

ПРЕДИМСТВА ОТ ИЗПОЛЗВАНЕТО НА ДЕКУПЛИРАЩА МАТРИЦА ПРИ УПРАВЛЕНИЕ НА МНОГОМЕРНИ ОБЕКТИ

Божидар Раков, Георги Ружеков

Резюме: Направено е изследване на ефективността от използване на декуплираща матрица при управление на многомерни обекти с ПИД регулатор. Използвани са апроксимации от различни редове за пресмятане на декуплиращата матрица. Оценката на ефективността е направена с модифицирани показатели.

Ключови думи: Многомерен ПИД регулатор, Декуплираща матрица.

ADVANTAGES OF USING DECOUPLING MATRIX FOR MIMO CONTROL

Bozhidar Rakov, Georgi Ruzhekov

Abstract: A research for the effectiveness of using decoupling matrix for MIMO PID control is conducted. Approximations of different orders are used for the calculation of the decoupling matrix. The estimation of the effectiveness is measured by a modified criterion.

Key words: Multi-dimensional PID, decoupling matrix.

1. СТАНДАРТНА СХЕМА НА ДЕКУПЛИРАНЕ

В индустриалните системи, често се срещат обекти с повече от един вход и/или изход. Това са така наречените многомерни обекти. По-съществена разлика, освен по-големия брой входове и изходи от едномерните обекти, е фактът, че всяка изходна реакция се формира от няколко или всички входни сигнали. Базирайки се на теория на управлението, нека $G(s)$ е предавателната матрица на обекта (1) :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & \dots & G_{1m}(s) \\ \dots & \dots & \dots \\ G_{r1}(s) & \dots & G_{rm}(s) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

където $G_{rm}(s)$ е предавателната функция между r -тия изход и m -тия вход. Тогава за всяка изходна реакция на обекта може да се запише (2):

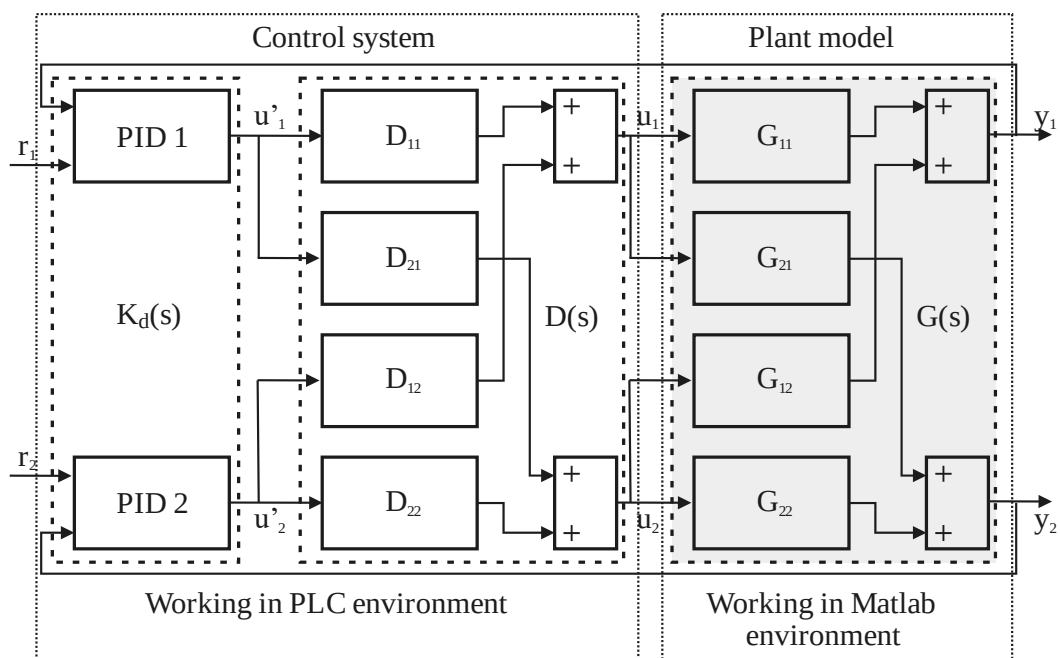
$$Y_i(s) = G_{i1}(s)U_1(s) + G_{i2}(s)U_2(s) + \dots + G_{im}(s)U_m(s), i = 1 \div r, \quad (2)$$

където $Y(s)$ е изходният сигнал, а $U(s)$ е входният сигнал в операторен вид. Уравнение (2) показва наличието на взаимно влияние между отделните изходи.

Тази връзка представлява една допълнителна трудност при синтеза на конвенционални едновходови регулатори. Често в практиката наличието на кръстосаните връзки се пренебрегва. В зависимост от големината на посочения ефект, качеството на затворената система за управление може да варира от задоволително до много лошо, като е възможно дори загуба на устойчивост. Именно поради следната причина, третирането на проблема с кръстосаните връзки в обекта е от особена важност.

Като първа стъпка преди синтеза на управляващо устройство в многомерния случай е добре да се направи анализ и подбор на входно-изходните двойки. Инструментът *RGA* може да даде индикация за това, необходимо ли е използването декупираща матрица и нейната ефективност в конкретния случай.

Идеята за използване на декупираща матрица е сравнително стара, но в последно време отново получава интерес от изследователите. През 2017 година професор Владимир Кучера предлага общо решение на проблема за диагонално декупиране чрез статична обратна връзка [1]. Задачата за декупиране на една многомерна система може да се формулира по следния начин – компенсиране на системата по такъв начин, че всеки изходен сигнал може да се управлява независимо само от един входен сигнал. В такъв случай многомерният обект може да се разглежда като съвкупност от няколко едномерни обекта, което значително опростява задачата за намиране на управляващо устройство. Естествено основната трудност пада върху намирането на компенсаторната матрица, което е видно в общото решение, подробно изложено в [2]. Нека предавателната матрица (1) бъде коригирана с прекомпенсаторна матрица от вида (3), както е показано на фиг. 1.



Фиг. 1. Стандартна схема на декупиране

$$D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & \cdots & D_{1m}(s) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ D_{r1}(s) & \cdots & D_{rm}(s) \end{bmatrix} \quad (3)$$

За да може предавателната матрица на затворената система да има диагонална форма е необходимо отвореният контур също да бъде диагонална матрица (4). Общото решение на задачата за компенсация може да се намери в [2] (5).

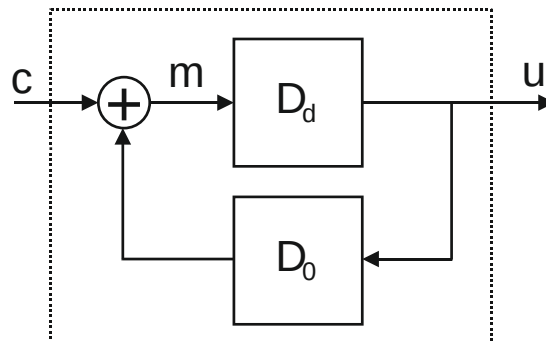
$$\begin{cases} G(s)D(s) = Q(s) \\ Q(s) = \text{diag} \{q_{ii}(s)\} \end{cases} \quad (4)$$

$$D(s) = G^{-1}(s)Q(s). \quad (5)$$

Необходимостта от намиране на обратна предавателна матрица прави приложението на този метод особено трудно, като сложността нараства с увеличаване броя входове и изходи. Освен това съществуването на решение е свързано със съществуване на обратна матрица $G^{-1}(s)$. Възможни са проблеми с физическата реализуемост на компенсаторната матрица $D(s)$ поради наличие на неустойчиви моди, закъснение в един или няколко от контурите или получаване на неправилни предавателни функции поради разминаване на реда на числителя и знаменателя на предавателните функции. Съществува и частно решение за двумерния случай, което може да се намери в [2].

2. INVERTED DECOUPLING

Известна е и друга схема за компенсация, под името “Inverted decoupling”. Структурната схема е показана на фиг. 2.



Фиг. 2. Общ вид на структурна схема за “Inverted decoupling”

D_d представлява диагонална матрица, а D_o е матрица с липсващи диагонални елементи. В [3] е изведено общо решение, което има вида (6).

$$\begin{cases} D_{dii}(s) = \frac{q_{ii}(s)}{G_{ii}(s)} \\ D_{oij}(s) = \frac{G_{ij}(s)}{q_{ii}(s)} \end{cases} \quad (6)$$

Тези резултати дават възможност за изчисляване на декупираща матрица без намиране на обратна матрица. Освен това е възможен изборът на диагоналните елементи на обектът след компенсация. Основен проблем е невъзможното приложение при наличие на неминимално фазови нули.

3. ЕФЕКТИВНОСТ НА ДЕКУПЛИРАЩАТА МАТРИЦА

От (4) и (5) ясно се вижда, че при точно познаване на модела на обекта, компенсацията ще бъде идеална. Това обаче на практика е много рядко, поради факта, че винаги съществува някаква немоделирана динамика, която моделът не отразява. В този ред на мисли се задава въпроса колко точна апроксимация на обекта е необходима. Предлага се да се използва модифициран критерий подобно на тези предлагани от Акайке и Рисанен [4] с цел отчитане на сложността модела (7):

$$\left| \begin{array}{l} AIC = \ln \left\{ \left(1 + 2 \frac{\dim \theta}{N} \right) J(\theta) \right\} \\ MDL = \left(1 + \dim \theta \frac{\ln N}{N} \right) J(\theta) \\ J(\theta) = y_{noninter}(t) - y_{inter}(t) \end{array} \right|, \quad (7)$$

където θ са параметрите на модела, $y_{noninter}(t)$ е изходът при липсва на взаимни влияния, а $y_{inter}(t)$ е изходът при наличие на такова. За провеждане на изследването се използва следният обект за управление (8):

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.5}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \frac{-1}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} \\ \frac{1}{(0.1s+1)^2(0.2s+1)^2} & \frac{2.4}{(0.1s+1)(0.2s+1)^2(0.5s+1)} \end{bmatrix} \quad (8)$$

За всеки изход е синтезиран ПИД регулатор без отчитане на кръстосаните връзки. Използван е оптимизационен подход, като целевата функция е: (9)

$$\min J_{IAE}(\theta_{PID}) = \int |y(t)| dt \quad (9)$$

$$\|S\|_{\infty} \leq M_s, \|T\|_{\infty} \leq M_t, \|KS\|_{\infty} \leq M_{ks}$$

ПИД регулаторите се характеризират с филтър на изхода (10)

$$K_1(s) = \frac{149.66(s^2 + 6.561s + 16.31)}{s(s^2 + 32.56s + 530)}, K_2(s) = \frac{128.69(s^2 + 4.148s + 6.393)}{s(s^2 + 4286s + 918.4)}. \quad (10)$$

Симулират се преходните процеси по задание и по товарно смущение на затворената система с ПИД регулатори и декупираща матрица. Разглеждат се пет случая. Първият случай е управление без декупираща матрица. Вторият е пресмятане на компенсаторната матрица на базата само на информация в статичен режим. Третият, в допълнение са засечени времената за достигане на 63% от установената стойност, което ефективно дава модели от първи ред. В четвъртият случай са намерени модели от втори ред на базата на оптимизационна процедура. Последният пети случай са намерени апроксимации от трети ред. И в четирите

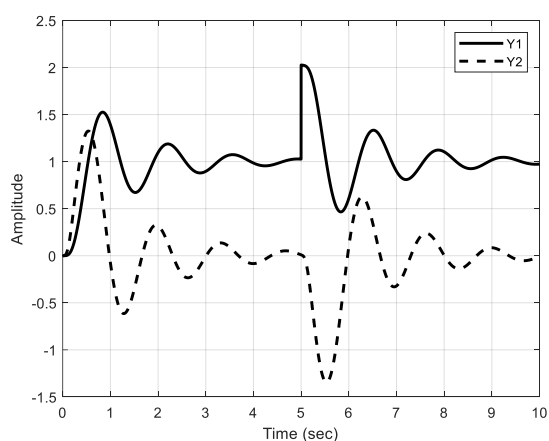
случая матрицата на компенсатора е изчислена на базата на уравнение (5). Резултатите са показани на фигури от 3 до 28, показатели на качеството във времевата област са дадени в Табл. 1, модифицираните показатели са дадени в Табл. 2.

Табл. 1

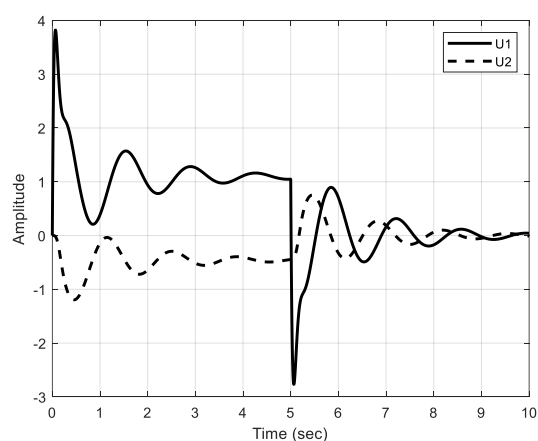
	$T_r[s]$	$T_{ss}[s]$	$\sigma[\%]$	ISE	ISEU
Случай 1	0.287	-	52.5	923.148	10414.24
	0.31	-	50.61	955.12	1971.75
Случай 2	0.6492	1.8582	2.2184	634.725	6587.63
	1.024	1.587	1.7	563.549	962.07
Случай 3	0.6989	2.339	4.4906	663.553	6502.46
	0.997	3.375	6.144	686.7404	1005.84
Случай 4	0.6658	2.1787	5.844	684.2265	6545.64
	0.837	2.92	8.31	769.61	1063.46
Случай 5	0.622	2.034	5.77	697.886	6629.52
	0.7	2.644	8.07	816.776	1111.18

Табл. 2

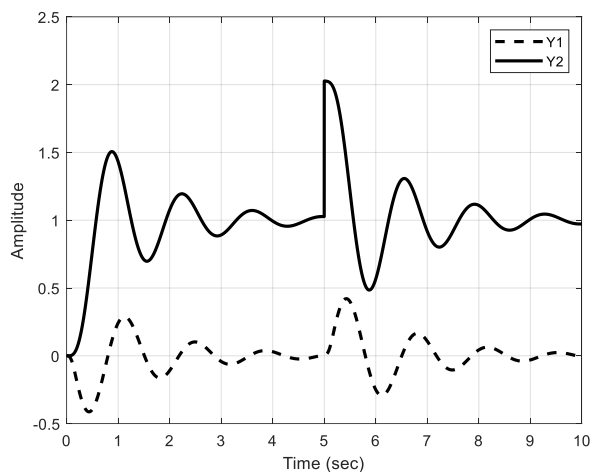
	AIC			MDL		
Случай 1	213.99	222.31	209.265	213.99	222.31	209.265
	238.2	246.95	1854.75	238.2	246.95	1854.75
Случай 2	1.4131	1.4139	0.821	4.1142	4.1172	2.274
	3.623	3.624	4.9348	37.492	37.541	139.1517
Случай 3	1.1688	1.1715	-0.1445	3.2266	3.2351	0.8667
	2.912	2.9216	4.0783	18.4413	18.6202	59.1309
Случай 4	0.669	0.666	-1.048	1.96	1.9547	0.3516
	1.68	1.693	2.741	5.387	5.46	15.5357
Случай 5	-0.175	-0.175	-1.927	0.8438	0.8433	0.146
	-0.346	-0.336	0.4607	0.712	0.718	1.59



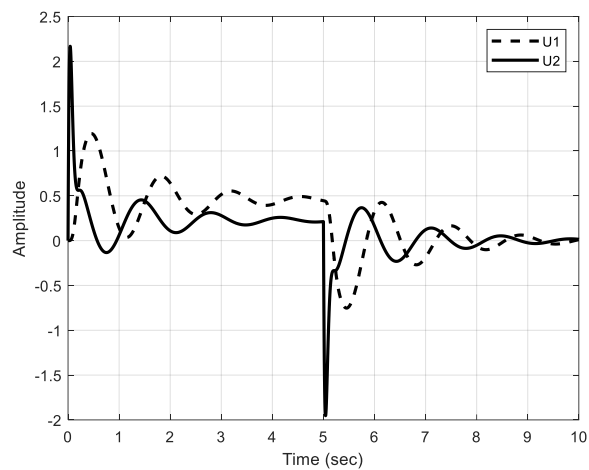
Фиг. 3. Изходни сигнали при задание на първи вход – без компенсация



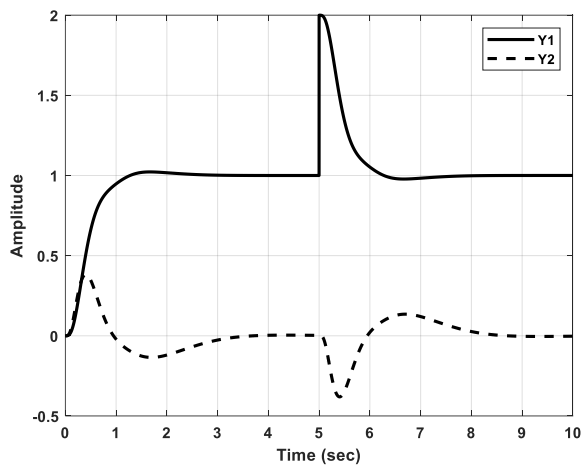
Фиг. 4. Управление при задание на първи вход – без компенсация



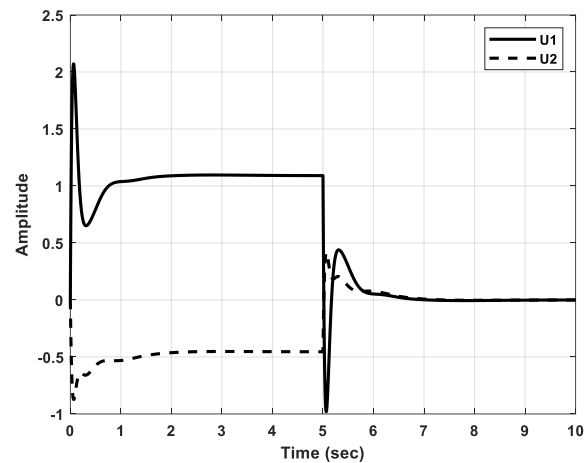
Фиг. 5. Изходни сигнали при задание на втори вход – без компенсация



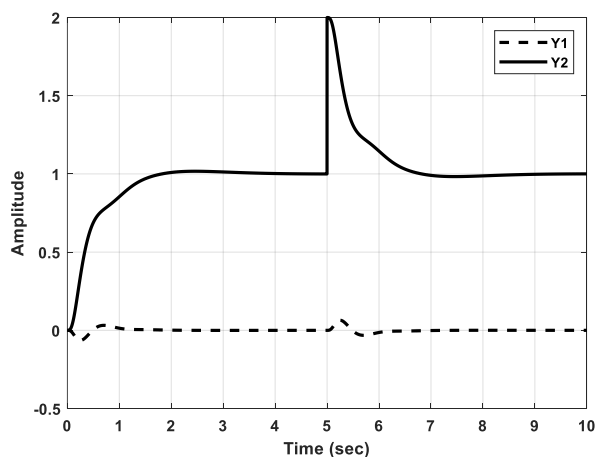
Фиг. 6. Управление при задание на втори вход – без компенсация



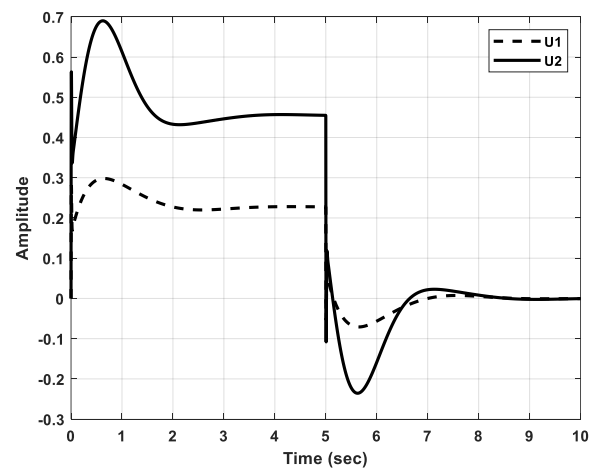
Фиг. 7. Изходни сигнали при задание на първи вход – статика



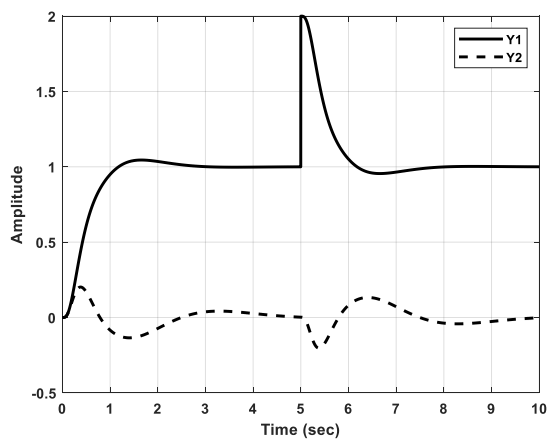
Фиг. 8. Управление при задание на първи вход – статика



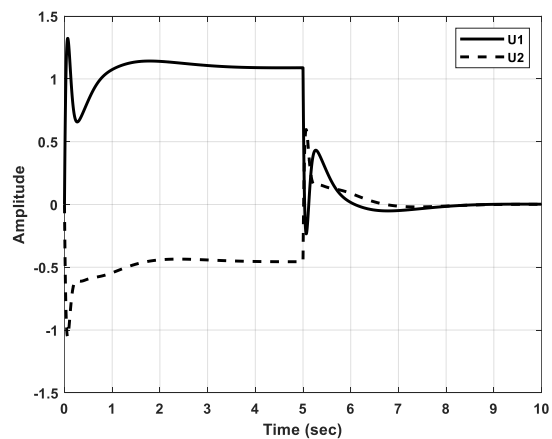
Фиг. 9. Изходни сигнали при задание на втори вход – статика



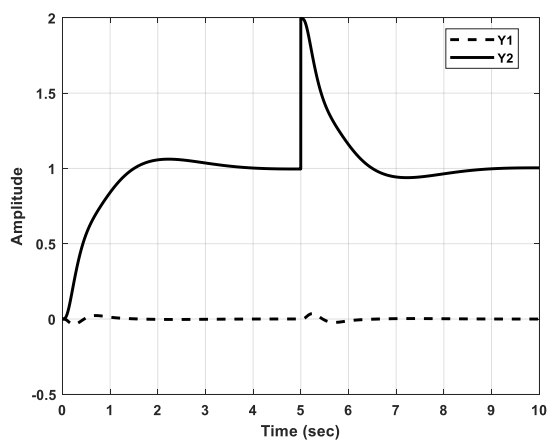
Фиг. 10. Управление при задание на втори вход – статика



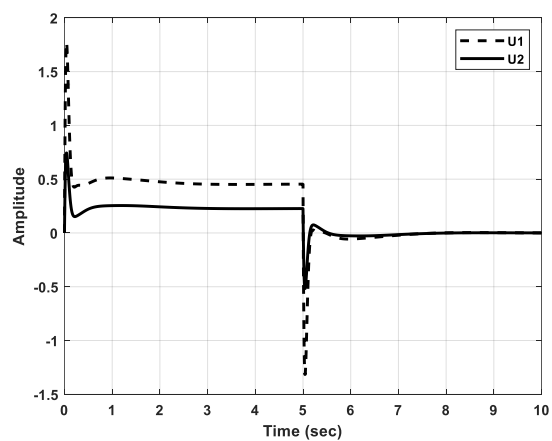
Фиг. 11. Изходни сигнали при задание на първи вход – първи ред



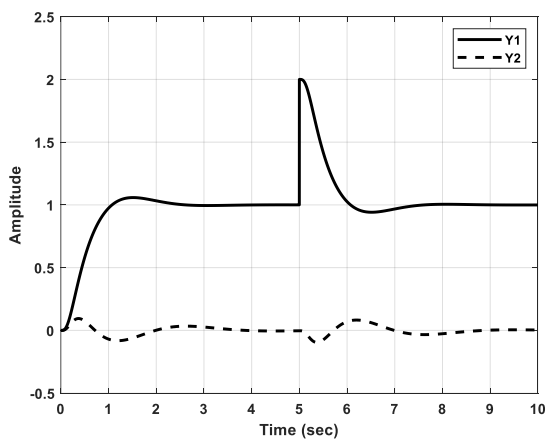
Фиг. 12. Управление при задание на първи вход – първи ред



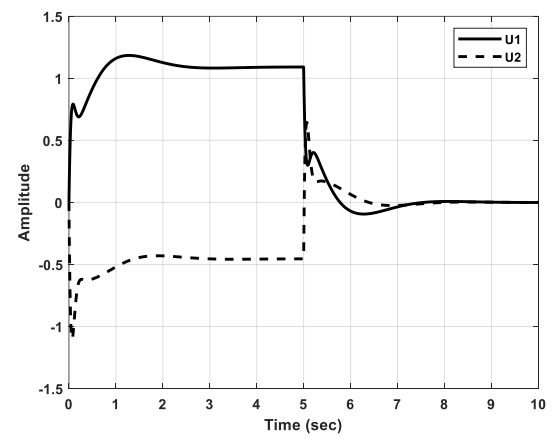
Фиг. 13. Изходни сигнали при задание на втори вход – първи ред



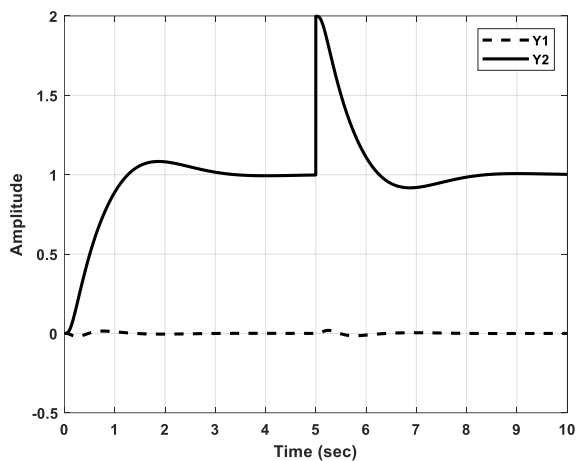
Фиг. 14. Управление при задание на втори вход – първи ред



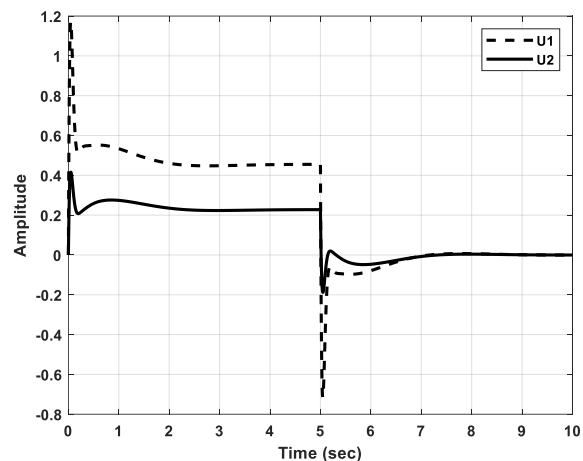
Фиг. 15. Изходни сигнали при задание на първи вход – втори ред



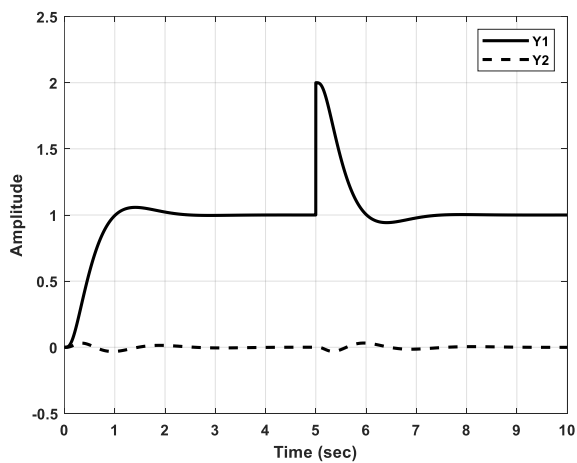
Фиг. 16. Управление при задание на първи вход – втори ред



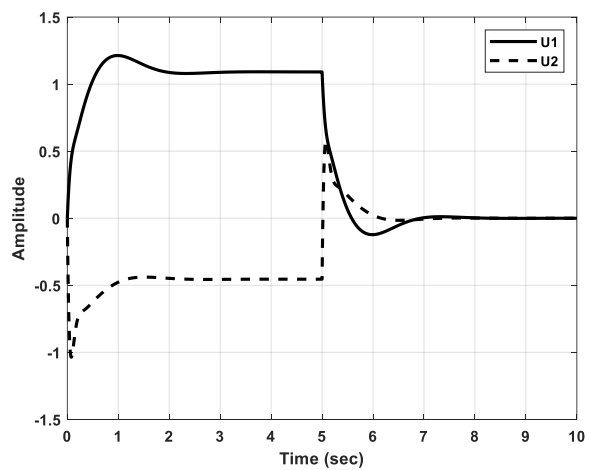
Фиг. 17. Изходни сигнали при задание на втори вход – втори ред



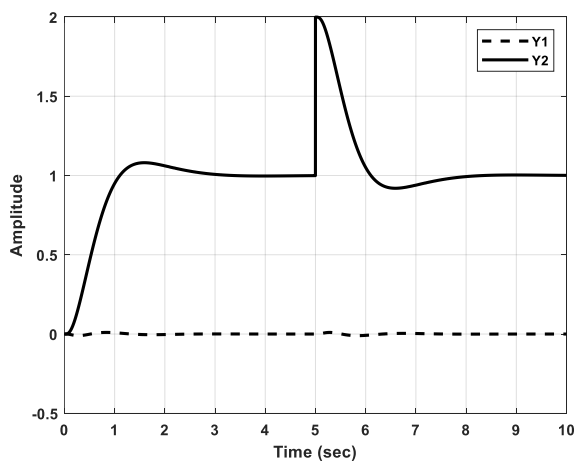
Фиг. 18. Управление при задание на втори вход – втори ред



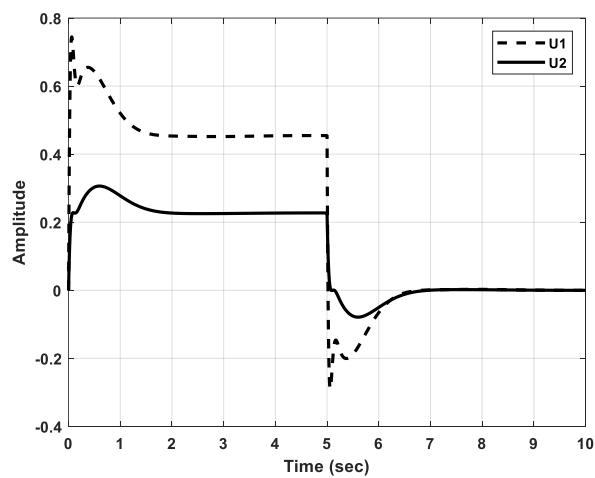
Фиг. 19. Изходни сигнали при задание на първи вход – трети ред



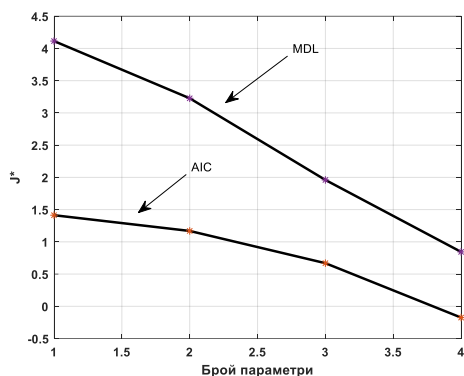
Фиг. 20. Управление при задание на първи вход – трети ред



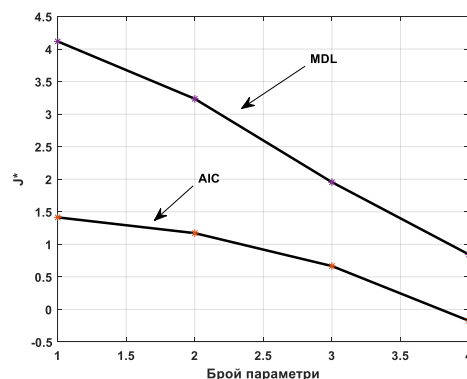
Фиг. 21. Изходни сигнали при задание на втори вход – трети ред



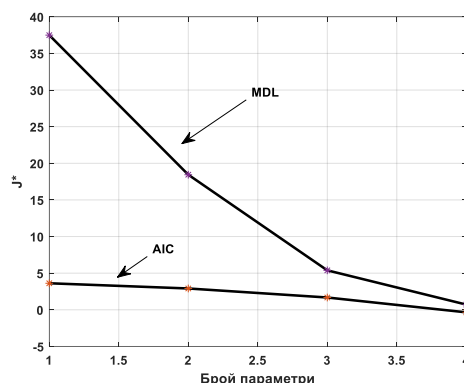
Фиг. 22. Управление при задание на втори вход – трети ред



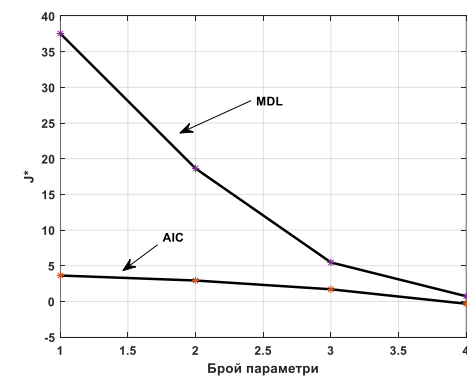
Фиг. 23. Процеси по задание за първи контур



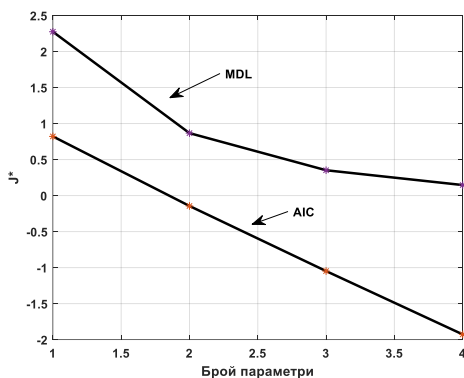
Фиг. 24. Процеси по смуцение за първи контур



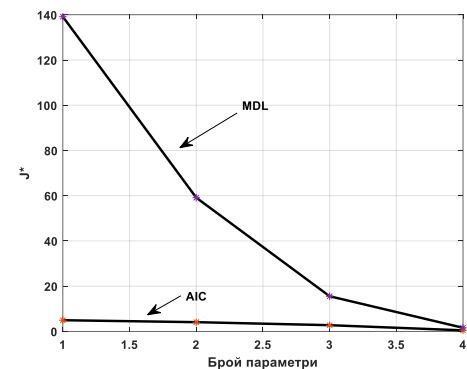
Фиг. 25. Процеси по задание за втори контур



Фиг. 26. Процеси по смуцение за втори контур



Фиг. 27. Взаимно влияние за първи контур



Фиг. 28. Взаимно влияние за втори контур

От получените резултати може да се направят следните коментари:

- Потвърждава се фактът, че при не отчитане на взаимните връзки, преходните процеси се характеризират с лошо качество. Дори само елиминирането на статичното влияние може да доведе до значително подобрене на резултатите. В конкретния случай пререгулирането спада от 50% до към 2%, а силно колебателните преходни процеси са заменени с плавни и апериодични такива.
- Последващото увеличаване на реда не води до значителни промени във времевите показатели. Положителният ефект от увеличаването на реда се усеща при наблюдаване на процесите, възникнали от взаимните

връзки. Разликата между статика и първи ред е осезаема. С използване на апроксимации от втори и трети ред резултатите търпят подобрене, но трябва да се отбележи че разликата не е голяма и не е оправдано завишаването на реда в случая.

- Подобриенето на AIC показателя в шестте графики е почти линейно с повишаване на реда, но промените в стойностите не са значителни. Показателят MDL се характеризира с близко до линейното изменение по отношение на първи контур по задание и смущение, като отново подобриенето не може да се нарече значително. По втория контур обаче, както и по взаимното влияние на първия се наблюдава поведение близко до експонента. Подобриенията от статика към първи ред и от първи към втори са големи. Разликите между втори и трети ред не оправдават усложнението на модела.
- В заключение може да се каже, че компенсацията дори само в статичен режим води до значително подобрене. При възможност се препоръчва да се използва апроксимация от втори ред, която дава добри резултати, без моделът да е твърде сложен, но като се отчете фактът че намирането на модел от втори ред не е съвсем тривиална идентификационна процедура, може да се използва модел от първи ред, чието намиране не е трудоемко.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящата работа бяха разгледани на кратко две от основните методи при използване на декупираща матрица при управлението на многомерни обекти. Направено е изследване на ефективността на компенсацията чрез промяна на реда. Резултатите показват, че изборът на модел от първи ред е добър компромис между качество и сложност на апроксимацията.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Vladimir Kučera, Diagonal decoupling of linear systems by static state feedback, IEEE Transactions on Automatic Control, 2017.
- [2] Carl A. Smith, Armando B. Corripio, Principles and practice of automatic control 2nd edition, John Wiley & Sons 1997.
- [3] Juan Garrido, Francisco Vazquez, Fernando Morilla, An extended approach of inverted decoupling, Journal of process control 21, 2011.
- [4] Емил М. Гарипов, Идентификация на системи, ч.2, Технически университет-София, 2007.

Автори: маг. инж. Божидар Раков, Технически университет-София, Факултет Автоматика, катедра Системи и управление, e-mail: brakov@tu-sofia.bg

Георги Ружеков, доц. д-р, Технически университет-София, Факултет Автоматика, катедра Системи и управление, e-mail: g_ruzhekov@tu-sofia.bg;

Authors: Bozhidar Rakov, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control, e-mail: brakov@tu-sofia.bg

Assoc. prof. Dr. Georgi Ruzhekov, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control, e-mail: g_ruzhekov@tu-sofia.bg