

## ИЗСЛЕДВАНЕ И НАСТРОЙКА НА РЕГУЛАТОР ПО ГРАФО-АНАЛИТИЧЕН МЕТОД КЪМ ОБЕКТ ОТ ВТОРИ РЕД

Борис Грасиани

**Резюме:** В настоящата разработка се предлага настройка на регулатор, използвайки графо-аналитичен метод в комплексната равнина. Разглеждат се също така и различните конфигурации относно разположението на нулите и полюсите спрямо тези на обекта. Изследват се настроените регулатори, като те се включват в системи за управление и се анализират някои от показателите за качество на една система за автоматично управление.

**Ключови думи:** комплексна равнина, система за управление, бързодействие

## SURVEY AND ADJUSTMENT OF CONTROLLER OF A GRAPH-ANALYTICAL METHOD TO A SECOND ORDER OBJECT

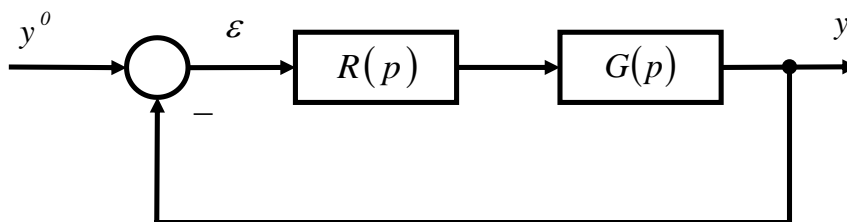
Boris Grasiani

**Abstract:** This paper proposes to adjust the controller using a graph-analytical method in the complex plane. The various configurations regarding the location of zeros and poles to those of the object are also considered. Adjusted controllers are surveyed, such as they are integrated into control systems, and some of the quality indicators of an automatic control system are analyzed.

**Key words:** complex plane, control systems, quick response

### 1. ВЪВЕДЕНИЕ

В литературата са известни [1] ÷ [3] класически системи за управление. Тяхната структура е показана на фиг.1. Разгледаните в настоящата разработка системи за управление се различават по използвания метод за настройка на регулаторът в тях. Използвани са следните означения  $R(p)$  – регулатор,  $G(p)$  – обект за управление,  $y^0$  – входен сигнал,  $y$  – изходен сигнал,  $\varepsilon$  – грешката в системата.



Фиг. 1

В литературата [1,2,3,4,5,13,14,15] са познати различни методи за настройка на класически регулатори: първи и втори метод на Ziegler-Nichols, Åstrom-Nägglund, графо-аналитичен метод, чрез позициониране на нулите и полюсите.

В настоящата разработка е избран графо-аналитичен метод, чрез позициониране на нулите и полюсите при критерий – апериодичен преходен процес. Ходографът на корените [5] ÷ [15] дава нагледна представа за корените на затворената система, по която, чрез връзката им с оценките на качеството може да се извърши анализ на динамиката на система за автоматично управление (САУ).

За да е устойчива затворената система, е необходимо да се избере коефициентът на регулатора да бъде по-малък от граничната стойност на коефициент  $k_R < k_{cr}$ , при който се губи устойчивост и корените ще са разположени в дясната полуравнина. За да се ограничат колебанията на системата, трябва да се избере такава стойност за  $k_R$ , че корените да са разположени в лявата комплексна равнина.

Ходографът на корени може да се строи в зависимост от произволен параметър на САУ (коефициент на пропорционалност, времеконстанта и т.н.). Тогава ходографът лесно се използва за обоснован избор на съответния параметър. Обикновено като параметър се избира общият коефициент на пропорционалност. Съображенията за това от гледна точка за синтеза са: първо, защото коефициента на пропорционалност оказва силно влияние върху свойствата на системата и точност в установен режим, устойчивост, качество на преходните процеси; второ той реално може да бъде променян (настройван) в широки граници.

Изборът на коефициент на пропорционалност може да се третира и като избор на параметъра на пропорционален (П) регулатор. Понякога по ходографът на корените могат да се изберат и други параметри, освен като синтез на коригиращо звено може да се третира и като избор на два параметъра ( $k_R$  и  $T$ ) на пропорционално-диференциален (ПД) регулатор.

Ако чрез параметричния синтез не могат да се удовлетворят изискванията за качество на системата, се търси решение на задачата чрез динамична компенсация - добавяне на коригиращо звено ( нули и полюси ) към предавателната функция на отворената система.

**Целта** на настоящата работа е да се настроят и изследват различните възможни варианти на класически ПИД регулатор по графо-аналитичен метод към колебателен обект от втори ред.

**Задачите**, които се поставят за постигане на целта, са:

- настройка на ПИД регулатор по графо-аналитичен метод;
- оценка на някои от показателите за качество на синтезираните системи.

## 2. НАСТРОЙКА НА ПИД РЕГУЛАТОР ПО ГРАФО-АНАЛИТИЧЕН МЕТОД

Ходографът на корените дава нагледна представа за корените на затворената система, по която, чрез връзката им с оценките на качеството може да се извърши анализ на динамиката на САУ. Пряко свързан в случая с анализа е и синтеза. Ходографът може да се използва както за параметричен синтез – за избор

на параметрите на системата, така и за синтез на коригиращи звена, следвайки стъпките:

1. Построява се нулния портрет на некоригираната система
2. По зададените показатели на качество от зависимостите се определя желаното разположение на доминиращите полюси на затворената система.
3. Чрез нула на коригиращото звено се компенсира влиянето на доминиращите полюси.
4. Добавя се полюс на коригиращото звено така, че да се удовлетвори уравнението на аргумента.
5. Ако то не може да се удовлетвори, се компенсира следващият полюс, съгласно точка 3 и точка 4.
6. Определя се необходимия коефициент на пропорционалност чрез уравнението на модула.
7. Построява се преходната функция на затворената система, за да се провери дали се изпълняват зададените показатели на качество на преходните процеси.

В настоящата разработка се проектират системи за управление с PID (2) регулатор, който след математически преобразувания има вида (3), към колебателен обект от втори ред с предавателна функция (1). Преходната функция на обекта е показана на фиг. 2.1, а неговите полюси  $p_{1/2}$  са визуализирани в комплексната равнина на фиг. 2.2. Параметрите за настройка на регулаторите са, както следва:

- коефициентът на пропорционалност  $K_R$ ;
- времеконстантата на интегриране  $T_I$ ;
- времеконстантата на диференциране  $T_D$ .

В този случай има три възможни варианта при решението на полинома в числителя на регулатора (3), които са следните:

- дискриминантата да бъде равна на нула ( $D = 0$ ), то тогава решението на квадратното уравнение има два еднакви корена (двоен корен);
- дискриминантата да бъде по-малка от нула ( $D < 0$ ), то тогава решението на квадратното уравнение има комплексно спрегнати корени;
- дискриминантата да бъде по-голяма от нула ( $D > 0$ ), то тогава решението на квадратното уравнение има два реални корена,

където корените на квадратното уравнение се явяват „нули“ ( $z_{1/2}$ ) за предавателната функция на разглеждания регулатор. Полюсът на регулатора ( $p_0$ ) е позициониран в нулата на координатната ос в комплексната равнина, което от своя страна гарантира апериодичен преходен процес, докато неговите нулите са позиционирани в близост до полюсите на преходната функция на обекта, за да може да бъдат компенсирани, като по този начин да не се проявяват колебателните му свойства.

В работата се разглеждат изброените възможни случаи за синтеза на регулаторът, като за всеки от тях се изследват вариантите на разположение на корените на квадратното уравнение в числителя на регулатора спрямо полюсите на обекта в комплексната равнина, като този подбор на конкретните стойности е направен графично, спазвайки изискването за апериодичен преходен процес. На следните фигури са показани разгледаните случаи, както следва:

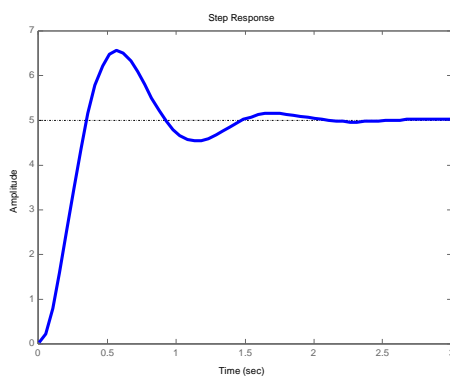
- на фиг. 3 – са показани случаите, когато  $D = 0$ ;
- на фиг. 4 – са показани случаите, когато  $D < 0$ ;
- на фиг. 5 – са показани случаите, когато  $D > 0$ .

$$G(p) = \frac{k}{T_1 p^2 + T_2 p + 1} \quad (1)$$

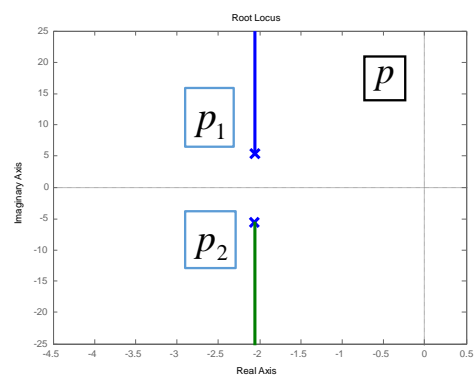
$$k = 5 ; T_1 = 0.0289 ; T_2 = 0.119 ; p_{1/2} = -2.06 \pm j5.5$$

$$R_{PID}(p) = k_R \left( 1 + \frac{1}{T_i p} + T_D p \right) \quad (2)$$

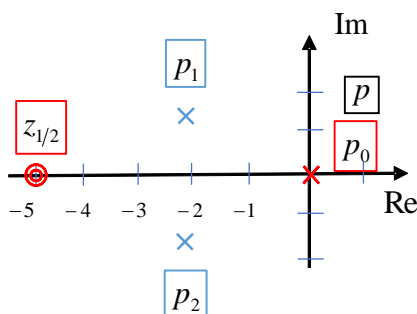
$$R_{PID}(p) = \frac{k_R (T_I T_D p^2 + T_I p + 1)}{T_I p} \quad (3)$$



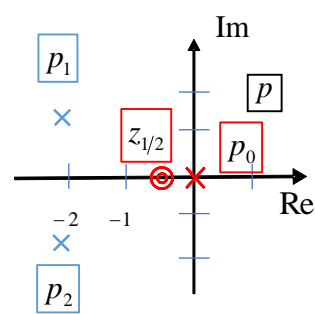
Фиг. 2.1



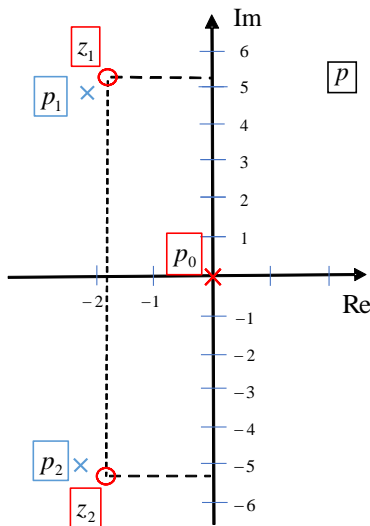
Фиг. 2.2



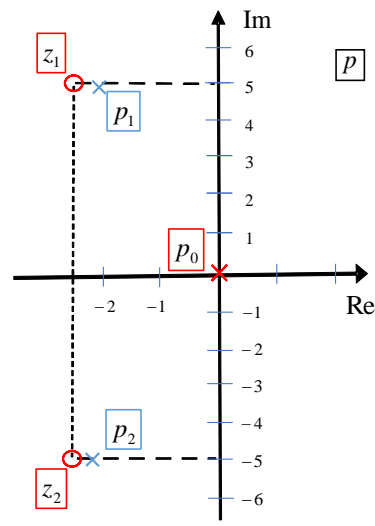
Фиг. 3.1



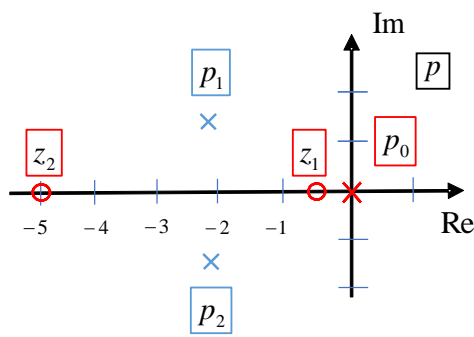
Фиг. 3.2



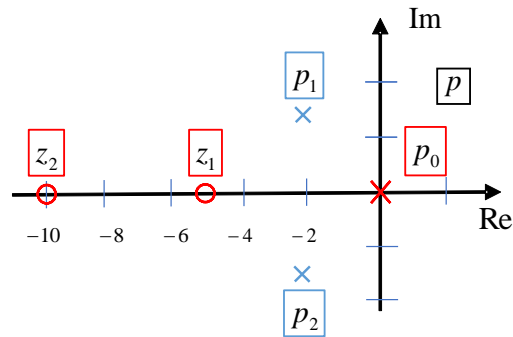
Фиг. 4.1



Фиг. 4.2



Фиг. 5.1



Фиг. 5.2

За всеки от разгледаните по-горе възможни случаи е решена обратната задача за квадратно уравнение: при известни корени на квадратното уравнение, които са подбрани графично в комплексната равнина, така че да се изпълни поставеният критерий при синтеза на системите и използвайки инструментът за анализ и синтез „sisotool“ в Matlab, да се намери видът му и от там да се намери съответната предавателна функция на ПИД регулатора. След като са намерени предавателните функции на ПИД регулаторите (4÷9) са моделирани и симулирани системите за автоматично управление.

$$R_1(p) = \frac{p^2 + 3.6p + 32.08}{p} \quad (4)$$

$$z_{1/2} = -1.8 \pm j5.37; \quad p_0 = 0;$$

$$R_2(p) = \frac{p^2 + 5.14p + 32.4}{p} \quad (5)$$

$$z_{1/2} = -2.57 \pm j5.08; \quad p_0 = 0;$$

$$R_3(p) = \frac{p^2 + p + 0.25}{p} \quad (6)$$

$$z_1 = z_2 = -0.5; \quad p_0 = 0;$$

$$R_4(p) = \frac{p^2 + 10p + 25}{p} \quad (7)$$

$$z_1 = z_2 = -5; \quad p_0 = 0;$$

$$R_5(p) = \frac{p^2 + 5.5p + 2.5}{p} \quad (8)$$

$$z_1 = -0.5; \quad z_2 = -5; \quad p_0 = 0;$$

$$R_6(p) = \frac{p^2 + 15p + 50}{p} \quad (9)$$

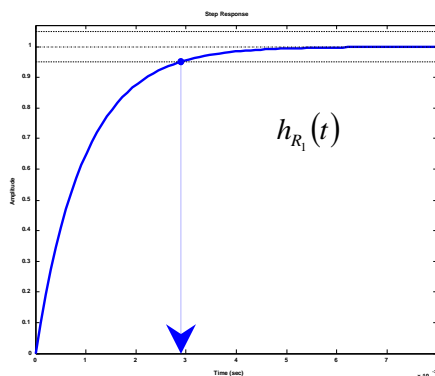
$$z_1 = -5; \quad z_2 = -10; \quad p_0 = 0;$$

### 3. ОЦЕНКА НА НЯКОИ ОТ ПОКАЗАТЕЛИТЕ ЗА КАЧЕСТВО НА СИНТЕЗИРАНИТЕ СИСТЕМИ

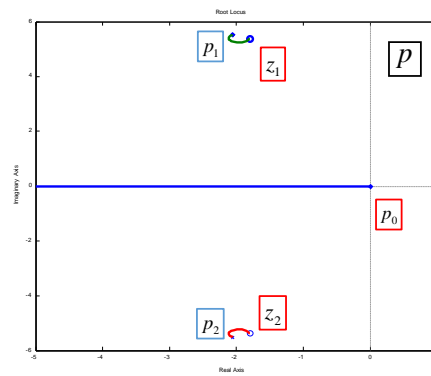
След като са намерени предавателните функции на ПИД регулаторите, то са моделирани системи за автоматично управление и симулационно изследвани, за да се направи проверка за изпълнението на поставените изисквания към САУ. Изследвани са някои от показателите на качеството им. Също така са показани и ходографа на корените на затворените системи за всяка една от синтезираните системи, както следва:

- САУ с регулатор  $R_1$ , чиито резултати са показани на фиг. 6.
- САУ с регулатор  $R_2$ , чиито резултати са показани на фиг. 7.
- САУ с регулатор  $R_3$ , чиито резултати са показани на фиг. 8.
- САУ с регулатор  $R_4$ , чиито резултати са показани на фиг. 9.
- САУ с регулатор  $R_5$ , чиито резултати са показани на фиг. 10.
- САУ с регулатор  $R_6$ , чиито резултати са показани на фиг. 11.

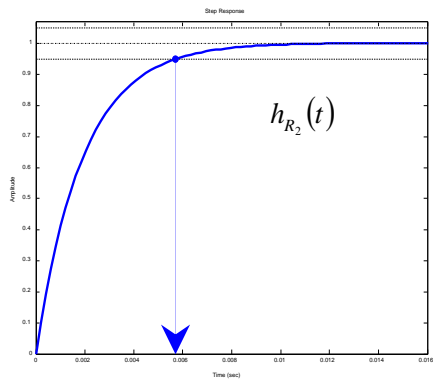
А оценката на бързодействието, направена от преходната  $h_{R_i}(t)$  характеристика на всеки един от изследваните случаи, е показана в табл. 1.



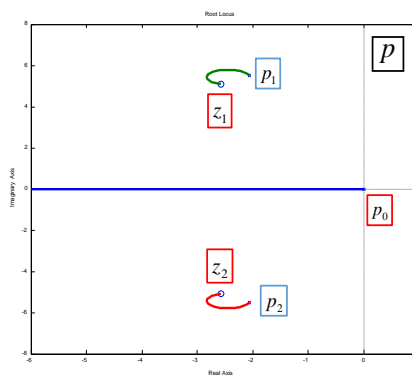
Фиг. 6.1



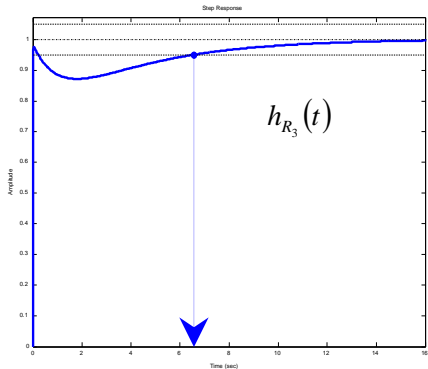
Фиг. 6.2



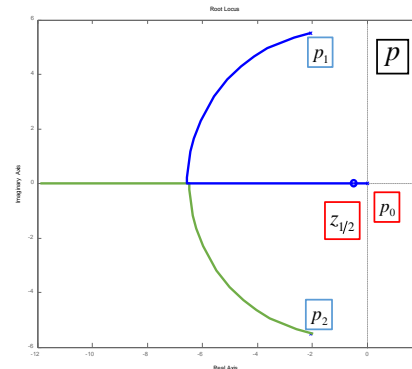
**Фиг. 7.1**



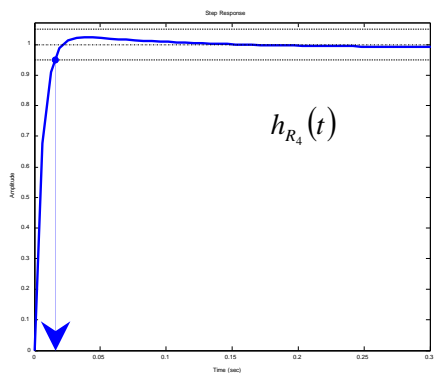
**Фиг. 7.2**



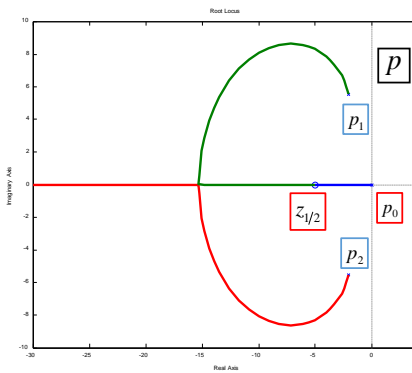
**Фиг. 8.1**



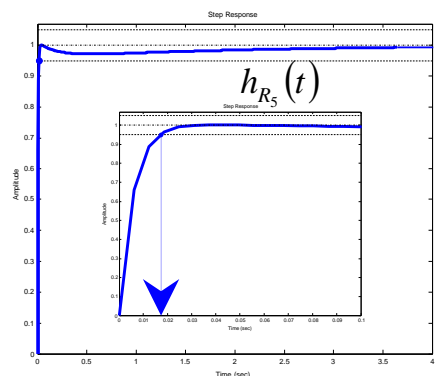
**Фиг. 8.2**



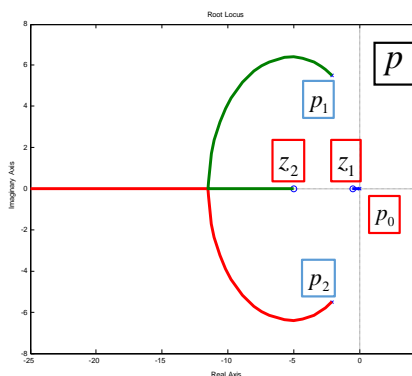
**Фиг. 9.1**



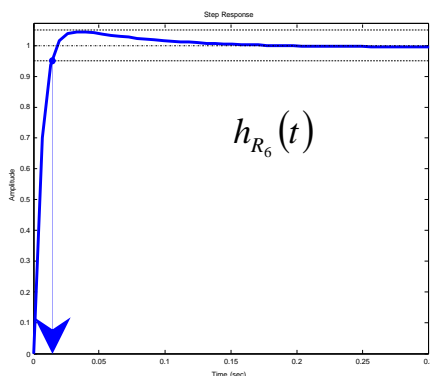
**Фиг. 9.2**



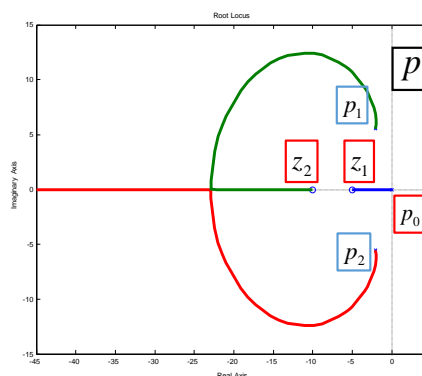
**Фиг. 10.1**



**Фиг. 10.2**



Фиг. 11.1



Фиг. 11.2

Табл. 1

Регулатор	Време за установяване
$h_{R_1}(t)$	0.00581 сек
$h_{R_2}(t)$	0.00571 сек
$h_{R_3}(t)$	6.56 сек
$h_{R_4}(t)$	0.0159 сек
$h_{R_5}(t)$	0.0174 сек
$h_{R_6}(t)$	0.0142 сек

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основните резултати в настоящата разработка могат да бъдат обобщени като:

- **Настроен** е пропорционално-интегрално-диференциален (ПИД) закон за регулиране по графо-аналитичен метод към обект от втори ред.
- **Анализирани са** получените резултати за настройка на ПИД регулатор към обект.
- **Моделирана и синтезирана** е класическа система за управление.
- **Симулационно** са изследвани техните преходни характеристики и за всеки един от разгледаните случаи са показани корените на затворените системи в комплексната равнина.
- **Направена е** оценка на бързодействието на системата за всеки един от настроените регулатори.



## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Николова Н., Николов Е. (2006), Методи и алгоритми за настройка на регулатори в системи за управление справочно пособие по дисциплината „Приложни методи за управление на технологични процеси“, София 2006 изд. на Технически Университет София, ISBN 13 : 978-954-438579-8, 72 стр.
- [2] Николов Е. (2003), Приложни методи за управление на технологични процеси - първа част (честотни методи и системи с робастни свойства) , Изд. на Технически университет - София, София , 2003 г., ISBN: 954-438-334-4 , 358 стр.
- [3] Николова Н., Николов Е. (2009), Приложни методи за управление на технологични процеси (ръководство за лабораторни упражнения), Изд. на Технически университет - София, София, 2009 г. , ISBN: 978-954-438-784-6 , 120 стр.
- [4] Houppis C., S. Rasmussen (1999), Quantitative Feedback Theory, Marcel Dekker Inc., 1999
- [5] Vessela Karlova-Sergieva (2011), Quantitative Feedback Theory - Control Systems Design Methodology - part 1, part 1, Journal “Proceedings of Technical University of Sofia” Vol 61, ISSN 1311-0829 Issue 1 (2011)
- [6] Vessela Karlova-Sergieva (2012), Modified Techniques in the Complex Plane Journal “Proceedings of Technical University of Sofia” Vol 62, Issue 2, (2012), ISSN 1311-0829, pp110-116
- [7] Vessela Karlova-Sergieva, Modelling of Uncertainty in the Plant Parameters Journal “Proceedings of Technical University of Sofia” , ISSN 1311-0829 ,Vol 62, Issue 4, (2012)
- [8] Stanislav Enev, Vessela Karlova-Sergieva (2013), Design of Control Systems for Processes with Significant Time-Delay by Using the Quantitative Feedback Theory Journal “Proceedings of Technical University of Sofia”, ISSN 1311-0829 , Vol 63, Issue 4 (2013)
- [9] Vessela Karlova-Sergieva Design of Controllers for Unstable Uncertain Plants (part I, part II) Journal “Proceedings of Technical University of Sofia” Vol 65, ISSN 1311-0829, Issue 2 (2015)
- [10] Vessela Karlova-Sergieva (2015), Control Systems with Conditional Feedback Journal “Proceedings of Technical University of Sofia” , ISSN 1311-0829 , Vol 66, Issue 2 (2016)
- [11] Весела Карлова (2013), Проектиране на системи за управление с гарантирано качество, 2013 Издание на ТУ-София, Радикс ООД, ISBN 978-619-7140-01-9, ISBN 978-619-7140-02-6, 163 стр.
- [12] Нина Г. Николова (2019), Робастно репетитивно управление на системи с априорна неопределеност, Изд. Технически Университет София, 2019, ISBN 978-619-167-371-1, 176 стр.
- [13] Nikolov E., S. Enev (2009), Asservissement et Régulation Continue, Sofia 2009, © 2009 Publishing House of Technical University of Sofia; ISBN-978-954-438-814-0, 160 p.
- [14] Kostadin Kostov (2007), Asservissement et Régulation – Travaux de laboratoire et exercices assistée par ordinateur, © 2007 Université Technique de Sofia, ISBN 978-954-438-604-7, 2007, 116 p.
- [15] Nikolov E., D. Jolly, N. Nikolova, B. Benova (2005), Commande Robuste, Sofia 2005, © 2005 Publishing House of Technical University of Sofia, ISBN 954-438-500-2, 216 p.

**Автор:** *Борис Грасиани*, гл. ас. д-р инж., Технически университет-София, факултет Автоматика, катедра Автоматизация на непрекъснатите производства, e-mail: [bgrasiani@tu-sofia.bg](mailto:bgrasiani@tu-sofia.bg)

**Author:** *Assist prof. Dr. Boris Grasiani*, Technical University of Sofia, Faculty of Automatics, department Industrial automation, e-mail: [bgrasiani@tu-sofia.bg](mailto:bgrasiani@tu-sofia.bg)