

МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЯЩА СЕ ВЪВ ВРЕМЕТО ИЗМЕРВАНА ВЕЛИЧИНА В СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ

Мирослава Барахарска, Цоньо Славов, Иван Марковски

Резюме: В работата е представен метод за подобрени динамични измервания на променяща се във времето величина, неизползващ модел на измервателния процес. В качеството си на пример е разгледан процес за измерване на маса в система за управление. Методът се базира на идеята за идентификация в реално време на нестационарна динамична система с авторегресионен модел. Първоначално се извършва избор на структурните параметри на модела на базата на критерия на Акайке. Използва се модификация на рекурсивния метод на най-малките квадрати, която осигурява постоянна следа на ковариационната матрица на оценките на параметрите. Работата на метода е изследвана при различни нива на измервателните шумове. Извършено е сравнение с метод, базиран на стандартен филтър на Калман

Ключови думи: динамични/подоброени измервания, метод неизползващ модел на измерването, филтър на Калман

MODEL-FREE METHOD FOR TIME VARYING DYNAMIC MEASUREMENTS IN CONTROL SYSTEM

Miroslava Baraharska, Tsonyo Slavov, Ivan Markovsky

Abstract: In this paper, a model-free method for time varying dynamic measurements in control system is presented. As an example, the dynamic mass-measurement process is examined. The method is based on the on-line estimation of time varying parameters of autoregressive model by a recursive least square method with constant trace of the covariance matrix. The model order selection is performed by Akaike's information criteria. The performance of the method with respect to the variance of measurement noise is empirically tested by simulation experiments. For the aim of comparison, the Kalman filter for estimation of unknown measurement is designed. The simulation results show the advantage of the model-free method.

Key-words: Model- free method for dynamic measurements, Kalman filter, dynamic measurements

1. ВЪВЕДЕНИЕ

Един от проблемите при измерването за целите на управлението са скоростта и точността, с която се измерват величините, използвани за обратна връзка в системата за управление. За преодоляване на тези проблеми, измерването се разглежда като динамичен процес, а сензорът като динамична система. Това дава възможност задачата за подобряване на динамиката на измерване да се формулира като задача за оценяване на неизвестен входен сигнал на динамична система. В качеството си на пример в тази статия е разгледан един от най-често срещаните в практиката измервателни процеси – измерване на маса. В литературата са предложени много методи за подобряване на динамиката на измерванията. В зависимост от количеството на използваната априорна информация те се разделят на методи използващи модел на измервателния процес и методи използващи модел на процеса на измерване. Първата група методи обикновено се базират на компенсатори [1] или филтър на Калман [2]. При методите с компенсатори се синтезира компенсатор с динамика обратна на тази на сензора. Основната идея е, че оценка на неизвестния входен сигнал може да се получи като конволюция на тегловната функция на компенсатора и измервания преходен процес на сензора [1]. Примери за методи, базирани на компенсатори, при които параметрите им се оценяват рекурсивно могат да се намерят в [3], а такива базирани на филтрация с БИХ и КИХ филтри в [4,5]. Втората група методи не използват модел на измервателния процес и липсващата информация се попълва в реално време. Тези методи обикновено се базират на невронни мрежи, идентификация, адаптивна филтрация и други [6]. В [7] е предложен, а в [8] е изследван качествен метод за подобряване на динамични измервания, базиран на идентификация чрез стандартния рекурсивен метод на най-малките квадрати. В [2] е извършено сравнение на този метод със стандартен филтър на Калман. Трябва да се отбележи, че методите, използващи модели са по-реалистични, т.к. рядко е известен достатъчно точен модел на измервателния процес. Нещо повече, в случая на измерване на маса самият модел на измерването зависи от масата на измерваното вещество или тяло, т.е. зависи от неизвестната величина. При повечето от съществуващите методи базирани на идентификация се оценява измервана величина с постоянна стойност, докато в системите за управление измерваната величина променя стойността си във времето. Това мотивира авторите да доразвият метода от [7], за случая на подобряване на динамиката на измерването при променлива във времето измервана величина.

В работата се предлага метод за подобрени динамични измервания на променяща се във времето величина, използващ модел на измервателния процес. Методът се базира на идеята за идентификация в реално време на нестационарна динамична система с авторегресионен модел. Първоначално се извършва избор на структурните параметри на модела на базата на критерия на Акайке. Използва се модификация на рекурсивния метод на най-малките квадрати (РМНМК), която осигурява постоянна следа на ковариационната матрица на оценките на параметрите, при което се поддържа чувствителността на метода към промените в измер-

ваната величина. Работата на метода е изследвана при различни нива на измервателните шумове. Изследвано е и влиянието на реда на модела на процеса върху точността и скоростта на оценяването. Извършено е сравнение на метода с метод, базиран на стандартен филтър на Калман. Получените резултати показват предимството на предложениия метод при подобряване на динамичното измерване на променяща се във времето маса.

2. МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЛИВА ВЪВ ВРЕМЕТО ВЕЛИЧИНА, БАЗИРАН НА РЕКУРСИВНА ИДЕНТИФИКАЦИЯ

Ако коефициентът на усилване на сензора се обозначи с G , то изходният сигнал на сензора може да се представи като

$$y = G\bar{u} + y_{transient} + v, \quad (1)$$

където $\bar{u}$ е неизвестната стойност на измерваната величина, $y_{transient}$ е преходният процес на сензора, характеризиращ динамиката му, който може да се разглежда като изход на автономна система и v е бял шум, моделиращ случайната грешка от измерването [2].

За да се реши задачата за оценяване на неизвестния входен сигнал със средствата на идентификацията, трябва от модела (1) да се получи универсален регресионен модел. Автономната система се моделира с авторегресионния модел

$$y_{transient}(k) = -a_1\Delta y(k) - a_2\Delta y(k-1) - \dots - a_n\Delta y(k-n) + e(k), \quad (2)$$

където $a_i, i=1,2,\dots,n$ са параметрите на модела, а

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \quad (3)$$

и $e(k)$ е случаен процес на остатъчната грешка в модела от вида бял гаусов шум (БГШ) с нулева средна стойност, който отразява несъответствието между избрания модел и изследвания обект, както и влиянието на неизмерими фактори върху наблюденията. Трябва да се отбележи, че в модела (2) вместо предходните стойности на неизмеримия сигнал $y_{transient}(k)$ се използва изчислимия сигнал $\Delta y(k)$. По този начин задачата за оценяване на параметрите може да се реши с линеен оценител и от модела на автономната система се елиминира постоянната съставка $G\bar{u}$. След отчитане на (2) за модела на измерването се получава

$$y(k) = G\bar{u} - a_1\Delta y(k) - a_2\Delta y(k-1) - \dots - a_n\Delta y(k-n) + e(k), \quad (4)$$

След въвеждане на променливите

$$\phi(k) = [G \quad -\Delta y(k) \quad -\Delta y(k-1) \quad \dots \quad -\Delta y(k-n)]^T, \quad \theta = [\bar{u} \quad a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T, \quad (5)$$

уравнение (4) се записва във вид на универсален линеен регресионен модел

$$y(k) = \phi^T(k)\theta + e(k) \quad (6)$$

Моделът (6) за целия интервал на измерване $k, k+1, k+2, \dots, k+N^*$ добива вида:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \dots \\ y(k+N^*) \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} G & \Delta y(k) & \dots & \Delta y(k-n) \\ G & \Delta y(k+1) & \dots & \Delta y(k-n+1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ G & \Delta y(k+N^*) & \dots & \Delta y(k+N^*-n) \end{bmatrix}}_{\Phi} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{u} \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}}_{\theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} e(k) \\ e(k+1) \\ \dots \\ e(k+N^*) \end{bmatrix}}_E. \quad (7)$$

В идеалния случай при липса на измервателен шум и точна структура на модела, от уравнение (7) ще отпадне остатъчната грешка $E(k)$ и неизвестните параметри θ могат да се определят след $n+1$ измервания на изходния сигнал от изрази

$$\theta = \Phi^{-1}Y \quad (8)$$

Реално в практиката винаги има наличие на измервателен шум и несъответствие между предполагаемата динамика на сензора и реалната такава. Тогава за определяне на параметрите на модела (7) се използва метода на най-малките квадрати, при който се минимизира показателя от остатъчната грешка в целия интервал на наблюдение

$$J = E^T E \quad (9)$$

Известно е, че за да се получи добро филтриране на случайната компонента в модела е необходимо да се направят много повече измервания отколкото е реда на модела, т.е. трябва $N^* \gg n+1$. Тогава оценките на параметрите по стандартния блочен метод на най-малките квадрати се получават от изрази

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y. \quad (10)$$

За да съществуват оценките, трябва матрицата $\Phi^T \Phi$ да е несингулярна, което се осигурява при липса на линейна комбинация между регресорите в матрицата, т.е. модел без излишък на регресори и/или данни получени от експеримент с постоянно възбуждащ сигнал от ред не по-малък от $n+1$. Така адаптиран методът на най-малките квадрати обработва еднократно натрупани N^* измервания и не е подходящ за използване за подобряване на динамиката на измерванията, т.к. е неприложим в реално време. Аналог на блочния метод на най-малките квадрати при оценяване в реално време е РМНМК, който се представя с уравненията

$$\begin{aligned} G(k) &= \frac{P(k-1)\varphi(k)}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k) + 1} \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + G(k)[y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1)], \quad \hat{\theta}(0) = \theta_0, \\ P(k) &= P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1), \quad P(0) = \alpha I, \alpha > 0 \end{aligned} \quad (11)$$

където $P(k)$ е ковариационна матрица на оценките и $G(k)$ е векторен коефициент на усилване. Алгоритъмът (11) е подходящ за оценяване на параметрите на стационарна система.

Предлага се за оценяването на променящата се във времето измервана величина да се използва модификация на РМНМК, която осигурява постоянна следа на ковариационната матрица $P(k)$. Следата на матрицата $P(k)$ се поддържа

постоянна за сметка на променлив във времето коефициент на забравяне λ . Уравнението за обновяване на ковариационната матрица в алгоритъма на РМНМК при постоянен коефициент на забравяне се дава с изрази

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} [P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1)], P(0) = P_0 \quad (12)$$

След взимане на следата на матрицата $P(k)$ и умножаване на (12) с λ се получава

$$\begin{aligned} \lambda \operatorname{tr}[P(k)] &= \operatorname{tr}[P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \\ \lambda \operatorname{tr}[P(k)] &= \operatorname{tr}[P(k-1)] - \operatorname{tr}[G(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \end{aligned} \quad (13)$$

Като се отчете, че трябва $\operatorname{tr}[P(k)] = \operatorname{tr}[P(k-1)]$, от (13) се определя

$$\lambda = 1 - \frac{\operatorname{tr}[G(k)\varphi^T(k)P(k-1)]}{\operatorname{tr}[P(k-1)]} \quad (14)$$

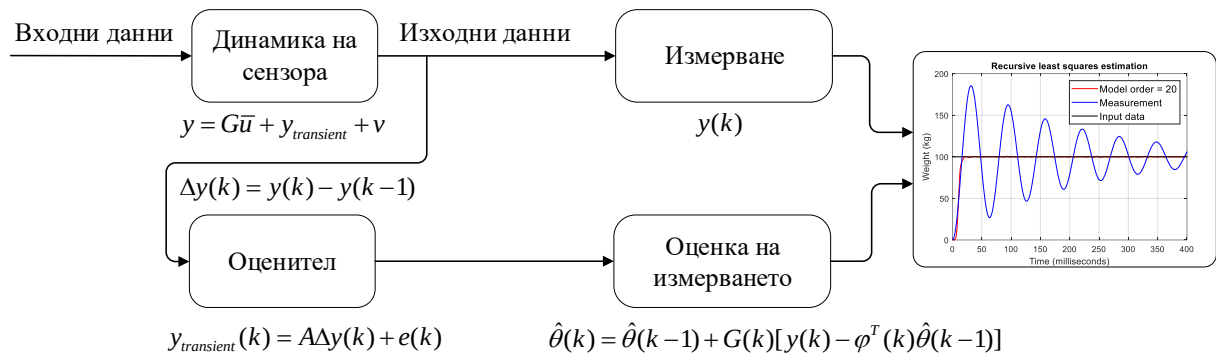
След заместване на $G(k)$ от (11) в (14) се получава

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\operatorname{tr}[P(k-1)]} \frac{\operatorname{tr}[P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)]}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k) + 1} \quad (15)$$

Произведението в числителя на второто събираемо на (15) е скалар, при което коефициентът на забравяне, осигуряващ постоянна следа на ковариационната матрица се определя от:

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\operatorname{tr}[P(k-1)]} \frac{\varphi^T(k)P(k-1)P(k-1)\varphi(k)}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k) + 1}, \quad (16)$$

Така окончателно за оценяване на неизвестната измервателна величина се предлага да се използва алгоритъма (11) за регресионния модел (5), (6), като за обновяване на ковариационната матрица вместо съответното уравнение от (11) се използва уравнение (12), а коефициентът на забравяне λ се определя от (16). Алгоритъмът се стартира при нулеви начални условия за оценките на параметрите на модела и начална стойност $P(0) = P_0$. Тъй като следата на ковариационната матрица е постоянна, по-голямата стойност на P_0 ще осигури по-добра чувствителност на алгоритъма към промени в измерваната величина, но и по-голяма дисперсия на оценките и обратно по-малката стойност на P_0 ще осигури по-гладки оценки и по-бавно следене на измененията. По-нататък ще бъде извършено изследване на влиянието върху модифицирания РМНМК на различни параметри, като ред на модела и дисперсия на шума в измерванията. На фиг. 1 е показана схема на процеса на измерване и оценяване на измеримата величина чрез модифицирания РМНМК.



Фиг. 1. Схема на процеса на измерване и оценяване чрез модифицирания РМНМК

3. ФИЛТЪР НА КАЛМАН ЗА ПОДОБРЯВАНЕ НА ДИНАМИЧНИТЕ ИЗМЕРВАНИЯ

За целите на сравнението е проектиран филтър на Калман [2] за подобряване на динамиката на измерването масата на дадено тяло. Динамиката на измервателния процес се описва с уравнението

$$(M + m) \frac{d^2 y}{dt^2} = -cy - d \frac{dy}{dt} - Mg, \quad (17)$$

където g е гравитационната константа, c е коефициент на еластичност, d е коефициент на демпфериране, m е масата на платформата, върху която се поставя обекта на измерване и M е неизвестната маса на тялото. Филтърът на Калман трябва на базата на модела (17) да оценява масата M . От модела (17) се получава описанието в пространство на състоянието

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + v \end{aligned}, \quad (18)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{M+m} & -\frac{d}{M+m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g}{M+m} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0], \quad D = 0, \quad (19)$$

където x е вектора на състоянието, y е изхода на сензора и u е неизвестната маса на тялото. Вижда се, че динамиката на самия модел на измерването зависи от измерваната величина, което затруднява синтеза на стандартен оптимален филтър на Калман. Добър резултат в случая на измерване на маса би се получил, ако се използва разширен филтър на Калман, което остава задача за бъдеща работа на авторите. При синтеза на стандартния филтър на Калман, за формиране на матриците A и B от (19) ще бъде използвана маса $M = 150 \text{ kg}$, което е в средата на диапазона на измерване за конкретния пример. Процесът V е бял гаусов шум с нулева средна стойност и интензивност V_v . Чрез него се моделира случайната грешка на сензора. За оценяване на неизвестния входен сигнал моделът (18) се разширява с допълнително състояние $x_u = u$. Така за разширения модел на измерване се получава

$$\begin{aligned}\dot{x}_u &= n \\ \dot{x} &= Ax + Bx_u, \\ y &= Cx + v\end{aligned}\quad (19)$$

където n е бял гаусов шум с интензивност V_n . След въвеждане на вектора на състоянието $\bar{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_u]^T$ от (19) се получава

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{B}n \\ y &= \bar{C}\bar{x} + v\end{aligned}\quad (20)$$

където

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{M+m} & -\frac{d}{M+m} & -\frac{g}{M+m} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [1 \quad 0 \quad 0]$$

По модела (20) се синтезира ФК при интензивност на шумовете $V_n = 10$, $V_v = 0.1$. Така оценката на състоянието $\hat{\bar{x}}$ се получава от уравнението

$$\dot{\hat{\bar{x}}} = (\bar{A} - K_f \bar{C})\hat{\bar{x}} + K_f y, \quad (21)$$

където коефициентът K_f на филтъра на Калман се определя от

$$K_f = D_e \bar{C}^T V_v^{-1}, \quad (22)$$

а дисперсията на грешката D_e е положително определеното решение на уравнението на Рикати

$$\bar{A}D_e + D_e\bar{A}^T - D_e\bar{C}^T V_v^{-1} \bar{C}D_e + \bar{B}V_n\bar{B}^T = 0 \quad (23)$$

4. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

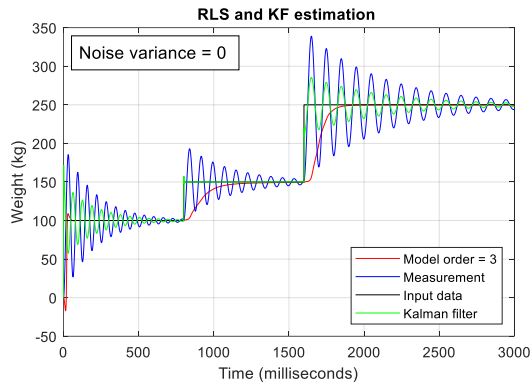
Проведени са редица симулационни експерименти за оценяване на променяща се във времето маса с предложения модифициран метод за подобрени измервания. За всички експерименти началното условие на ковариационната матрица на оценките се избира от

$$P(0) = nI, \quad (23)$$

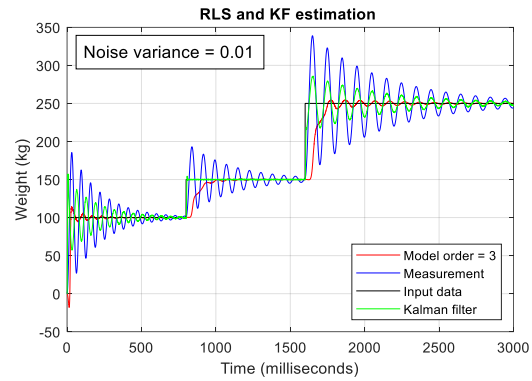
където n е реда на оценявания модел. Изследвано е влиянието на шума в измерванията върху качеството на получените оценки. Проведени са експерименти при дисперсии на шума v съответно 0, 0.01 и 0.5. На фиг. 2-4 са показани измерената от сензора маса, оценената с предложения метод маса при модел от 3 ред и оценената със стандартния филтър на Калман маса при трите дисперсии на измервателния шум.

Както следва и да се очаква, независимо от дисперсията на шума, филтърът на Калман оценява достатъчно бързо неизвестната маса само когато тя има стойност равна на 150kg , което е и стойността използвана в модела (20) при синтеза

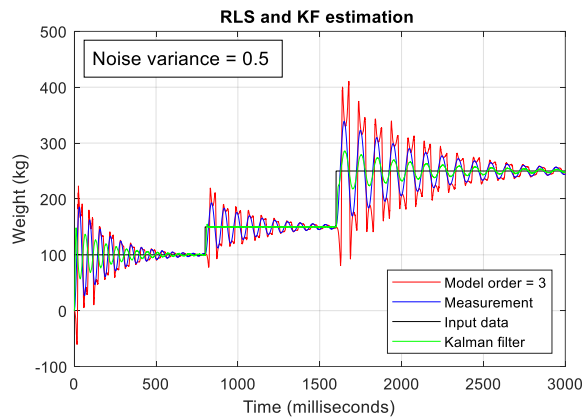
му. С предложения метод при отсъствие на шум и при дисперсия на шума 0.01 се получават неколkokратно по-добри резултати от измерването на сензора (точната стойност на масата се получава за 800 ms със сензора и за 170 ms с метода неизползващ модел на измерването). За маса 150 kg филтърът на Калман дава най-добър резултат, при който неизвестната маса се оценява за около 20 ms.



Фиг. 2. Резултати за 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0$

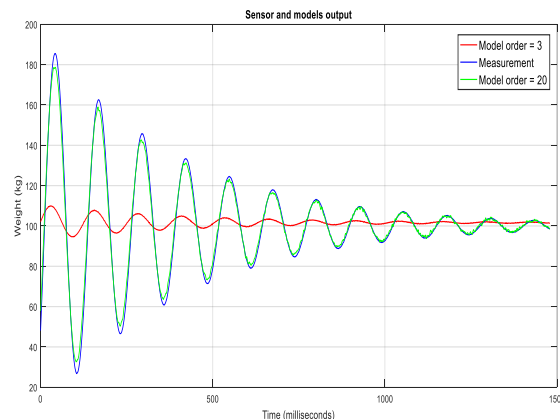


Фиг. 3. Резултати за 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0.01$.



Фиг. 4. Резултати при 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0.5$.

Лошият резултат, получен с метода неизползващ модел на измерването, при наличие на по-голям шум се дължи на недостатъчния ред на модела. Тази хипотеза се потвърждава и от резултатите представени на фиг. 5, където са показани измерената със сензора маса и изходните сигнали на оценените авторегресионни модели от 5-ти и 20-ти ред.

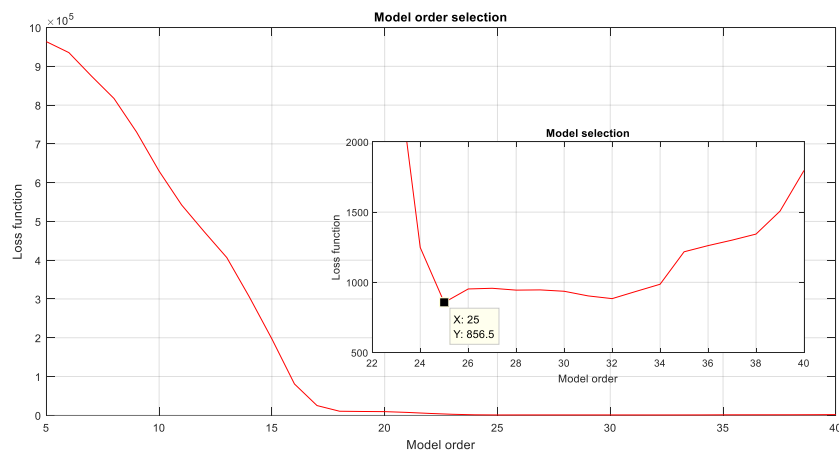


Фиг. 5. Измерена със сензора маса и получена маса с модели от 5-ти и 20-ти ред

Вижда се отличното съвпадение между измерения със сензора сигнал и този на модела от 20-ти ред. За да се направи обоснован избор на реда на оценявания модел и за да се реализира принцип на икономичността се използва информационния показател на Акайке

$$J_m(\hat{\theta}) = \left(1 + 2 \frac{\dim \theta}{N}\right) J(\hat{\theta}), \quad (24)$$

където $J(\hat{\theta}) = e^T e$ е функцията на загубите и e е вектор с остатъците, изчислени по оценените параметри. На фиг. 6 е представен показателя (24) за редове на модела от 5 до 40. Вижда се, че след 17-ти ред критерият започва да намалява незначително, а минимума се получава при модел от 25-ти ред. С цел постигане на компромис между сложност и точност на модела експериментално е установено, че с модел от 20-ти ред се постига достатъчно точно и бързо оценяване.



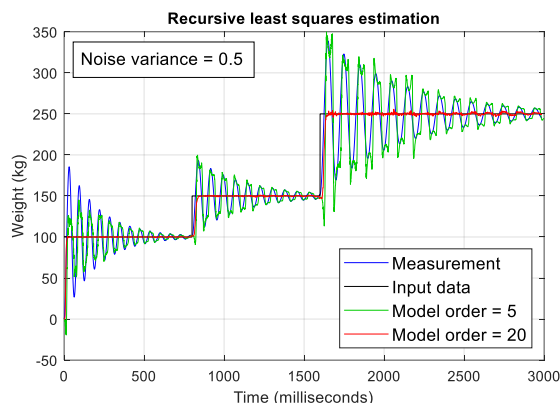
Фиг. 6. Информационен показател на Акайке за модели от 5-ти до 40-ти ред

На фиг. 7 са показани резултати от оценяването на масата при модели от 5-ти и 20-ти ред за дисперсии на измервателния шум 0.05. Вижда се, че при променлива във времето маса и ред на оценявания модел 20, за около 20ms предложеният метод оценява точно неизвестната маса. На практика времето за получаване на точно показание от сензора се намалява 40 пъти. Нещо повече това време е съизмеримо с времето за оценяване получено с филтъра на Калман, настроен по точния модел на измервателния процес

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работата е предложен модифициран метод за подобряване на измерванията в системи за управление, при който не се използва модел на процеса. Той е получен като съществуващ метод е доразвит за оценяване на променяща се във времето измервана величина. В качеството си на илюстративен пример е разгледан процес за измерване на маса в система за управление. Предложеният метод е сравнен със стандартен филтър на Калман, настроен по модела на измервателния процес за средна стойност на оценяваната маса. Направен е обоснован избор на реда на оценявания модел на базата на информационния показател на Акайке. Изследвани са свойствата на метода при различни стойности на дисперсията на

измервателния шум. Получените резултати показват предимствата на модифицирания метод за подобряване на измерванията, дори и при използване на сензори с по-нисък клас на точност.



Фиг. 7. Резултати при оценяван модел от 5-ти и от 20-ти ред

ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. Eichstadt, C. Elster, T. Esward, and J. Hessling, Deconvolution filters for the analysis of dynamic measurement processes: a tutorial Metrologia, vol. 47, no. 5, pp. 522–533, 2010.
- [2] I. Markovsky, “An application of system identification in metrology,” Control Engineering Practice, vol. 43, pp. 85–93, 2015.
- [3] W. Shu, “Dynamic weighing under nonzero initial conditions,” IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 42, no. 4, pp. 806–811, 1993.
- [4] C. Elster, A. Link, T. Bruns, “Analysis of dynamic measurements and determination of time-dependent measurement uncertainty using a second-order model,” Measurements Science and Technology, vol. 18, no. 12, pp. 3682–3687, 2007.
- [5] M. Niedźwiecki, P. Pietrzak, “High-Precision FIR-Model-Based Dynamic Weighing System,” IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 65, no. 10, pp. 2349–2359, 2016.
- [6] M. Niedźwiecki and A. Wasilewski. Application of adaptive filtering to dynamic weighing of vehicles. Contr. Eng. Practice, 4:635–644, 1996.
- [7] I. Markovsky Comparison of adaptive and model-free methods for dynamic measurement”. In: IEEE Signal Proc. Letters 22, pp. 1094–1097, 2015. DOI: 10.1109/LSP.2014.2388369
- [8] G. Quintana Carapia, I. Markovsky, R. Pintelon, P. Zoltan Csurscia, and D. Verbeke. Experimental validation of a data-driven step input estimation method for dynamic measurements. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 69, no. 7, pp. 4843–4851, 2020, doi: 10.1109/TIM.2019.2951865.

Автори: Мирослава Барахарска, докт. маг. инж., Технически университет-София; Факултет Автоматика, катедра Системи и управление, e-mail: mbaraharska@gmail.com

Цоньо Славов, доц. д-р, Технически университет-София; Факултет Автоматика, катедра Системи и управление, e-mail: ts_slavov@tu-sofia.bg

Иван Марковски, проф. д-р, Брюкселски свободен университет.

Authors: Miroslava Baraharska, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control, e-mail: mbaraharska@gmail.com

Assoc. prof. Dr. Tsonyo Slavov, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Systems and Control, e-mail: ts_slavov@tu-sofia.bg

Prof. Dr. Ivan Markovsky, Free University of Brussels