

## РАЗРАБОТВАНЕ НА МАТЕМАТИЧЕСКИ МОДЕЛ ЗА АНАЛИЗ И ОЦЕНКА НА КОНЦЕНТРАЦИИ НА ПРАХОВИ ЧАСТИЦИ В ЗАКРИТИ ПРОСТРАНСТВА

Николай Стоянов, Антония Панделова, Юлия Калъпчийска

**Резюме:** Хората прекарват над 80% от денонощието в затворени пространства, с ограничена циркулация на въздух, като този процент варира в зависимост от сезона, възрастта, пола и вида на извършваната дейност. Замърсяването на въздуха зависи са конструктивните характеристики на сградата, отсъствието на автоматизирани вентилационни системи, автомобилния трафик в района и вътрешните източници на замърсяване. Разработен е експериментален модел за анализ на концентрацията на прахови частици в закрити пространства с използване на метода на най-малките квадрати за определяне на връзката между зависимата величина и независимите променливи. За разработения регресионен модел са изчислени ANOVA характеристиките. Моделирането е извършено с помощта на програмния продукт STATGRAPHICS.

**Ключови думи:** атмосферен въздух,  $PM_{10}$ , математически модел, закрити пространства, ANOVA

## DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYSIS AND EVALUATION OF PARTICULATE MATTER CONCENTRATIONS IN INDOOR SPACES

Nikolay Stoyanov, Antonia Pandelova, Julia Kalapchiiska

**Abstract.** People spend more than 80% of their days indoors, with limited air circulation, and this percentage varies depending on the season, age, gender and type of activity performed. Air pollution depends on the structural features of the building, the absence of automated ventilation systems, vehicular traffic in the area, and internal sources of pollution. An experimental model has been developed to analyze the concentration of particulate matter indoors. The least squares method to determine the relationship between the dependent variable and the independent variables is used. Modeling was performed using the software STATGRAPHICS.

**Keywords:** atmospheric air,  $PM_{10}$ , mathematical model, indoor spaces, ANOVA

## 1. ВЪВЕДЕНИЕ

Хората прекарват над 80% от денонощието в затворени пространства, с ограничена циркулация на въздух. Този процент варира в зависимост от сезона, възрастта, пола и вида на извършваната дейност. Най-важните фактори, влияещи върху замърсяването на въздуха са конструктивните характеристики на сградата, отсъствието на автоматизирани вентилационни системи, автомобилния трафик в района и вътрешните източници на замърсяване.  $PM_{out}$  е най-силният манипулатор за затворени пространства и е различен за всяка сграда, а приносът му при формиране на стойността на  $PM_{in}$  е над 70% [1, 2].

Създаването на модели за мониторинг и прогнозиране нивата на замърсяване с прахови частици в закрити пространства е застъпено в ниска степен в специализираната литература. Едва няколко са разработените модели, свързани с този проблем. Не е изграден единен модел, който да предскаже качеството на атмосферния въздух на закрито, на база взаимоотношенията на  $PM_{in}$  с основни метеорологични променливи.

В тази статия е разработен експериментален модел за анализ на концентрацията на прахови частици в закрити пространства. Използван е методът на най-малките квадрати за определяне на причинно-следствена връзка между зависимата величина и независимите променливи. Моделирането е извършено с помощта на програмния продукт **STATGRAPHICS**.

## 2. ИЗПОЛЗВАНИ ДАННИ

Концентрацията на прахови частици на закрито -  $PM_{in}$  зависи в най-голяма степен от следните параметъра: скоростта на вятъра  $S_{wind}$ , посоката на вятъра  $D_{wind}$ , температурата в района около сградата  $T_{airout}$ , температурата вътре в помещението  $T_{airin}$ , относителната влажност в помещението  $RH_{in}$  и относителната влажност на открито  $RH_{out}$ . Измерването на нивата на прахови частици на закрито е извършено с помощта на сензорна платформа, включваща оптичен сензор GP2Y1010AU0F [3]. Информацията за метеорологичните променливи  $T_{airout}$ ,  $S_{wind}$ ,  $D_{wind}$  и  $RH_{out}$  е получена от Консорциум „Метеорологични системи и екипировка” за посочените дни. Стойностите на  $T_{airin}$  и  $RH_{in}$  са измерени с термо-хигрометър WS 9410. В таблица 1 са дадени използваните измерени стойности, които са използвани за разработване на модела.

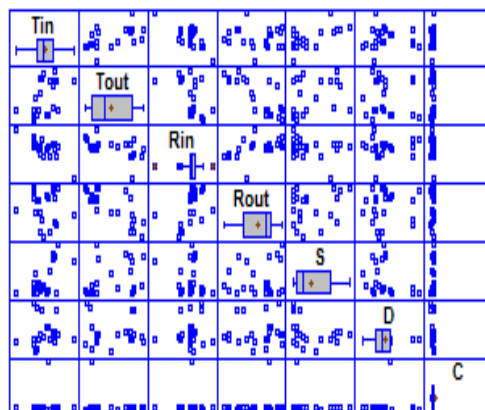
## 3. КОРЕЛАЦИОНЕН АНАЛИЗ

Първият етап при създаване на математически модел е корелационния анализ, с помощта на който се търси статистически значима зависимост между разглежданите параметри и наличие на причинно-следствена връзка между всяка една от седемте променливи с останалите шест. Основните променливи, включени в модела, са както следва:  $PM_{in}$  – концентрация на прахови частици в закрити пространства, изразена чрез изходното напрежение  $U$ , обозначена със символа  $C$ ;  $T_{airin}$  – температура на въздуха в помещението,  $T_{in}$ ;  $T_{airout}$  – температура на въздуха на открито  $T_{out}$ ;  $RH_{in}$  – относителна влажност в помещението  $R_{in}$ ;  $RH_{out}$  – относителна влажност на открито  $R_{out}$ ;  $S_{wind}$  – скорост на вятъра  $S$ ;  $D_{wind}$  – посока на вятъра  $D$ .

Корелационният анализ е извършен на база проведени измервания за всяка една от седемте променливи. Получените резултати от анализа схематично са представени на фиг. 1. По диагонала на фигурата са показани по двойки вероятностните разпределения на седемте променливи, като средната вертикална линия във всяка кутия е медианата, а от двете страни са „опашките”. Корелационните полета под и над диагонала представят визуално концентрацията на данни за всеки две от променливите, в разглеждания интервал.

*Таблица 1. Обобщена таблица с данни*

№	U <sub>PMin</sub> V	T <sub>air,in</sub> , Celsius	T <sub>air,out</sub> , Celsius	RH <sub>in</sub> , %	RH <sub>out</sub> , %	S <sub>wind</sub> , m/s	D <sub>wind</sub> , degree
1	0,0244	25,1	18,8	53,30	58,40	0,5	54
2	0,0320	25,8	19,4	48,60	50,5	0,4	146
3	0,0204	25,2	19,1	52,60	56,8	0,4	160
4	0,0320	25,3	20,3	49,50	51,1	0,8	62
5	0,0280	25,8	19,7	48,60	50,2	0,7	39
6	0,0300	25,5	22,4	50,00	43,2	1,1	31
7	0,0264	21,5	20,3	56,80	44,1	0,4	59
8	0,0276	26,8	25,5	52,80	38,3	0,6	143
9	0,0200	29,9	25,4	44,80	34,7	0,4	143
10	0,0264	26,4	25,6	45,50	30,5	0,5	76
11	0,0328	27,4	26,6	44,60	28,1	0,7	68
12	0,0240	28,8	25,1	44,70	30,7	1,2	65
13	0,0240	26,5	23,2	48,60	42,7	0,6	79
14	0,0272	29,6	26,9	48,50	35,8	1,7	56
15	0,0320	33,8	25,4	35,30	40,5	1,5	63
16	0,0320	29,7	25,2	50,60	51,8	1,7	83
17	0,0312	30,2	20,3	49,10	58,4	2,1	78
18	0,0302	29,2	20,6	49,80	58,3	1,6	75
19	0,0286	29,4	24,4	50,40	55,8	1,8	82
20	0,0224	28,1	19,7	48,30	53,1	0,4	96
21	0,2640	28,4	19,6	49,30	52,2	0,5	94
22	0,0280	26,3	20,3	48,50	50,1	0,8	62



*Фиг. 1. Корелационно поле и разпределения на променливите*

Таблица 2 представлява описателна статистика на изследваните параметри, като включва брой наблюдения, средна стойност, медиана, мода и т.н., показващи основни тенденции, променливост и коефициенти на формата. От съществен интерес за изследването са стойностите на Skewness Z-score и Kurtosis Z-score, чиито стойности трябва да попаднат в диапазона от -2 до +2.

**Таблица 2. Обобщена статистика за седемте променливи**

	<i>Tin</i>	<i>Tout</i>	<i>Rin</i>	<i>Rout</i>	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
Count	22	22	22	22	22	22	22
Average	27.4864	22.4455	48.6455	46.15	0.927273	82.4545	0.0383455
Standard deviation	2.55572	2.85869	4.18259	9.78958	0.556504	35.2903	0.0505455
Coeff. of variation	9.29814%	12.7362%	8.5981%	21.2125%	60.0152%	42.7997%	131.816%
Minimum	21.5	18.8	35.3	28.1	0.4	31.0	0.02
Maximum	33.8	26.9	56.8	58.4	2.1	160.0	0.264
Range	12.3	8.1	21.5	30.3	1.7	129.0	0.244
Std. skewness	0.295142	0.40671	-2.46465	-0.866515	1.54423	1.9728	8.89636
Std. kurtosis	1.1492	-1.6828	4.20672	-1.01092	-0.789665	0.269615	20.7872

**Таблица 3. Корелация на ранга на Spearman**

	<i>Tin</i>	<i>Tout</i>	<i>Rin</i>	<i>Rout</i>	<i>S</i>	<i>D</i>	<i>C</i>
<i>Tin</i>		0.5387	-0.4621	-0.1079	0.5554	0.2662	0.1967
		(22)	(22)	(22)	(22)	(22)	(22)
		0.0136	0.0342	0.6209	0.0109	0.2225	0.3673
<i>Tout</i>	0.5387		-0.4270	-0.7489	0.4006	-0.0592	0.0407
	(22)		(22)	(22)	(22)	(22)	(22)
	0.0136		0.0504	0.0006	0.0664	0.7860	0.8522
<i>Rin</i>	-0.4621	-0.4270		0.5894	-0.0536	0.0150	-0.0094
	(22)	(22)		(22)	(22)	(22)	(22)
	0.0342	0.0504		0.0069	0.8060	0.9452	0.9658
<i>Rout</i>	-0.1079	-0.7489	0.5894		0.0900	0.1390	0.1190
	(22)	(22)	(22)		(22)	(22)	(22)
	0.6209	0.0006	0.0069		0.6802	0.5241	0.5854
<i>S</i>	0.5554	0.4006	-0.0536	0.0900		-0.3568	0.4333
	(22)	(22)	(22)	(22)		(22)	(22)
	0.0109	0.0664	0.8060	0.6802		0.1020	0.0471
<i>D</i>	0.2662	-0.0592	0.0150	0.1390	-0.3568		-0.1083
	(22)	(22)	(22)	(22)	(22)		(22)
	0.2225	0.7860	0.9452	0.5241	0.1020		0.6197
<i>C</i>	0.1967	0.0407	-0.0094	0.1190	0.4333	-0.1083	
	(22)	(22)	(22)	(22)	(22)	(22)	
	0.3673	0.8522	0.9658	0.5854	0.0471	0.6197	

Таблица 3 показва корелациите на ранга на Spearman между всяка двойка променливи. P-Value под 0,05 показват статистически значими ненулеви корелации при ниво на достоверителните интервали 95,0%. От получените резултати за P-Value се определя вероятността коефициентите в модела между C и всички останали променливи да са равни на 0. Съгласно получените стойности може да се пристъпи към разработване на експериментален модел.

#### 4. СИНТЕЗ НА ЛИНЕЕН МНОЖЕСТВЕН РЕГРЕСИОНЕН МОДЕЛ

При разработването на линейния множествен регресионен модел е използван методът на най-малките квадрати за определяне на причинно-следствена връзка между зависимата величина и предикторите (независимите променливи). Общият вид на тази зависимост се представя с уравнението:

$$C = a_0 + a_1 T_{in} + a_2 T_{out} + a_3 R_{in} + a_4 R_{out} + a_5 S + a_6 D \quad (1)$$

Стойностите на зависимата променлива  $C_i$  се получават като сума от стойността от модела  $f_i$  и съответния остатък  $e_i$ . Коефициентите  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  и  $a_6$  се определят, така че вектора с остатъците  $e_i$  да бъде с минимална стойност.

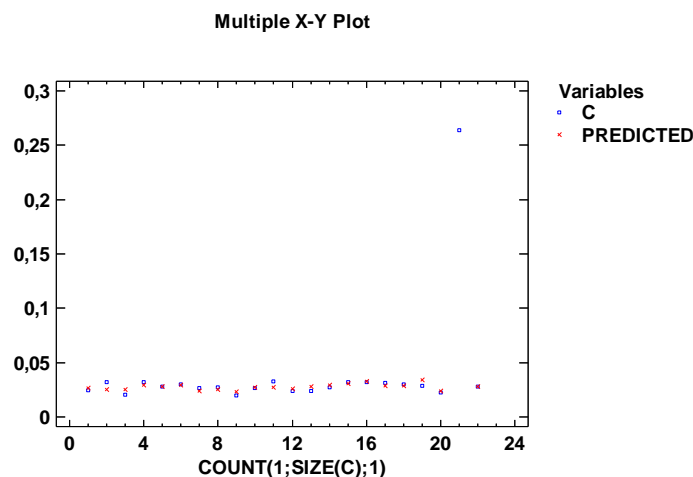
Уравнението на синтезираният множествен линейен регресионен модел, описващ взаимовръзката между  $PM_{in}$  и 6-те независими променливи добива следния вид:

$$C = -0.0016 * T_{in} + 0.0017 * T_{out} - 0.00001 * R_{in}^2 + 0.0069 * SQRT(R_{out}) + 0.0061 * SQRT(S) - 0.0002 * SQRT(D) \quad (2)$$

В таблица 4 са представени изчислените характеристики ANOVA на синтезирания регресионен модел. Съгласно получените стойности на P-Value, показани в таблица 4 може да се твърди, че всяка една от независимите променливи е статистически значима за модела. На базата на разработеният модел е направено сравнение между предсказаните стойности от регресионното уравнение и експерименталните данни. На фиг. 3 може да се добие визуална представа за степента на близост между тях.

**Таблица 4.** ANOVA характеристики за независимите променливи

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio	P-Value
Tin	0.0159387	1	0.0159387	1201.18	0.0000
Tout	0.00000519092	1	0.00000519092	0.39	0.5411
Rin^2	0.0000434401	1	0.0000434401	3.27	0.0905
SQRT(Rout)	0.0000677925	1	0.0000677925	5.11	0.0391
SQRT(S)	0.0000488274	1	0.0000488274	3.68	0.0743
SQRT(D)	0.00000107822	1	0.00000107822	0.08	0.7795
Model	0.016105	6			



Фиг. 3. Измерени и предказани стойности на C

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработен е линеен множествен регресионен модел за разкриване на функционална зависимост между  $PM_{in}$  и шест метеорологични променливи, базиран на метода на най-малките квадрати. За разработеният регресионен модел са изчислени ANOVA характеристиките, показващи, че всеки един от независимите променливи е статистически значим за модела.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Aaron Daly, Paolo Zannetti, Air Pollution Modeling – An Overview, Chapter 2, The Arab School for Science and Technology (ASST) and The EnviroComp Institute, 15-28, 2007
- [2] B. Naticchiaa, G. Favab, A. Carbonaria and E. Quaqueroc, Preliminary Tests on a Wireless Sensor Network for Pervasive Dust Monitoring in Construction Sites, The Open Environmental Engineering Journal, Vol. 7, 10-18, Italy, 2014.
- [3] Калъпчийска Ю., Панделова А., Стоянов Н., Разработване на сензорна платформа за измерване концентрация на прахови частици, Международна конференция “Автоматика 2019”, том 69, книга 2, 2019.

**Автори:** Николай Стоянов, доц. д-р, Технически Университет – София, Факултет Автоматика, катедра „Електроизмервателна техника”,  
e-mail: [n\\_stoyanov@tu-sofia.bg](mailto:n_stoyanov@tu-sofia.bg)

Антония Панделова, гл. ас. д-р, Технически Университет – София, Факултет Автоматика, катедра „Електроизмервателна техника”,  
e-mail: [apandelova@tu-sofia.bg](mailto:apandelova@tu-sofia.bg)

Юлия Калъпчийска, редовен докторант, Технически Университет – София, Факултет Автоматика, катедра „Електроизмервателна техника”,  
e-mail: [kalapchiiska@abv.bg](mailto:kalapchiiska@abv.bg)

**Authors:** Assoc. prof. Dr. Nikolay Stoyanov, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Electrical Measurement Systems, e-mail: [n\\_stoyanov@tu-sofia.bg](mailto:n_stoyanov@tu-sofia.bg)

Assist prof. Dr. Antonia Pandelova, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Electrical Measurement Systems, e-mail: [apandelova@tu-sofia.bg](mailto:apandelova@tu-sofia.bg)

Julia Kalapchiiska, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, dept. Electrical Measurement Systems, e-mail: [kalapchiiska@abv.bg](mailto:kalapchiiska@abv.bg)