup> от началната точка и  $\Delta \varphi_5 = 0,30^0$ . Така за едно завъртане се получават два работни хода на изходящото звено. На фиг. 5 и 6 се виждат скоковете в ъгловата скорост и ускорението.

По нататък анализът е извършен при нарастване на ъгъл  $\alpha_0$  със стъпка  $0,5^0$ . Вижда се, че първият пик нараства, а вторият намалява не само спрямо първия, но и по абсолютна стойност. На фиг. 7, 8 и 9, са показани графиките на изменение на  $\varphi_5$ ,  $\omega_5$ и  $\varepsilon_5$ , за  $\alpha = \alpha_0 + 3^0$ . Установява се, че при  $\alpha = \alpha_0 +$ 

И

 $3^{0}$ , вторият пик изчезва т.е.  $\varphi_{5}$  и  $\omega_{5}$  са константи, а ускорението е нула. В този случай  $\Delta \varphi_{5} = 1,03^{0}$ , следователно, ако ъгълът на заклинване на механизмите за еднопосочен ход е по голям ще съществува режим на работа на празен ход.



**Фиг. 7.** Функция на положението  $\varphi_5 = \varphi_5(\varphi_1)$ .



**Фиг. 9.** Графика на ъглово ускорение на изходното звено  $\varepsilon_5 = \varepsilon_5 (\varphi_1)$ .

Използването на механизми за еднопосочен ход с големи ъгли на заклинване води до по големи динамични натоварвания особено при режим на работа без изпреварване. Използвайки резултатите от анализа могат да се формулират задачите на синтеза за постигане на празен ход. Освен това се виждат някои преки зависимости като например, за да се получи по-малка стойност на  $\Delta \varphi_5$  трябва да се намали съотношението в дължините между звената 3 и 4.

Импулсни вариатори само с един работен механизъм се изграждат рядко и обикновено работят в режим на изпреварване, така че този ефект на удвояване на импулсите при тях рядко би създал негативни явления. Най често импулсните вариатори се проектират с два и повече паралелно работещи механизма. При два и четири паралелно работещи механизма, които са дефазирани на 180<sup>0</sup> два по два, вторият импулс се припокрива от дефазираният механизъм. Ефектът на удвояване на импулсите е най изразен при три паралелно работещи механизма. Трябва да се има в предвид, че анализът е правен за идеални механизми. При реални механизми, където съществуват хлабини и еластични деформации и при механизмите за еднопосочен ход е наличен сравнително по-голям ъгъл на заклинване, този ефект ще бъде незначителен или няма да съществува.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За да се осъществи режим на работа на празен ход е необходимо да се използват механизми за еднопосочен ход с ъгли на заклинване по големи от  $\Delta \phi_5$ .

Синтезът на механизма трябва да бъде извършен така, че ъгълът  $\Delta \phi_5$  при работа в режим на празен ход, да има минимални стойности.

#### Благодарности

Научните изследвания и резултатите, които са представени в настоящата публикация са финансирани от Вътрешния конкурс на ТУ – София 2012 г. дог. No. 122ПД0020-5.

#### Литература

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин, – М.: Наука, 1988. – 604 с.

2. Константинов М.С., Теория на механизмите и машините, София, Техника, 1959г. с.

3. **Митрев Р. П.,** Компютерный кинематический анализ шестизвенного механизма для привода рабочих органов строительных и дорожных машин, Теория Механизмов и Машин. 2008. № 1. Том 6, стр. 81-88.

4. **Anis A.,** Simulation of Slider Crank Mechanism Using ADAMS Software, International Journal of Engineering & Technology IJET-IJENS Vol:12 No:04, 2012, pp.108-112.

5. **Delyová I, Frankovský P., Hroncová D.,** Kinematic analysis of movement of a point of a simple mechanism, Modelling of Mechanical and Mechatronic systems 2011, pp. 53-59.

6. **Freudenstein F.,** Approximate Synthesis of Four-Bar Linkages, Trans. ASME, Vol. 77, 1955, pp. 853-861.

7. **Freudenstein F.,** Design of Four-link Mechanisms, PhD Thesis, Columbia University, USA, 1954.

8. **Khurmi, R. S., Gupta J. K.,** Theory of Machines, Eurasia Publishing House, 2008, pp. 1003-1008.

9. **Pennock G. R., Israr A.,** Kinematic analysis and synthesis of an adjustable six-bar linkage, Mechanism and Machine Theory, Vol. 44, (2009), pp. 306–323

10. Romero G., Félez J., Martínez L. M., Maroto J., Kinematic analysis of mechanism by using bond-graph language, Proceedings 20th European Conference on Modelling and Simulation ECMS, 2006, pp. 59-65.

11. Shelare S. D., Thakare P. S., Handa C. C., Computer Aided Modelling And Position Analysis of Crank And Slotted Lever Mechanism, International journal of scientific & technology research, Vol 1, (5), 2012 pp. 7-10.

## FREE STROKE DETERMINATION OF A SIX-LINK LINKAGE FOR RATCHETING CONTINUOUS VARIABLE TRANSMISSION

# Lubomir TSONOV<sup>1</sup> Todor TODOROV<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Machine element and nonmetallic materials department, Technical University-Sofia, Bulgaria e-mail: <u>tsonov@tu-sofia.bg</u> <sup>2</sup>Theory of mechanisms and machines department, Technical University-Sofia, Bulgaria

e-mail: <u>tst@tu-sofia.bg</u>

**Abstract:** The paper deals kinematics of six-link mechanism with variable structure and tunable geometry, which is used in the ratcheting continuously variable transmissions (RCTV). The investigation emphasis is at the state of the RCTV called free stroke, at which although the input shaft rotates continuously the angular velocity of the output link is zero. Some design solutions have been found that provide free stroke of the mechanism although the lack of ideal kinematic conditions.

Keywords: ratcheting continuously variable transmission, kinematic analysis, free stroke