Годишник на Технически Университет – София, том 70, книга 4, 2020
Proceedings of the Technical University – Sofia, Volume 70, Issue 4, 2020

МОДИФИЦИРАН МЕТОД ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА МНОГОМЕРЕН ОБЕКТ С ПИД РЕГУЛАТОР И ДЕКУПЛИРАЩА МАТРИЦА

Божидар Раков, Георги Ружеков

Резюме: *Предложена е модифицирана схема за управление на многомерен обект с ПИД регулатор и декуплираща матрица. Целта е подобряване на качеството на процесите в затворената система и увеличаване на запасите по устойчивост. С помощта на релеен експеримент се намира честотата на колебания, ако отворената система е на границата на устойчивост. Тази оценка се използва, за въвеждане на корекция, която увеличава запаса по устойчивост на затворената система.*

Ключови думи: *Многомерен ПИД регулатор, Декуплираща матрица, Управление с две степени на свобода.*

A MODIFIED METHOD FOR CONTROL OF MIMO PLANT USING PID AND DECOUPLING MATRIX

Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov

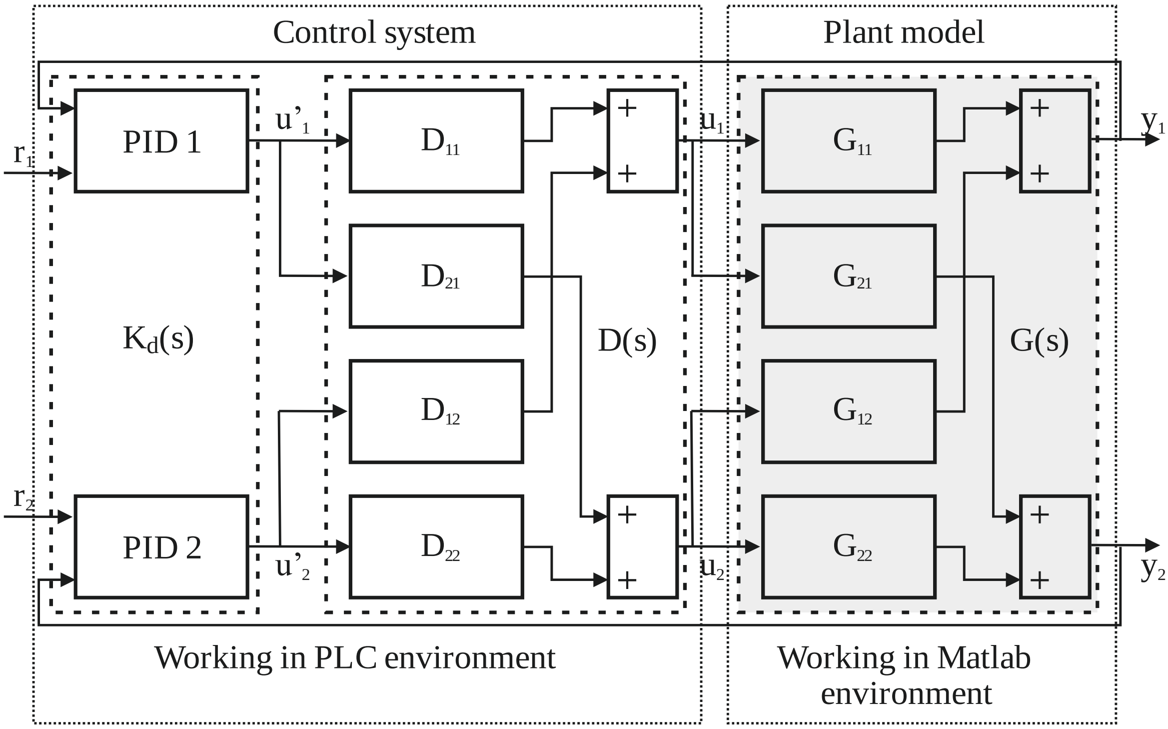
Abstract: *A modified scheme is proposed for control of MIMO plant using a PID and decoupling matrix. The goal better performance of the closed loop systems and increased stability margin. By using a relay experiment an oscillating ultimate frequency is found, when the system is on the verge of instability. Using this estimation one applies a correction, which increases the stability margin of the closed loop system.*

Key words: *Multi-dimensional PID, decoupling matrix, structured singular value.*

1. УПРАВЛЕНИЕ С ДВЕ СТЕПЕНИ НА СВОБОДА

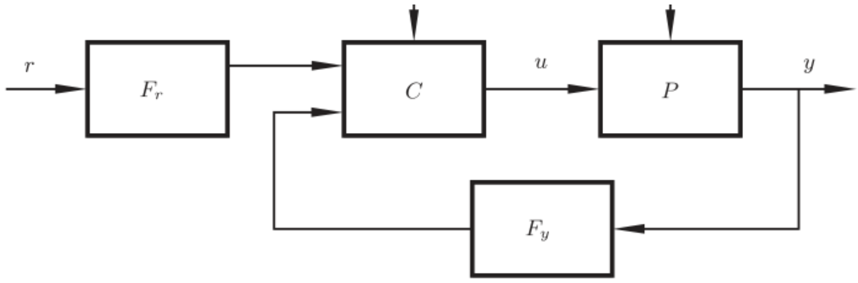
Стандартната схема за управление с декуплираща матрица [1] е показана на фиг. 1. При реализацията ѝ възникват въпроси от гледна точка на реализацията на механизмите за борба с интегралното насищане, както и въпроси по отношение на качеството на затворената система. Често моделът, с който се работи е неточен. Това води до непълна компенсация на взаимното влияние между контурите. Тази остатъчна грешка може да се отчете на етапа на синтез [2], но това може да е за сметка на преходните процеси по задание или товарно смущение. Отделно тази методика не разглежда задачата като многомерна.

ISSN 1311-0829
DOI 10.47978/TUS.2020.70.04.024



Фиг. 1. *Стандартна схема за управление с декуплираща матрица*

Предлага се използване на структурна схема с две степени на свобода, показана на фиг. 2.



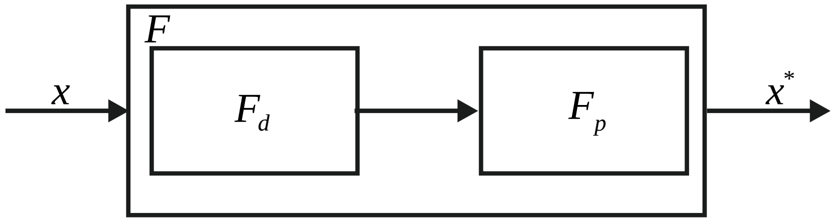
Фиг. 2. *Управление с две степени на свобода*

Връзките между сигналите в затворената система се дават от изрази (1) и (2).

$$y = \left(I + GKF_y\right)^{-1} GKF_r r - \left(I + GKF_y\right)^{-1} GKF_y n + \\ + \left(I + GKF_y\right)^{-1} Gd_i + \left(I + GKF_y\right)^{-1} d \tag{1}$$

$$u_g = \left(I + KF_y G\right)^{-1} KF_r r - \left(I + KF_y G\right)^{-1} KF_y n - \\ - \left(I + KF_y G\right)^{-1} KF_y Gd_i - \left(I + KF_y G\right)^{-1} KF_y d + d_i, \tag{2}$$

където *y* е изходният сигнал на системата, *r* е заданието, *u* е управляващият сигнал, *d* и d_i са товарни смущения на изхода и на входа на обекта съответно. *K* е ПИД регулаторът, F_r и F_y са предавателни матрици, имащи за цел компенсация на взаимните връзки и задаване на желани предавателни функции, *G* е обектът за управление. Нека двете предавателни матрици F_r и F_y да имат следната структура, показана на фиг. 3.



Фиг. 3. *Структура на предавателни матрици F_r и F_y*

Предавателната матрица F_d представлява пълна матрица и се използва за декуплиране на сигнала постъпващ на входа на F. Докато предавателната матрица F_p има диагонална форма и се използва за формиране на желана честотна или времева характеристика на изходния сигнал на F. Тази структура позволява разделянето на задачата за синтез на филтъра F на две отделни. Едната задача се занимава с намирането на декуплираща матрица F_d. Другата задача третира проблема за формиране на желано поведение чрез филтъра F_p.

2. НАМИРАНЕ НА ДЕКУПЛИРАЩИТЕ МАТРИЦИ

Отчитайки уравнение (1), за елиминиране на влиянието между контурите при преходни процеси по задание и то товарно смущение на изхода е необходимо

$$GKF_r = GKF_y = L$$
$$L = diag\{l_{ii}\} \tag{3}$$

В този случай матрицата на компенсатора умножава произведението GK от дясната страна, което означава, че за намирането ѝ е необходимо предварително познаване на регулатора. Може да се покаже, че е възможно провеждане на синтез по процедурата изложена в [2], с цел отчитане на остатъците от компенсацията като неопределеност, а след това преминаване към схема с две степени на свобода. Нека уравнение (3) се запише за частният случай 2x2 (4):

$$\begin{aligned} GKD &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{y_{11}} & f_{y_{12}} \\ f_{y_{21}} & f_{y_{22}} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} g_{11}k_{11} & g_{12}k_{22} \\ g_{21}k_{11} & g_{22}k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{y_{11}} & f_{y_{12}} \\ f_{y_{21}} & f_{y_{22}} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} g_{11}k_{11}f_{y_{11}} + g_{12}k_{22}f_{y_{21}} & g_{11}k_{11}f_{y_{12}} + g_{12}k_{22}f_{y_{22}} \\ g_{21}k_{11}f_{y_{11}} + g_{22}k_{22}f_{y_{21}} & g_{21}k_{11}f_{y_{12}} + g_{22}k_{22}f_{y_{22}} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4}$$

За стандартната схема на декуплиране уравнение (3) на отворения контур, разписан за частният случай 2x2 има вида (5).

$$GDK = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} g_{11}d_{11} + g_{12}d_{21} & g_{11}d_{12} + g_{12}d_{22} \\ g_{21}d_{11} + g_{22}d_{21} & g_{21}d_{12} + g_{22}d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} = \qquad (5)$$
$$= \begin{bmatrix} g_{11}d_{11}k_{11} + g_{12}d_{21}k_{11} & g_{11}d_{12}k_{22} + g_{12}d_{22}k_{22} \\ g_{21}d_{11}k_{11} + g_{22}d_{21}k_{11} & g_{21}d_{12}k_{22} + g_{22}d_{22}k_{22} \end{bmatrix}$$

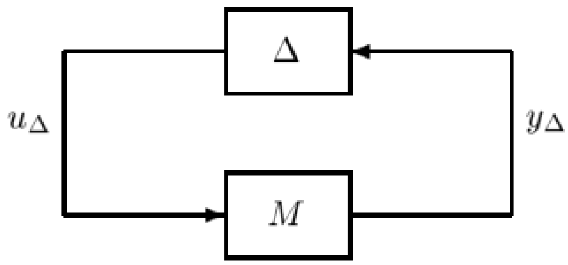
За да бъдат двете уравнения еквивалентни е необходимо за елементите на компенсаторната матрица F_y да се изберат по показания начин (6):

$$f_{y_{11}} = d_{11}, \quad f_{y_{22}} = d_{22}$$
$$f_{y_{12}} = d_{12}\frac{k_{22}}{k_{11}}, \quad f_{y_{21}} = d_{21}\frac{k_{22}}{k_{11}} \qquad (6)$$

Този резултат дава възможност синтезът на ПИД регулаторите да се извършва по стандартната схема на декуплиране, отчитайки взаимните връзки като неопределеност и осигурявайки устойчивост на затворената система. С използване на изразите (6) се преминава към структурна схема с две степени на свобода, показана на фиг. 2. Като последна стъпка, възползвайки се от възможностите на схемата с две степени, могат да се въведат допълнителни корекции в двата филтъра F_r и F_y с цел подобряване на преходните процеси в затворената система или засилване на робастните свойства на системата.

3. ИЗВЪРШВАНЕ НА ДОНАСТРОЙКА

След като е изяснен въпросът с компенсацията, остава въпросът за намиране на диагоналните матрици F_p, за подобряване на робастните свойства и качеството на процесите в затворената система. Предлага се схемата от фиг. 2 да се представи във вид на $M - \Delta$ контур, за анализ на устойчивостта.

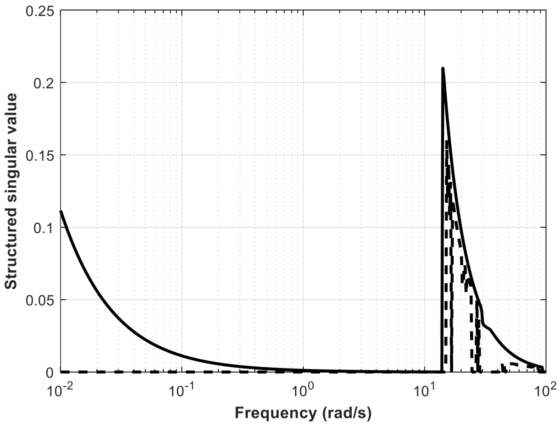


Фиг. 4. $M - \Delta$ *контур*

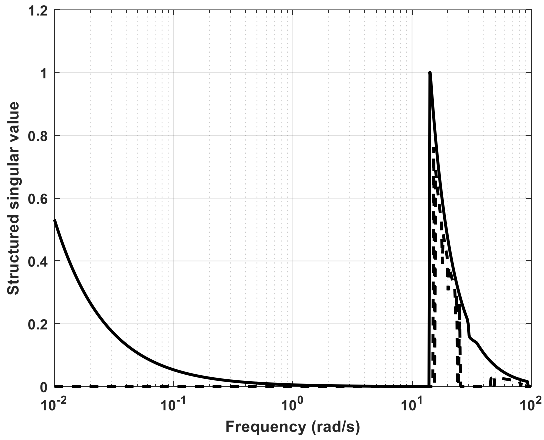
Структурираното сингулярно число за контура от фигура 4, може да се намери от (7): [3]:

$$\mu_\Delta(M) = \frac{1}{\min\left\{k_m \mid \det\left(I - k_m M\Delta\right) = 0, \bar{\sigma}\left(\Delta\right) \le 1\right\}}. \qquad (7)$$

Реализирането на тази процедура с ПЛК е трудоемко от гледна точка, изчислителни ресурси, за това се предлага използване на реле, вместо коефициент на усилване k_m. С негова помощ системата се докарва до границата на устойчивост.



Фиг. 5. *Структурирано сингулярно число за* $M-\Delta$ *контур*



Фиг. 6. *Структурирано сингулярно число на границата на устойчивост*

При това положение на изхода на системата ще възникнат колебания със съответната честота ω_u. Задавайки F_p по показания начин (8)

$$F_p = diag\left\{ f_p \right\}$$
$$f_p = \left(T_{f_p} s + 1\right), T_{f_p} = 1/\omega_u \qquad (8)$$

дава възможност за намаляване на възникналия пик в графиката на структурираното сингулярно число, което би довело до увеличаване запаса по устойчивост.

4. ПРИМЕР

Зададен е следният обект за управление:

$$G = \begin{bmatrix} \dfrac{0.5}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \dfrac{-1}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} \\ \dfrac{1}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \dfrac{2.4}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2(0.5s+1)} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

Предполага се, че за него е известен модел от първи ред, който има вида (10).

$$G_m = \begin{bmatrix} \dfrac{0.5}{(0.646s+1)} & \dfrac{-1}{(0.538s+1)} \\ \dfrac{1}{(0.538s+1)} & \dfrac{2.4}{(1.065s+1)} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

Анализът за избор на входно-изходни двойки дава следните резултати:

$$RGA = \begin{bmatrix} 0.5455 & 0.4545 \\ 0.4545 & 0.5455 \end{bmatrix}, ERGA = \begin{bmatrix} 0.3726 & 0.6274 \\ 0.6274 & 0.3726 \end{bmatrix},$$
$$RNGA = \begin{bmatrix} 0.3338 & 0.6662 \\ 0.6662 & 0.3338 \end{bmatrix} \tag{11}$$

Според RGA за предпочитане са двойките по диагонала на матрицата. Според $ERGA$ и $RNGA$ за предпочитане са извън диагоналните двойки. Тази разлика произлиза от факта, че RGA използва само информация за статиката на обекта, докато $ERGA$ и $RNGA$ отчитат и динамиката до известна степен. По нататък в задачата ще се използва входно изходни двойки, формирани от извън диагоналните елементи на матрицата. Използвайки модела от първи ред, се пресмята декуплираща матрица по метода *Inverted decoupling* [4].

$$D = \begin{bmatrix} \dfrac{-0.6645s^2 - 1.653s - 0.9659}{s^2 + 2.9s + 2.125} & \dfrac{-0.2767s^2 + 0.7742s + 0.4829}{s^2 + 2.9s + 2.125} \\ \dfrac{0.8057s^2 + 0.2745s + 2.318}{s^2 + 2.9s + 2.125} & \dfrac{0.6645s^2 + 1.653s + 0.9659}{s^2 + 2.9s + 2.125} \end{bmatrix} \tag{12}$$

За коригирания обект се синтезира два ПИД регулатора по методиката, описана [2]. Параметрите са показани в таблица 1.

Таблица 1. *Параметри на ПИД регулаторите*

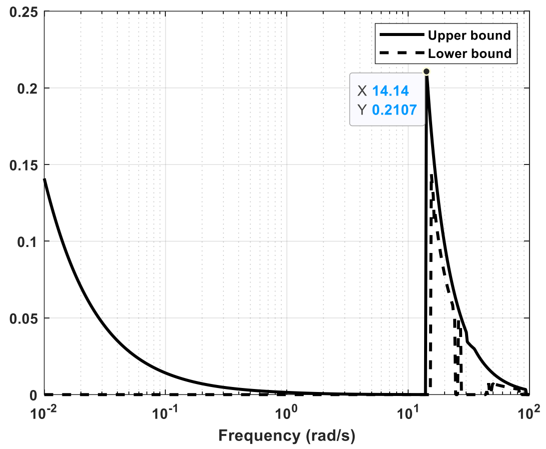
	$K_u[-]$	$T_u[s]$	$K_p[-]$	$T_i[s]$	$T_d[s]$	$b[-]$
контур 1	5.4223	0.7654	1.6334	0.4278	0.1113	0.514
контур 2	7.2527	0.5275	2.2501	0.3193	0.809	0.5182

За същият обект, се преминава към схема на управление, показана на фиг. 2. Като първа стъпка се пресмятат компенсаторните матрици F_{rd}, F_{yd}.

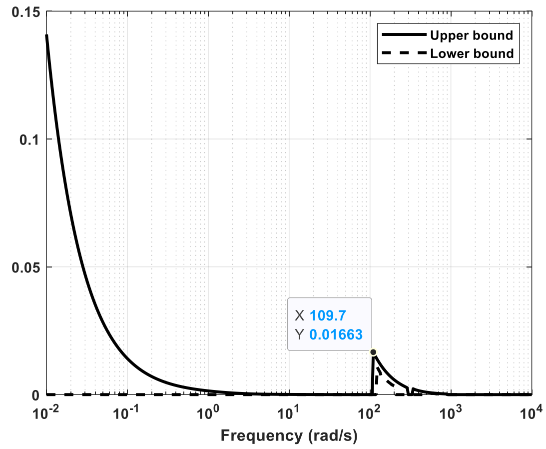
За затворения контур от фиг. 4 се провежда експеримент с реле, с цел получаване на информация за важна точка от честотната характеристика на структурираното сингулярно число. Амплитудата на релетата е зададена на 0.1.

Двата контура се колебаят с една и съща честота. Периодът е оценен на $T_u = 0.393s$. Превръщайки стойността в кръгова честота се получава $\omega_u = 15.9877 rad/s$. За сравнение, структурираното сингулярно число при структурирана мултипликативна неопределеност от две реални числа по диагонала има вида, показан на фиг. 7.

От графиката (фиг. 7) се вижда, че при нарастване на неопределеността с еднакъв темп в целия честотен диапазон, честотата на колебания би била $\omega_u^* = 14.14 rad/s$. Получената стойност от релейния експеримент е сравнително близка.



Фиг. 7. *Структурирано сингулярно число*



Фиг. 8. *Коригирано структурирано сингулярно число*

По предложената препоръка (8) се синтезира филтъра F_{yp} (13)

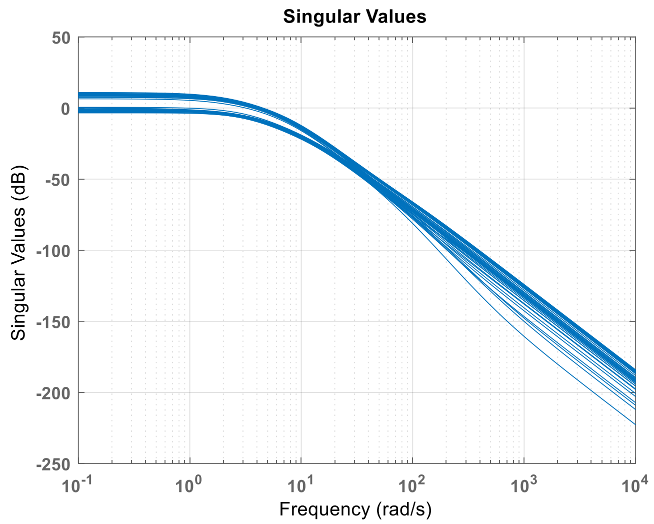
$$F_{yp} = \begin{bmatrix} \dfrac{\frac{1}{15.98}s+1}{0.001s+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{\frac{1}{15.98}s+1}{0.001s+1} \end{bmatrix} \tag{13}$$

Структурираното сингулярно число се пресмята за ново-получената затворена система (фиг. 8).

С помощта на филтъра F_{yp}, стойностите на структурираното сингулярно число, около критичната честота са намалени значително, което води до увеличаване на запаса по устойчивост в известен смисъл, но се получава преразпределяне по честоти, което е довело до нов по-малък максимум за по-висока честота.

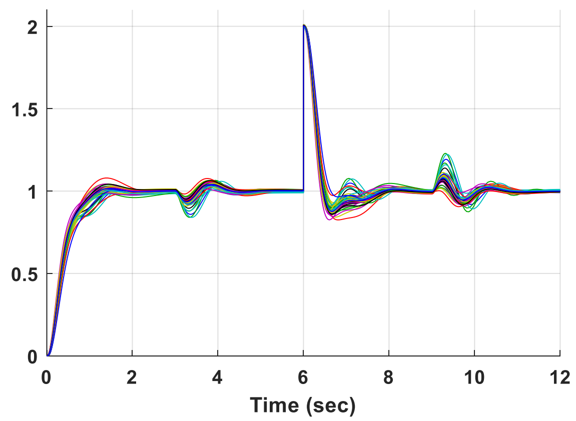
С цел сравнителен анализ на двете методики, затворените системи са симулирани в MATLAB/*Simulink*. Поради характера на предложения метод, евентуално подобрение би се наблюдавало при наличие на ограничения в сигналите, както и на неопределеност в модела на обекта. Симулациите са извършени при ограничение на управляващите сигнали в диапазона ± 3. Използван е модел с мултипликативна входна неопределеност, показан на фигура 9. Резултатите от симулациите са показани на фигури 10, 11, 12, 13.

Може да се отчете, че поведението на системата и по двата входа е по-добро при схемата с две степени на свобода. Реакцията, дължаща се на кръстосаните връзки се характеризира с по-малки амплитуди на отклонение. Преходните процеси по задание се характеризират и с по-малко пререгулиране. Управляващите сигнали са идентични. Не на последно място трябва да се отбележи, че различните реализации при схемата с две степени на свобода са по-сгъстени, което може да говори за по-добри робастни качества на затворената система.

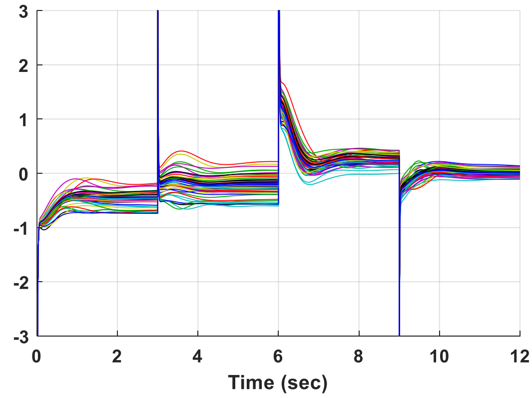


Фиг. 9. *Модел с мултипликативна входна неопределеност*

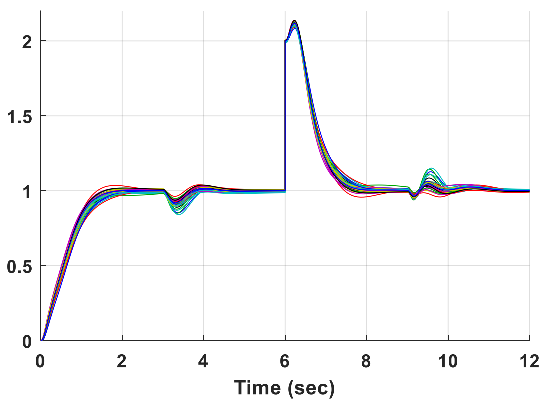
Допълнително сравнение е направено в честотната област с изчертаване на сингулярните числа на различните функции на чувствителност.



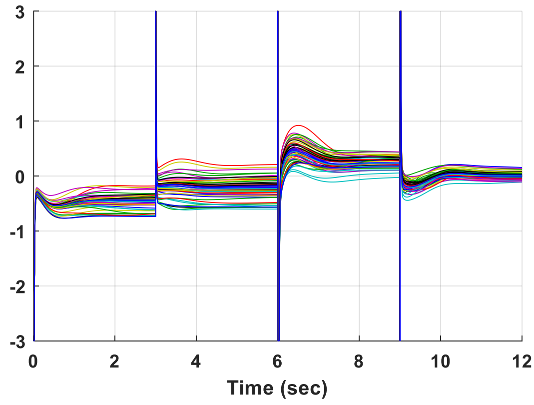
Фиг. 10. *Първи изход – стандартна схема*



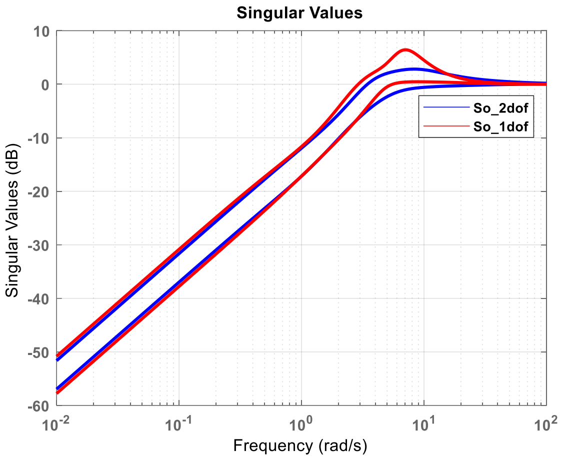
Фиг. 11. *Първо управление – стандартна схема*



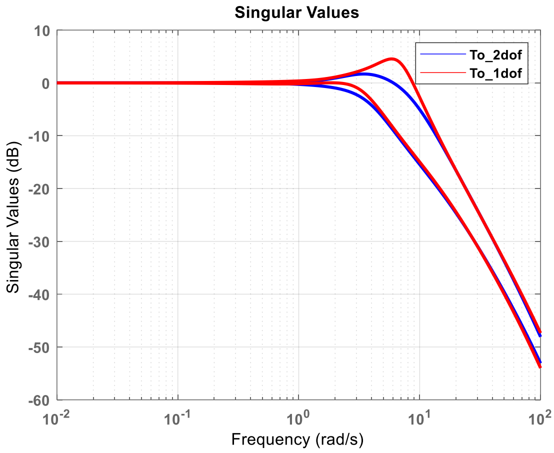
Фиг. 12. *Първи изход – модифицирана схема*



Фиг. 13. *Първо управление – модифицирана схема*

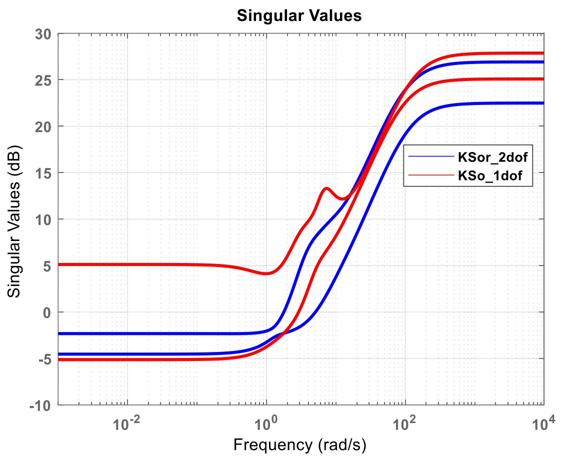


Фиг. 14. Функция на чувствителност

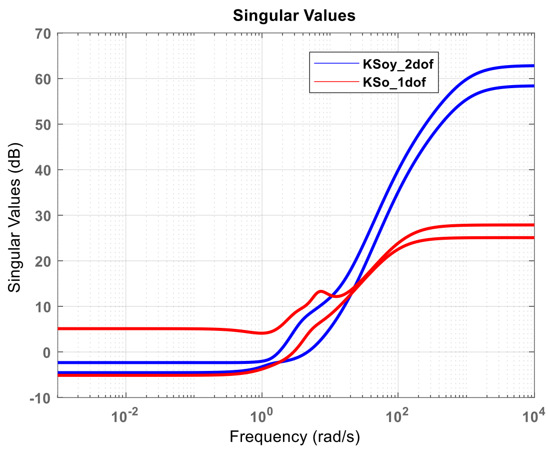


Фиг. 15. Функция на допълнителна чувствителност

От графиката, изобразяваща функциите на чувствителност, може да се види, че системата с две степени на свобода се характеризира с по-нисък максимум, което обяснява получените резултати във времевата област, по конкретно по-малки амплитуди, дължащи се на взаимните връзки и по-малка чувствителност към неопределеността. Същото се забелязва и при функцията на допълнителна чувствителност. Всичко това обаче е за сметка на завишени стойности във високочестотния диапазон на функцията на чувствителността на входа на обекта по отношение на товарни смущения и шумове.



Фиг. 16. Чувствителност на входа на обекта по задание



Фиг. 17. Чувствителност на входа на обекта по смущение и шум

Този ефект води до по-големи скокове в управляващите сигнали при възникване на резки промени, но поради факта, че управляващите сигнали бяха ограничени този неблагоприятен ефект не се наблюдава във времевата област. Не бива да се забравя обаче, че шум от сензорите, намиращ се в този честотен диапазон ще бъде усилен многократно в управлението. Двете честотни характеристики са показателни за необходимостта от компромис при управлението с обратна връзка, дори и при схеми с две степени на свобода. От една страна е намален максимума на функцията на чувствителност, което води до по-добро качество по отношение на товарното смущение и кръстосаните връзки, но то е за сметка на засилено влияние на шума в управлението.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата работа бе предложена схема за управление с две степени на свобода. Основното предимство на предложената схема се изразява в по-лесна реализация на механизмите за борба с интегралното насищане, както и възможност за подобрени робастни свойства и качество на затворената система. Синтезът на ПИД регулаторите се извършва по стандартна методика, отчитаща остатъците след декуплиране като неопределеност. След което бяха изведени изрази за преминаване към схема с две степени на свобода. Чрез релеен експеримент с обекта и регулаторите, се намира честотата, в която обектът е най-чувствителен при възникване на неопределеност в параметрите на обекта. Въвежда се корекция в обратната връзка, която увеличава запаса по устойчивост на затворената система, водейки и до по-добро качество на процесите. За потвърждение на направените съждения е показан пример с двумерен обект. Резултатите във времевата и честотната области отразяват подобренията, като не се забравя, че тези подобрения са за сметка на по-високи амплитуди по управление.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Carl A. Smith, Armando B. Corripio, Principles and practice of automatic control 2nd edition –, John Wiley & Sons 1997

[2] Б. Раков, Независим синтез на ПИД регулатор за тримерен обект, Годишник на Технически Университет 2018

[3] Sigurd Skogestad, Ian Postlethwaite, Multivariable Feedback Control: Analysis and Design 2nd Edition, Wiley & Sons 2001

[4] Juan Garrido, Francisco Vazquez, Fernando Morilla, An extended approach of inverted decoupling, Journal of process control 21, 2011

Автори: *маг. инж. Божидар Раков*, Технически университет-София, Факултет Автоматика, катедра Системи и управление,
e-mail: *brakov@tu-sofia.bg*

Георги Ружеков, доц. д-р, Технически университет-София, Факултет Автоматика, катедра Системи и управление,
e-mail: *g_ruzhekov@tu-sofia.bg;*

Authors: *Bozhidar Rakov*, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control,
e-mail: *brakov@tu-sofia.bg*

Assoc. prof. Dr. Georgi Ruzhekov, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control,
e-mail: *g_ruzhekov@tu-sofia.bg*